Mathématiques 9-10-11

Livre 11e

Nombres et opérations
Fonctions et algèbre
Espace
Grandeurs et mesures
Recherche et stratégies

lep

CONFÉRENCE INTERCANTONALE
DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE
LA SUISSE ROMANDE ET DU TESSIN

Remerciements

Nous remercions les auteurs de *Mathématiques 7-8-9*, éditions 2003, 2006 et 2009, Michel Chastellain, Jacques-André Calame et Michel Brêchet, d'avoir accepté qu'une partie importante de leurs activités soit reprise dans cette nouvelle édition 2013, contribuant ainsi largement à sa parution.

Pour cette nouvelle édition 2013, nous remercions les personnes issues des milieux scolaires, académiques et professionnels de la Suisse romande qui ont suivi la rédaction, la relecture et l'édition de ces ouvrages :

Groupe d'auteurs
Ivan Corminboeuf, président ;
Claude Lecoultre, Michel Mante, Denis Odiet.

Groupe de réalisation
Hervé Schild, président ;
Pascal Carron, Philippe Dubath, François Günter, Gilles Jeanneret, Denis Odiet, Sandrine Rudaz.

Groupe d'experts
Nicolas Dreyer, président ;
Hedwige Aymon, Stéphane Clivaz, Isabelle Nicolazzi.

Groupe de validation
Annemarie Merkelbach, présidente ;
Yolande Berga, Pierre-Marie Gabioud, Pascal Knubel, Rachel Meyer-Bovet, Jérôme Pelisson.

Nous remercions également les commissions et conférences intercantonales impliquées, ainsi que tout spécialement les cantons de **Berne**, **Fribourg**, **Genève**, **Jura**, **Neuchâtel**, **Valais** et **Vaud** de leur engagement dans l'édition de ces ouvrages.

Conception et réalisation : LEP Editions Loisirs et Pédagogie SA, Le Mont-sur-Lausanne

Mise en pages et infographies : LEP Editions Loisirs et Pédagogie SA

Relecture : Leroy*lire*, Lausanne

Illustrations : Yuri Coles, Genève : 41, 44, 45, 46, 54, 100, 130, 133, 135h, 142b, 143, 154, 157, 159, 169h, 232, 233m, 235b, 248, 253, 274, 283 ; Nicolas Peter : 231, 235h

Photolithographie : Martine Séchaud, à point nommé, Vufflens-la-Ville

ISBN 978-2-606-01392-9
LEP 936010A1

Edition 2013

Imprimé en Suisse
I 0413 28 STA

Préambule

Ton *Livre 11 e* est le support principal de ton travail en mathématiques pour cette année ; il est accompagné du *Fichier 11 e* et d'un *Aide-mémoire* ; tous font partie de la collection *Mathématiques 9-10-11*.

Les grands axes de cet ouvrage sont reconnaissables grâce aux différentes couleurs. Tu vas ainsi rencontrer, ou retrouver, ***Nombres et opérations***, ***Fonctions et algèbre***, ***Espace*** et ***Grandeurs et mesures*** ; enfin, ce livre te propose un ensemble d'activités regroupées sous le titre ***Recherche et stratégies***. Dans tous ces chapitres, tu pourras mettre à l'épreuve ta patience, satisfaire ta curiosité et, seul ou en groupe, user de différentes stratégies ainsi que développer et consolider tes connaissances et outils de base.

Tous les élèves de 11e année de la Suisse romande travaillent sur ces « axes thématiques », définis par le Plan d'études romand (PER) – voir p. 6. Des éléments du PER figurent sur les pages de titre des différents chapitres, pour que tu puisses, aidé de ton enseignant et de tes parents, mieux connaître les objectifs et les buts de ton travail.

La 11e année marque la fin du Cycle 3 de ta scolarité ; dans cette perspective, tu trouveras des activités permettant de mobiliser des connaissances et compétences abordées en 11e, mais également des éléments rencontrés durant les années précédentes de ce troisième cycle. Dans chaque axe, ces activités sont regroupées sous le titre générique *« … et problèmes »*, par exemple : *« Algèbre, fonctions… et problèmes ».*

A la fin de l'année scolaire, ce livre sera transmis à un nouvel élève de 11e, ce qui veut dire que rien ne doit y être écrit ; en revanche, le *Fichier* et l'*Aide-mémoire* t'appartiennent et tu peux y noter ce qui est nécessaire.

Les nouveaux apprentissages seront nombreux durant cette 11e année et, comme un jeu de construction, nombre d'entre eux vont se compléter, s'emboîter, se confronter à tes précédentes connaissances en vue d'étendre et développer tes compétences mathématiques. Que ce livre puisse t'accompagner en confiance dans ces nouveaux apprentissages.

Les auteurs

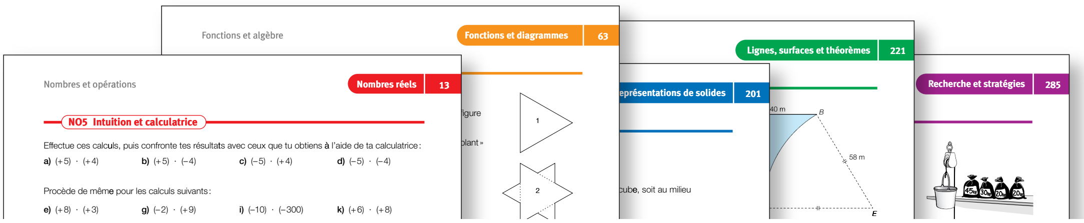
« Il n'existe pas d'idée franchement mauvaise, ce qui est franchement mauvais, c'est de ne pas avoir d'idée du tout. »

George Polya
(1887-1985), mathématicien américain

Repères graphiques

Les axes thématiques

Chaque domaine est défini par une couleur, facilement repérable grâce aux onglets en haut de page.

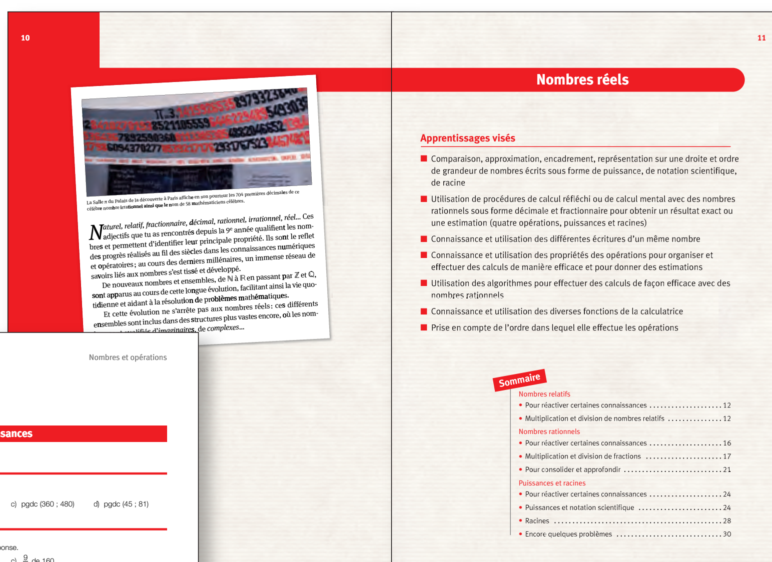


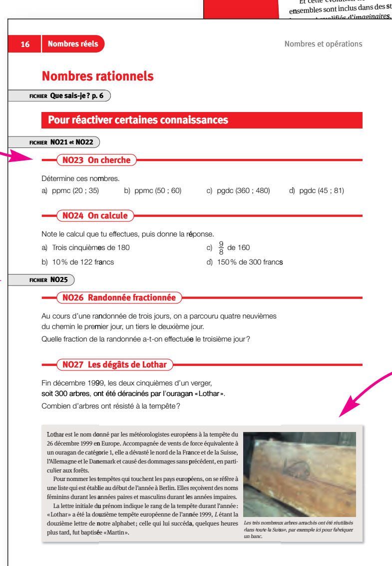
Le livre

Les activités du livre sont prévues pour être effectuées, par exemple, dans un cahier. Ce livre est un objet transmissible que tu restitueras à la fin de ton année scolaire. Tu dois en prendre soin.

Au début de chaque chapitre, tu trouveras une double page comprenant une introduction, les objectifs et le sommaire.

Chaque activité précédée des initiales de l'axe thématique est numérotée.



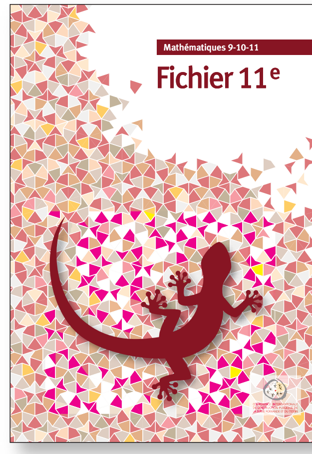


Des onglets renvoient à une activité qui se trouve dans le fichier.

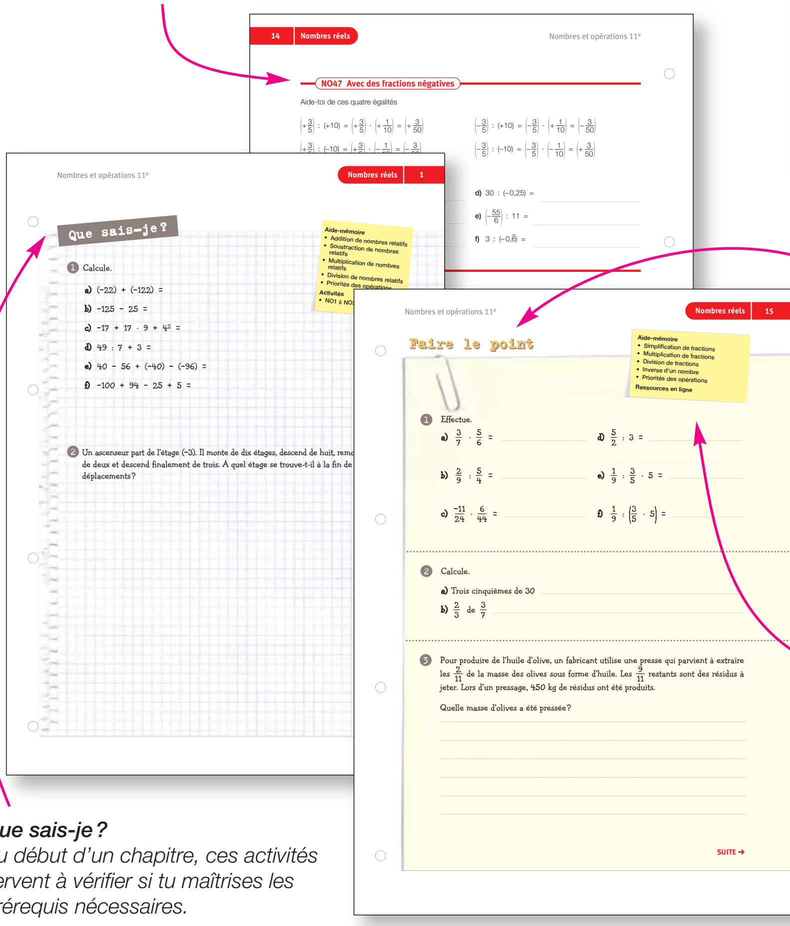
Tu trouveras des encadrés culturels en rapport avec l'activité.

■ Le fichier

Le fichier t'appartient. Tu peux y faire directement tes exercices, le compléter de tes notes, le conserver et le ranger dans ton classeur.



Comme dans le livre, chaque activité est numérotée.



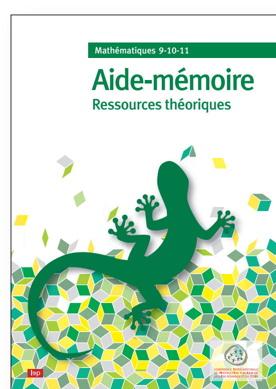
Faire le point
Au cours d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu as assimilé toutes les notions abordées. Tu trouveras les solutions à la fin du fichier.

Les notes signalent des liens utiles avec l'aide-mémoire.

Que sais-je ?
Au début d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu maîtrises les prérequis nécessaires.

■ L'aide-mémoire

L'aide-mémoire est conçu comme un instrument de référence auquel tu peux accéder lorsque tu en éprouves le besoin.
C'est par exemple le cas :
– après avoir terminé une activité *Que sais-je ?* ou *Faire le point* ;
– pour te remémorer une définition à propos de laquelle un doute demeure ;
– lorsqu'un travail effectué à la maison nécessite de revenir sur un aspect théorique qui n'a pas encore été parfaitement assimilé ;
– dans le cadre d'un travail de groupe, pour comprendre une notion mathématique en jeu.



Extraits du plan d'études romand

Visées prioritaires MSN

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Mathématiques et sciences de la nature (MSN)

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Sommaire

« Nous avons à former des êtres pensants et non des robots, à amener l'étudiant à comprendre ce qu'il fait et non à lui enseigner des procédés mécaniques. »

Jean Dieudonné
(1906-1992), mathématicien français

Nombres et opérations

Nombres réels

Situations aléatoires

Nombres, opérations... et problèmes

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

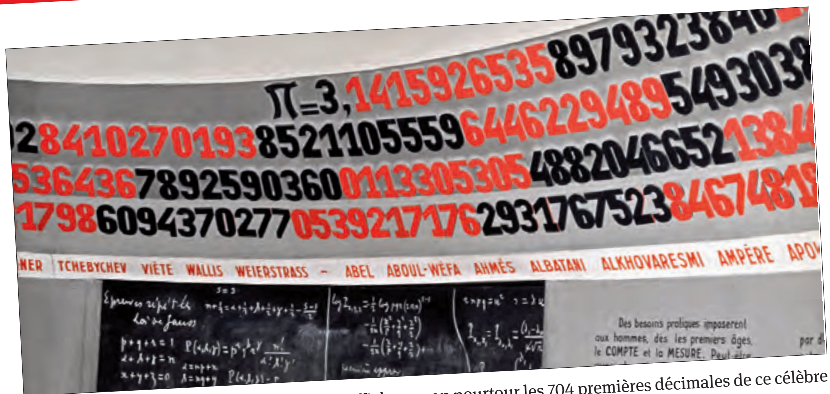
Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.



La Salle π du Palais de la découverte à Paris affiche en son pourtour les 704 premières décimales de ce célèbre nombre irrationnel ainsi que le nom de 58 mathématiciens célèbres.

Naturel, relatif, fractionnaire, décimal, rationnel, irrationnel, réel... Ces adjectifs que tu as rencontrés depuis la 9e année qualifient les nombres et permettent d'identifier leur principale propriété. Ils sont le reflet des progrès réalisés au fil des siècles dans les connaissances numériques et opératoires ; au cours des derniers millénaires, un immense réseau de savoirs liés aux nombres s'est tissé et développé.

De nouveaux nombres et ensembles, de $\mathbb{N}$ à $\mathbb{R}$ en passant par $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$, sont apparus au cours de cette longue évolution, facilitant ainsi la vie quotidienne et aidant à la résolution de problèmes mathématiques.

Et cette évolution ne s'arrête pas aux nombres réels : ces différents ensembles sont inclus dans des structures plus vastes encore, où les nombres sont qualifiés d'*imaginaires*, de *complexes*...

Nombres réels

Apprentissages visés

- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme de puissance, de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation (quatre opérations, puissances et racines)
- Connaissance et utilisation des différentes écritures d'un même nombre
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice
- Prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations

Sommaire

Nombres relatifs

FICHIER Que sais-je ? p. 1

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO1

NO2 Je pense donc je suis

Je pense à un nombre, je lui retranche (–12) et je trouve 3. Quel est ce nombre ?

« *Je pense donc je suis* » est la traduction française de l'expression latine « *Cogito, ergo sum* » due à René Descartes (1596-1650) et apparaissant dans son livre *Discours de la méthode* (1637).

Descartes est un philosophe, mathématicien et physicien français dont l'influence a été essentielle en philosophie et dans le développement de la pensée scientifique. Pour Descartes, le fait de pouvoir penser donne tout son sens à l'existence de l'homme.

NO3 Yoyo de températures

Lundi, la température était de 5 °C. Mardi, elle a baissé de 6 °C ; mercredi, elle est remontée de 2 °C ; jeudi elle a baissé de 4 °C et vendredi, elle a encore baissé de 2 °C.

Quelle était la température le vendredi ?

Multiplication et division de nombres relatifs

NO4 Par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+3) \cdot (+2) = (+6)$	$(-3) \cdot (+2) = (-6)$
$(+3) \cdot (-2) = (-6)$	$(-3) \cdot (-2) = (+6)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+7) \cdot (-3)$ **c)** $(-5) \cdot (+2)$ **e)** $(-1) \cdot (-11)$ **g)** $(-6) \cdot (-8)$

b) $(+9) \cdot (-6)$ **d)** $(+4) \cdot (+8)$ **f)** $(+7) \cdot (+10)$ **h)** $(-3) \cdot (+6)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO5 Intuition et calculatrice

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+5) \cdot (+4)$ **b)** $(+5) \cdot (-4)$ **c)** $(-5) \cdot (+4)$ **d)** $(-5) \cdot (-4)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(+8) \cdot (+3)$ **g)** $(-2) \cdot (+9)$ **i)** $(-10) \cdot (-300)$ **k)** $(+6) \cdot (+8)$

f) $(-40) \cdot (-7)$ **h)** $(+5) \cdot (-12)$ **j)** $(+11) \cdot (-4)$ **l)** $(-9) \cdot (+7)$

Comment multiplier deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

FICHIER NO6 et NO7

NO8 Encore par analogie

Aide-toi de ces quatre égalités

$(+15) : (+3) = (+5)$	$(-15) : (+3) = (-5)$
$(+15) : (-3) = (-5)$	$(-15) : (-3) = (+5)$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+48) : (-4)$ **c)** $(-20) : (+2)$ **e)** $(-100) : (-5)$ **g)** $(+64) : (+8)$

b) $(-24) : (+6)$ **d)** $(+27) : (+3)$ **f)** $(-35) : (-7)$ **h)** $(+49) : (-7)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO9 Confrontations

Effectue ces calculs, puis confronte tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+30) : (+6)$ **b)** $(-30) : (+6)$ **c)** $(+30) : (-6)$ **d)** $(-30) : (-6)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(-40) : (-8)$ **g)** $(-32) : (+8)$ **i)** $(+56) : (-7)$ **k)** $(+12) : (-3)$

f) $(+60) : (+12)$ **h)** $(+10) : (+5)$ **j)** $(-42) : (+7)$ **l)** $(-200) : (-40)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO10 Renversant !

On peut justifier la réponse d'une division par l'exemple ci-dessous :

21 : 7 = 3 car 3 · 7 = 21

En t'appuyant sur cet exemple, trouve la réponse aux calculs suivants.

a) (+45) : (−9) = ■ car ■ · (−9) = (+45)

b) (−45) : (+9) = ■ car ■ · (+9) = (−45)

c) (−45) : (−9) = ■ car ■ · (−9) = (−45)

FICHIER NO11 à NO17

NO18 Avec des jetons

A l'aide des jetons suivants, trouve :

a) deux nombres dont la somme est (−20) ;

b) deux nombres dont le quotient est (−9) ;

c) trois nombres dont le produit est (−320) ;

d) deux nombres dont la différence est (+5).

NO19 Le 10^{e}

Observe chaque suite de nombres et détermine la valeur du dixième terme.

a)	1	3	5	7	9	…
b)	−5	−2	1	4	7	…
c)	−11	−8	−10	−7	−9	…
d)	−13,5	−12	−10,5	−9	−7,5	…
e)	−7	−9,5	−12	−14,5	−17	…

NO20 Hommage à Jacques

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne 31 :

$6 \cdot 7 - 11 = 31$	**Le rire est d**
a) $-9 - 6 + 4$	**t des cocotiers Qui écr**
b) $-1 - 9 \cdot 2$	**irs devienne**
c) $-5 \cdot 4 + 40$	**ur Le mot d**
d) $2^4 - 5^2$	**st au hasard Et passen**
e) $49 + 2 \cdot 7$	**s de mise Aux**
f) $50 : 5 : 2$	**x-tu que je te**
g) $58 - 3^2$	**n'est pa**
h) $8 \cdot 3 + 8 \cdot 6$	**s pirogues s'en vo**
i) $(121 - 10^2) : 3$	**mour Que les sœurs d'alen**
j) $(20 - 9) \cdot 7$	**ans le re**
k) $[9 - (-1)] : 5$	**oyageur L'avenir e**
l) $63 : 21$	**Marquises…**
m) $31 - 6^2$	**ans le cœ**
n) $(-11)^2$	**ivent des chants d'a**
o) $\sqrt{7 + 7 \cdot 6} + 1$	**tour Ignorent d'ignorer Le**
p) $25 \cdot 4 : (-100)$	**nnent Et mes souven**
q) $(-19 + 29) \cdot 4$	**nt Ce que les vieux**
r) $5^2 \cdot 2 + 8$	**dise Gémir**
s) $72 : 3 + 1$	**nt Les pirogues s'en vie**
t) $\sqrt{77 + 2^2}$	**gard Le cœur est v**
u) $(40 + 160) : 4$	**en font Veu**

Jacques Brel (1929-1978) est un chanteur, parolier, compositeur et acteur belge. On lui doit, parmi son œuvre prolifique, des chansons souvent poétiques *(Le plat pays, J'arrive)*, passionnées *(Ne me quitte pas, Quand on n'a que l'amour, Jef, Jojo)* ou alors satiriques *(Les bourgeois, Ces gens-là)*.

En 1977, il enregistre son dernier disque, « Les Marquises ». C'est sur une des îles de cet archipel de la Polynésie française que Brel est enterré, non loin de la tombe de Paul Gauguin.

FICHIER Faire le point p. 5

Nombres rationnels

FICHIER Que sais-je ? p. 6

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO21 et NO22

NO23 On cherche

Détermine ces nombres.

a) ppmc (20 ; 35) **b)** ppmc (50 ; 60) **c)** pgdc (360 ; 480) **d)** pgdc (45 ; 81)

NO24 On calcule

Note le calcul que tu effectues, puis donne la réponse.

a) Trois cinquièmes de 180

b) 10 % de 122 francs

c) $\frac{9}{8}$ de 160

d) 150 % de 300 francs

FICHIER NO25

NO26 Randonnée fractionnée

Au cours d'une randonnée de trois jours, on a parcouru quatre neuvièmes du chemin le premier jour, un tiers le deuxième jour.

Quelle fraction de la randonnée a-t-on effectuée le troisième jour ?

NO27 Les dégâts de Lothar

Fin décembre 1999, les deux cinquièmes d'un verger, soit 300 arbres, ont été déracinés par l'ouragan Lothar.

Combien d'arbres ont résisté à la tempête ?

Les très nombreux arbres arrachés ont été utilisés dans toute la Suisse, par exemple ici, pour fabriquer un banc.

Lothar est le nom donné par les météorologistes européens à la tempête du 26 décembre 1999 en Europe. Accompagnée de vents de force équivalente à un ouragan de catégorie 1, elle a dévasté le nord de la France et de la Suisse, l'Allemagne et le Danemark, et causé des dommages sans précédent, en particulier aux forêts.

Pour nommer les tempêtes qui touchent les pays européens, on se réfère à une liste qui est établie au début de l'année à Berlin. Elles reçoivent des noms féminins durant les années paires et masculins durant les années impaires.

La lettre initiale du prénom indique le rang de la tempête durant l'année : Lothar a été la douzième tempête européenne de l'année 1999, *L* étant la douzième lettre de notre alphabet ; celle qui lui succéda, quelques heures plus tard, fut baptisée Martin.

NO28 Cadeau de fin d'année

En fin d'année, une menuiserie décide de partager une petite somme d'argent entre ses quatre employés, en fonction du nombre d'années de travail passées dans l'entreprise.

La somme est répartie ainsi :

- un sixième pour le premier employé ;
- un tiers pour le deuxième ;
- un douzième pour le troisième ;
- 250 francs pour le quatrième.

a) Quelle fraction de la somme le quatrième employé reçoit-il ?

b) Quelle somme totale a été partagée entre les quatre employés ?

Multiplication et division de fractions

FICHIER NO29

NO30 Un pour tous, tous pour un

Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan proposent quatre manières d'effectuer la multiplication $\frac{3}{4} \cdot 5$.

Athos : $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{20}$

Porthos : $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$

Aramis : $\frac{3}{4} \cdot 5 = 3 \cdot \frac{5}{4} = 3 \cdot 1{,}25 = 3{,}75$

D'Artagnan : $\frac{3}{4} \cdot 5 = 0{,}75 \cdot 5 = 3{,}75$

Qui a raison ?

Célèbre s'il en est et symbole de l'union sacrée entre amis, la devise « Un pour tous, tous pour un ! » a été proclamée dans un célèbre roman historique d'Alexandre Dumas père (1802-1870)... Fiers soldats au service du roi de France Louis XIII contre le cardinal de Richelieu, et se battant pour sauver l'honneur de la reine Anne d'Autriche, les trois mousquetaires étaient pourtant... quatre !

Par ailleurs, « Un pour tous, tous pour un ! » – « Einer für alle, alle für einen » dans sa traduction allemande et « Uno per tutti, tutti per uno » dans sa traduction italienne – est considérée comme étant la devise de la Confédération helvétique. Elle est inscrite, dans sa version latine « Unus pro omnibus, omnes pro uno », dans la coupole du Palais fédéral, à Berne.

Gravure de Huyot d'après Maurice Leloir : Athos, Porthos, Aramis et D'Artagnan.

FICHIER NO31 à NO37

NO38 A l'inverse

En utilisant chacun des dix nombres suivants, une et une seule fois, forme cinq couples dont le produit vaut 1.

$3{,}5 \qquad -\frac{2}{3} \qquad 0{,}\overline{6} \qquad -\frac{4}{1} \qquad \frac{2}{7} \qquad \frac{5}{8} \qquad \frac{3}{2} \qquad -1{,}5 \qquad -0{,}25 \qquad 1{,}6$

NO39 Dépenses

Un élève a dépensé les deux tiers de son argent de poche pour s'acheter des DVD et le quart pour de la musique en ligne.

Quelle fraction de son argent de poche a-t-il dépensée jusqu'à maintenant ?

NO40 Encore des dépenses

Un élève a dépensé les trois cinquièmes de son argent de poche. Deux tiers de cet argent ont servi à acheter des CD.

Quelle fraction de son argent de poche représente cet achat ?

NO41 Distribution de caramels

Gaëlle a acheté un paquet de caramels. Elle a donné le quart des caramels à Samira, puis le cinquième de ce qui restait à Malik.

a) Quelle fraction des caramels est-il resté à Gaëlle ?

b) S'il y avait 60 caramels dans le paquet, combien chacun en a-t-il reçus ?

NO42 Ce n'est pas pareil !

Quelle expression ne donne pas un résultat identique aux autres ?

NO43 On multiplie pour diviser

1. Aide-toi de ces deux égalités pour trouver une règle te permettant de diviser des fractions entre elles.

$$\frac{5}{7} : 3 = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{21} \qquad \frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{10}$$

2. Utilise cette règle pour effectuer les divisions suivantes :

a) $\frac{7}{8} : 21$ **b)** $6 : \frac{3}{4}$ **c)** $\frac{4}{5} : \frac{1}{3}$ **d)** $\frac{15}{16} : \frac{3}{8}$

NO44 Inversons !

Quel est l'inverse de :

a) 6 **c)** $-\frac{2}{3}$ **e)** $0{,}1$ **g)** $\frac{3}{7}$ **i)** $\sqrt{9}$

b) $\frac{1}{10}$ **d)** $0{,}01$ **f)** -1 **h)** 0 **j)** 5^2

NO45 Division

Maurice, Gilles, Jean-Michel et Serge effectuent la même division, mais différemment :

Maurice

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

Gilles

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{200}{25} = 8$$

Jean-Michel

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{\cancel{20}^{4}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{5}_{1}} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$$

Serge

$$\frac{\cancel{20}^{2}}{\cancel{5}_{1}} : \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}_{1}} = \frac{2}{1} : \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

Qui a raison ?

FICHIER NO46 à NO49

NO50 On mélange

Effectue.

a) $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}$ **c)** $\frac{3}{2} : \frac{4}{7} : \frac{1}{4}$ **e)** $\frac{3}{8} : \frac{4}{5} : 4$ **g)** $-\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 6$

b) $\frac{9}{4} : \frac{2}{3}$ **d)** $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{4}$ **f)** $\frac{3}{8} : \left(\frac{4}{5} : 4\right)$ **h)** $\frac{3}{4} \cdot 0 : \frac{1}{2}$

NO51 La tarte

Il reste les trois quarts d'une tarte. On partage ce reste à parts égales entre six personnes.

Quelle fraction de la tarte chaque personne reçoit-elle ?

NO52 L'autre

Le produit de deux fractions est $\frac{2}{5}$. L'une des fractions est $\frac{8}{15}$. Quelle est l'autre ?

NO53 Disque dur

Les trois septièmes du disque dur d'un ordinateur sont occupés par les logiciels et le quart par de la musique et des documents divers.

Quelle fraction du disque dur est encore disponible ?

NO54 Romans

Dans une bibliothèque, deux tiers des livres sont des romans. Parmi ceux-ci, deux neuvièmes sont des romans policiers.

Quelle fraction des livres de la bibliothèque représentent les romans policiers ?

NO55 Le réservoir

Le réservoir d'une voiture est rempli aux trois quarts de sa capacité. Lors de ses précédents voyages, Morgane a pu observer que sa voiture consommait le huitième du réservoir chaque fois qu'elle parcourait 100 kilomètres.

En posant une seule opération, trouve le nombre de centaines de kilomètres que Morgane pourra parcourir avec le carburant dont elle dispose.

NO56 Mystère

Ecris un nombre naturel. Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.

Multiplie le résultat par $\frac{4}{7}$.

Ajoute le nombre initial.

Indique à ton voisin, sous forme de fraction irréductible, le résultat que tu as obtenu. Demande-lui de retrouver le nombre initial que tu as écrit.

NO57 Basket

Lors d'un match de basket, une équipe a marqué 75 points. Les trois cinquièmes ont été marqués durant les deux premiers quart-temps.

Quel est le nombre de points inscrits par cette équipe lors des deux derniers quarts ?

NO58 Vente du terroir

Un producteur de jus de pommes vend les cinq septièmes de sa récolte, à savoir 210 litres.

Combien de litres de jus de pommes a-t-il produits au total ?

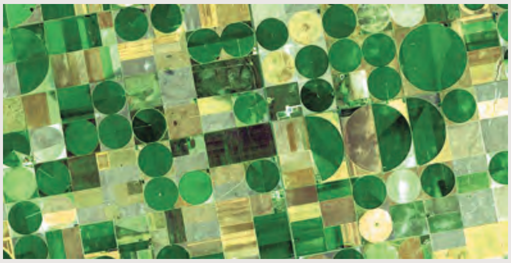
NO59 Question d'eau

Le volume d'eau présent sur notre planète est composé de 97,2 % d'eau salée et de 2,8 % d'eau douce. Les glaciers contiennent 80 % des réserves d'eau douce du globe.

Quel pourcentage du volume total d'eau sur notre planète les glaciers représentent-ils ?

La gestion des eaux, les circuits d'eau potable et des eaux usées, ainsi que l'irrigation artificielle pour l'agriculture sont des préoccupations très anciennes pour les êtres humains. Les traces des premières civilisations se trouvent toutes près des grands fleuves, comme le Tigre et l'Euphrate pour les Babyloniens ou le Nil pour les Egyptiens.

Dans la Perse antique fut entreprise la construction de hauts barrages et de canalisations, parfois à plus de 300 m sous terre pour éviter tout effet d'évaporation, en vue d'amener l'eau jusqu'aux foyers de population.



Des disques de verdure créés grâce à l'irrigation à pivot central, au Kansas, Etats-Unis.

FICHIER Faire le point p. 15

Pour consolider et approfondir

NO60 Inverses et opposés

Quels sont les opposés et les inverses de :

a) 0 **c)** -20 **e)** $-0{,}03$ **g)** 2π **i)** $\sqrt{3}$

b) -1 **d)** 1548 **f)** $\frac{27}{4}$ **h)** $-\frac{3}{5}$ **j)** $\frac{1}{\pi}$

FICHIER NO61

NO62 A propos de fractions

1. Quels sont ces nombres ?

a) L'inverse de $\frac{7}{4}$

b) Cinq de moins que $\frac{7}{4}$

c) La moitié de $\frac{7}{4}$

d) L'opposé de $\frac{7}{4}$

e) Le triple de $\frac{7}{4}$

2. Qui suis-je ?

a) Le plus grand nombre entier inférieur à $-\frac{14}{5}$

b) Deux fois plus petit que $\frac{9}{7}$

c) Plus grand que $-\frac{12}{5}$ et plus petit que $-\frac{11}{5}$

d) Quatre unités de moins que $-\frac{28}{5}$

e) Trois fois plus grand que $\frac{16}{3}$

FICHIER NO63 et NO64

NO65 Les cinq opérations

Calcule.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

b) $\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$

c) $1{,}2 + \frac{3}{10}$

d) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$

e) $\frac{4}{9} - \frac{5}{12}$

f) $\frac{6}{100} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}$

g) $\frac{11}{6} - \frac{3}{4}$

h) $\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5}$

i) $\frac{9}{16} - \frac{1}{4}$

j) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

k) $\frac{3}{7} : \frac{7}{6}$

l) $\frac{3^2}{10} + 0{,}1$

m) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$

n) $\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$

o) $4 - \frac{7}{4} + \frac{1}{2}$

p) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$

q) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$

r) $6 \cdot \frac{5}{3}$

s) $\frac{\frac{2}{3}}{4}$

t) $0{,}25 \cdot \frac{2}{5}$

u) $\frac{12}{\frac{8}{5}}$

v) $\frac{1}{2} \cdot \frac{-4}{5}$

w) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

x) $\frac{3}{2} : 0{,}\overline{3}$

NO66 Taquin

Une famille de quatre personnes est composée des deux parents et des enfants Emilie et Damien. Ce dernier aime bien taquiner sa sœur Emilie ! Il lui dit : « Je vais manger les deux tiers de la moitié des trois quarts du gâteau. Comme ça j'en aurai mangé plus que ma part ! »

L'affirmation de Damien est-elle correcte ?

NO67 NBA

En NBA, un match de basketball est constitué de quatre quart-temps de douze minutes chacun. Au cours d'un match, le meneur de jeu a joué sept minutes au premier quart-temps, neuf minutes au deuxième, six minutes au troisième et dix minutes au dernier.

A quelle fraction du match entier son temps de jeu correspond-il ?

La National Basketball Association (NBA), créée en 1946, est la principale ligue de basketball nord-américaine et présente, sans doute, le plus haut niveau mondial de ce sport. Le championnat comprend 30 équipes, réparties en deux conférences (Est et Ouest). Au terme d'une saison régulière comptant 82 matchs, les 16 équipes qualifiées s'affrontent en séries éliminatoires (playoffs) ; la finale voit s'affronter la meilleure équipe de la Conférence Est contre la meilleure équipe de la Conférence Ouest. L'équipe qui parvient la première à remporter quatre matchs est nommée championne (source WP).

Thabo Sefolosha, premier basketteur suisse à avoir intégré, dès 2006, la NBA.

NO68 On visse

Une vis de 3 cm s'enfonce de $\frac{3}{11}$ cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO69 Rebond infini ?

Une balle rebondit aux trois quarts de la hauteur à laquelle elle a rebondi précédemment.

Quelle fraction de la hauteur initiale atteint-elle au troisième rebond ?

FICHIER NO70

NO71 Tour de passe-passe

si le nombre $n = 1{,}45454545\ldots$

alors $100 \cdot n = 145{,}454545\ldots$

comme $n = 1{,}45454545\ldots$

on a donc $99 \cdot n = 144$

il s'ensuit que $n = \frac{144}{99}$, que l'on peut écrire $\frac{16}{11}$ sous sa forme irréductible

a) En utilisant la même méthode, transforme les écritures décimales suivantes en écriture fractionnaire.

$13{,}\overline{6}$ $\quad$ $0{,}\overline{72}$ $\quad$ $2{,}0\overline{4}$ $\quad$ $0{,}\overline{428571}$

b) Ta calculatrice te permet-elle aussi de trouver cette écriture fractionnaire ?

Puissances et racines

FICHIER Que sais-je ? p. 18

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER NO72 à NO74

NO75 Les abeilles

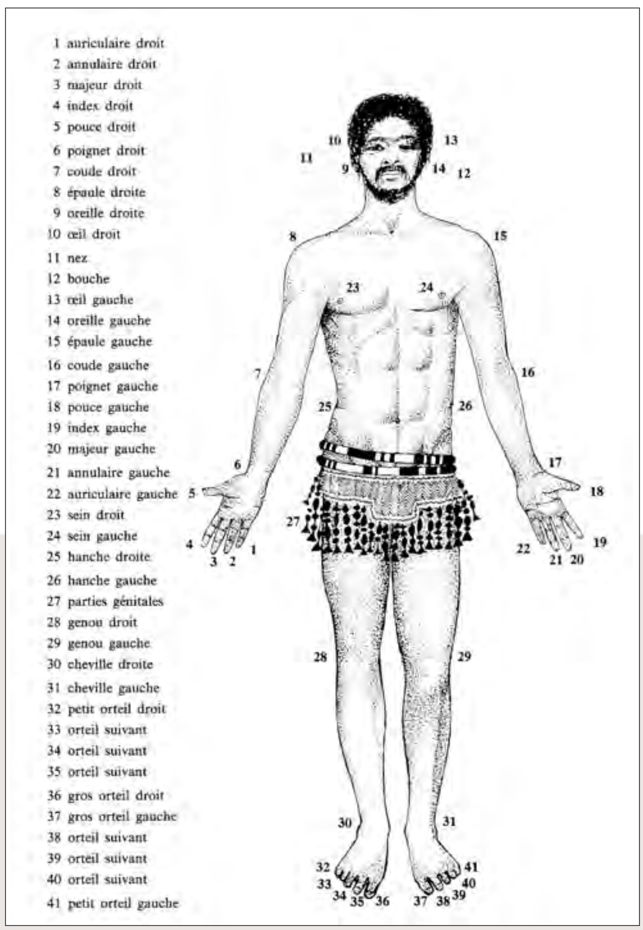
Pour produire 1 g de miel, les abeilles doivent butiner 7500 fleurs. Si les abeilles d'une ruche ont produit 5 kg de miel, combien de fleurs ont-elles butinées ?

Donne la réponse en notation scientifique.

Puissances et notation scientifique

NO76 Pouce

En pliant ou non chaque doigt d'une main, combien de signes différents peux-tu représenter ?



Dans son extraordinaire ouvrage *Histoire universelle des chiffres*, Georges Ifrah évoque ces populations qui utilisaient leur corps tout entier pour compter, permettant ainsi à l'être humain d'avoir en tout temps sa calculatrice avec lui, bien avant nos machines à calculer et autres téléphones portables aux multiples fonctions.

Procédé corporel utilisé par certaines populations qui désignaient une partie de leur corps pour indiquer le nombre souhaité.

NO77 Correctes ou pas ?

1. Ces égalités sont-elles correctes ?

a) $3^6 \cdot 3^4 \stackrel{?}{=} 3^5 \cdot 3^5$ b) $6^4 \cdot 6^2 \stackrel{?}{=} 6^2 \cdot 3^5$ c) $5^3 \cdot 5^5 \stackrel{?}{=} (5^3)^2$

2. Calcule mentalement.

a) $3^2 \cdot 2^5 \cdot 3 \cdot 5^5$ b) $7^2 + 3^2$ c) $(3^7 \cdot 4^7) : (6^5 \cdot 2^5)$

FICHIER NO78

NO79 Sans calculatrice

Calcule et donne le résultat en notation scientifique.

a) 100 000 · 1000

b) 435 000 · 0,000 2

c) 25 000 : 500 000

d) 1250 : 0,001 5

e) 0,0001 : 20 000

f) 0,000 002 05 · 4 000 000 000

FICHIER NO80

NO81 Planètes en tout genre

a) La somme des masses des planètes est-elle supérieure à celle du Soleil ($2 \cdot 10^{27}$ t) ?

b) Jupiter est la plus grande planète du système solaire.
La somme des rayons des autres planètes est-elle supérieure au rayon de Jupiter ?

Planète	**Masse** (kg)	**Rayon** (km)
Mercure	$3 \cdot 10^{23}$	2400
Vénus	$5 \cdot 10^{24}$	6100
Terre	$6 \cdot 10^{24}$	6400
Mars	$6 \cdot 10^{23}$	3400
Jupiter	$2 \cdot 10^{27}$	71 500
Saturne	$6 \cdot 10^{26}$	60 300
Uranus	$9 \cdot 10^{25}$	25 600
Neptune	10^{25}	24 800

NO82 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

a) Sans ta calculatrice, détermine le rapport entre le diamètre du système solaire et celui d'un atome d'argent.
Diamètre du système solaire : 125 000 000 000 km
Diamètre d'un atome d'argent : 0,000 000 000 000 25 km

b) Exprime avec des mots ce que signifie le rapport que tu viens de calculer.

NO83 La nébuleuse de la Tête de Cheval

a) Après le Soleil, l'étoile la plus proche de la Terre est Proxima du Centaure située à 4,22 années-lumière.
Sachant que la lumière parcourt 300 000 km par seconde, quelle est la distance en kilomètres entre la Terre et Proxima du Centaure ?

b) La nébuleuse de la Tête de Cheval se situe à 1500 années-lumière de la Terre. A quelle distance de notre planète, en kilomètres, se trouve cette nébuleuse ?

Une **nébuleuse** (du latin *nebula*, nuage) désigne, en astronomie, un vaste nuage de gaz et de poussières interstellaires, d'aspect diffus.

La nébuleuse de la **Tête de Cheval**, officiellement connue sous le nom de « **Barnard 33** », est une nébuleuse située à 1500 années-lumière de la Terre dans la constellation d'Orion. Elle est facilement reconnaissable à sa forme qui lui a donné son nom.

NO84 Molécules absorbées

Une molécule d'eau a une masse de $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

Combien de molécules d'eau absorbes-tu en buvant un verre de 2 dl d'eau ?

En Suisse, les plus anciens vestiges d'installations destinées à l'alimentation en eau datent de l'âge du bronze : citerne rectangulaire en mélèze (XVI^{e} siècle av. J.-C.) à Savognin et captage de source à Saint-Moritz Bad (XIV^{e} siècle av. J.-C.), toutes deux situées dans les Grisons.

Grâce aux Romains, dans le I^{er} siècle apr. J.-C., des villes comme Avenches, Nyon ou Martigny avaient des infrastructures d'amenée et d'évacuation des eaux. Six aqueducs alimentaient Avenches ; un aqueduc long de 10 km amenait les eaux de Divonne-les-Bains (F) à Nyon. Dans la région bâloise, un canal de 6,5 km venait du sud vers la ville haute d'Augusta Raurica, où il existait un réseau de distribution sous pression et sans doute un château d'eau.

Il a pourtant fallu attendre le milieu du XX^{e} siècle pour que la quasi-totalité des foyers, urbains et ruraux de Suisse, profitent de l'eau courante à domicile.

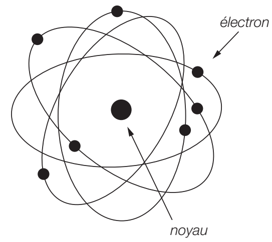
En Valais, les bisses, datant parfois de plusieurs siècles et amenant l'eau des montagnes jusqu'à flanc de coteau et en plaine, sont de remarquables constructions parfois très spectaculaires – ici le bisse d'Ayent construit vers 1440.

NO85 Modèle atomique de Bohr

La matière, même la plus dure, est composée essentiellement de vide !

En effet, si le diamètre d'un atome est de quelque 10^{-10} m, celui du noyau atomique est de l'ordre de 10^{-15} m seulement.

Si une tête d'épingle représente le noyau atomique, quel est, à la même échelle, le diamètre de l'atome ?



Modèle atomique de Bohr

Un **modèle scientifique** peut être une représentation de ce qu'on ne peut pas voir directement pour différentes raisons.

Le modèle de Bohr de la structure atomique, énoncé en 1913 par le physicien danois Niels Bohr (1885-1962), est fondé sur le modèle planétaire de Rutherford, dans lequel l'atome est considéré comme un noyau compact, composé de protons et de neutrons, entouré d'un essaim d'électrons. Le modèle propose que les électrons qui gravitent autour du noyau soient situés sur des niveaux d'énergie. Bohr en a identifié sept, chacun d'eux ne pouvant contenir qu'un nombre maximal d'électrons.

Ce modèle est encore utilisé pour le grand public et dans l'enseignement, mais d'autres modèles plus valides ont été développés depuis.

NO86 Atome d'hydrogène

Selon le modèle de Bohr, l'atome d'hydrogène est composé d'un proton en son noyau et d'un électron qui gravite autour de ce dernier sur une orbite circulaire.

Sachant que la distance de l'électron au proton est de $5 \cdot 10^{-9}$ m et qu'il fait 10 000 tours à la seconde, combien de mètres parcourt-il en une année ?

NO87 Chaîne de cuivre

La masse de 1 cm^3 de cuivre est 9 g. Celle d'un atome de ce même métal est 10^{-22} g. Le diamètre d'un atome est 10^{-10} m.

Si l'on formait une chaîne en disposant côte à côte tous les atomes contenus dans 1 cm^3 de cuivre, serait-elle suffisamment longue pour faire le tour de la Terre ?

NO88 Hémoglobine

a) Quel est le volume total des globules rouges d'un individu ?

b) Quelle serait approximativement la hauteur d'une colonne formée d'un empilement de tous les globules rouges de ce même individu ?

Les globules rouges
Le corps renferme 5 à 6 litres de sang. Celui-ci est un liquide (plasma) dans lequel nagent les globules rouges et les globules blancs. Les globules rouges sont minuscules. Ils ont la forme d'un cylindre de $4 \cdot 10^{-5}$ mm^2 de base et leur épaisseur est d'environ $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ mm. Une goutte de sang de 1 mm^3 en contient environ 5 millions.

Racines

NO89 L'arête d'un cube

Deux personnes mesurent l'arête d'une boîte cubique de 2 litres.
L'une trouve 12,5 cm et l'autre 12,6 cm.

Qui a raison ?

NO90 La diagonale d'un cube

Jimmy et Caroline ont mesuré chacun la diagonale d'un cube de 10 cm d'arête. Jimmy obtient 17,4 cm et Caroline 17,3 cm.

Qui a raison ?

NO91 Encadrement

Sans utiliser ta calculatrice, encadre les racines suivantes à l'aide de deux nombres entiers.

a) $\sqrt{1400}$ **c)** $\sqrt{18}$ **e)** $\sqrt{888}$ **g)** $\sqrt{6 \cdot 7}$

b) $\sqrt{0{,}4}$ **d)** $\sqrt[3]{1400}$ **f)** $\sqrt{150}$ **h)** $\sqrt[3]{-900}$

NO92 Estimations et vérifications

Estime les nombres suivants :

a) $\sqrt{47}$ **d)** $\sqrt{10\,000}$ **g)** $\sqrt{1{,}44}$ **j)** $\sqrt{438}$

b) $\sqrt{470}$ **e)** $\sqrt[3]{1\,000\,000}$ **h)** $\sqrt{1600}$ **k)** $\sqrt{2^{10}}$

c) $\sqrt[3]{470}$ **f)** $\sqrt[5]{100\,000}$ **i)** $\sqrt{10^6}$ **l)** $\sqrt{\frac{28}{27}}$

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

NO93 Règles et racines

Vrai ou faux ?

a) La racine carrée d'une somme de deux termes est égale à la somme des racines carrées de chacun de ces deux termes.

b) Le produit des racines carrées de deux nombres est égal à la racine carrée du produit de ces deux nombres.

c) Le carré de la racine carrée d'un nombre positif est égal à ce nombre.

d) La racine carrée du quotient de deux nombres est égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres.

NO94 Déracinés

Ces égalités sont-elles vraies ?

a) $\sqrt{225} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$

b) $\sqrt{4 + 32} \stackrel{?}{=} \sqrt{4} + \sqrt{32}$

c) $\sqrt{9 \cdot 100} \stackrel{?}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{100}$

d) $\sqrt{64 - 16} \stackrel{?}{=} \sqrt{64} - \sqrt{16}$

e) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{100} \stackrel{?}{=} \sqrt{1600}$

f) $\sqrt{\dfrac{100}{25}} \stackrel{?}{=} \dfrac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

g) $(\sqrt{25})^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{25} \cdot \sqrt{25}$

h) $49 \stackrel{?}{=} (\sqrt{49})^2$

i) $\sqrt[3]{3} \stackrel{?}{=} 1$

j) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \stackrel{?}{=} 5$

k) $\sqrt{10\,000} + \sqrt{400} \stackrel{?}{=} \sqrt{10\,000 + 400}$

l) $\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}} \stackrel{?}{=} \sqrt{\dfrac{144}{36}}$

NO95 On applique

Calcule.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt{(-3)^2}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{800}$

d) $(\sqrt{17})^2$

e) $\sqrt{169 \cdot 16}$

f) $\sqrt{1521}$

g) $\sqrt{81} + \sqrt{121}$

h) $\sqrt{12} : \sqrt{3}$

i) $\dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}}$

j) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$

FICHIER NO96

NO97 Extractions

Exemple : $\sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{3}$

Fais de même avec les expressions suivantes, afin d'en extraire le plus grand entier possible.

a) $\sqrt{175}$

b) $\sqrt{72}$

c) $\sqrt{300}$

d) $\sqrt[3]{1080}$

e) $\sqrt{400\,000}$

f) $5\sqrt{252}$

g) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$

i) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{72}$

j) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

k) $\sqrt[3]{-125}$

l) $\sqrt[3]{48}$

NO98 Traitement de racines

Dans chaque série de nombres, l'un d'entre eux n'est pas égal aux autres.

Retrouve cet intrus.

a) $\sqrt{60}$; $\sqrt{15} \cdot \sqrt{4}$; $2\sqrt{15}$; $3\sqrt{20}$; $\sqrt{12} \cdot \sqrt{5}$

b) $\sqrt{27}$; $\sqrt{20+7}$; $3\sqrt{3}$; $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$; $3\sqrt{9}$

c) $\sqrt{441}$; $\sqrt{49} \cdot \sqrt{9}$; $7\sqrt{9}$; $\sqrt{21} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$; $\sqrt{400} + \sqrt{21}$

d) $\sqrt{\dfrac{25}{64}}$; $\dfrac{1}{8}\sqrt{25}$; $\dfrac{5}{8}$; $\dfrac{2{,}5}{6{,}4}$; $\dfrac{5}{\sqrt{64}}$

NO99 Manipulation de racines

1. Sachant que $\sqrt{2} \cong 1{,}4$; $\sqrt{3} \cong 1{,}7$; $\sqrt{5} \cong 2{,}2$; $\sqrt{7} \cong 2{,}6$, estime les nombres suivants :

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$
e) $\sqrt{600}$
i) $\sqrt{0{,}07}$
m) $\sqrt{2\,000\,000}$

b) $\sqrt{32}$
f) $\sqrt{35}$
j) $\sqrt{50}$
n) $\sqrt{2500}$

c) $\sqrt{98}$
g) $\sqrt{3500}$
k) $\sqrt{500}$
o) $\sqrt{21}$

d) $\sqrt{6}$
h) $\sqrt{0{,}03}$
l) $\sqrt{27}$

Vérifie ensuite avec ta calculatrice.

2. Réduis, si possible, les expressions suivantes.

a) $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$
b) $\sqrt{50} + \sqrt{98}$
c) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$
d) $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{18}$

FICHIER **Faire le point p. 21**

Encore quelques problèmes

NO100 La Voie lactée

La vitesse de révolution du Soleil autour de l'axe de la Voie lactée est-elle supérieure à celle d'un bolide de formule 1 ?

La Voie lactée, notre galaxie, ressemble à un disque. Elle est constituée d'environ deux cents milliards d'étoiles, dont la plupart sont semblables au Soleil.

Toutes ces étoiles tournent autour de l'axe de rotation du disque. Le Soleil se trouve à $3 \cdot 10^{17}$ km du centre galactique. Depuis sa naissance, il y a 4,5 milliards d'années, il a effectué une vingtaine de tours.

NO101 Au cœur du Soleil

a) Chaque seconde, 4 millions de tonnes de matière sont transformées en énergie à l'intérieur du Soleil.

« A ce rythme-là, il va bientôt s'éteindre », pense Aurélie.

A-t-elle raison ?

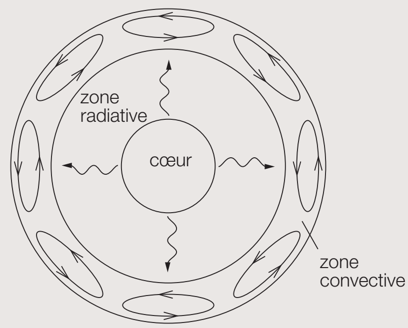
b) Dans le cœur du Soleil, dont la masse représente 20 % de celle de l'astre, des réactions nucléaires transforment chaque seconde 600 millions de tonnes d'hydrogène en hélium.

Actuellement, il ne reste que 30 % d'hydrogène au cœur du Soleil. Lorsque celui-ci ne contiendra plus que de l'hélium, le volume du Soleil augmentera et son rayon atteindra l'orbite de Mars. La Terre sera ainsi vaporisée.

Dans combien de temps ?

Le Soleil

Age :	4,5 milliards d'années
Rayon :	700 000 km
Masse :	$2 \cdot 10^{27}$ t
Composition :	70 % d'hydrogène
	28 % d'hélium
	2% d'autres éléments
	(pourcentages relatifs à la masse)



Représentation schématique du Soleil

NO102 Du côté de l'arête

a) Quelle est l'aire d'un carré dont le côté mesure $\sqrt{2}$?

b) Quel est le volume d'un cube dont l'arête mesure $\sqrt{2}$?

c) Quelle est l'aire totale des faces d'un cube dont le volume vaut 2 ?

NO103 On se questionne

Voici six nombres :

-1 $\qquad \sqrt{2} - 1$ $\qquad \sqrt{2-1}$ $\qquad 0$ $\qquad -1^2$ $\qquad \sqrt{-9}$

Lesquels sont :

a) négatifs ?

b) positifs ?

c) ni positifs, ni négatifs ?

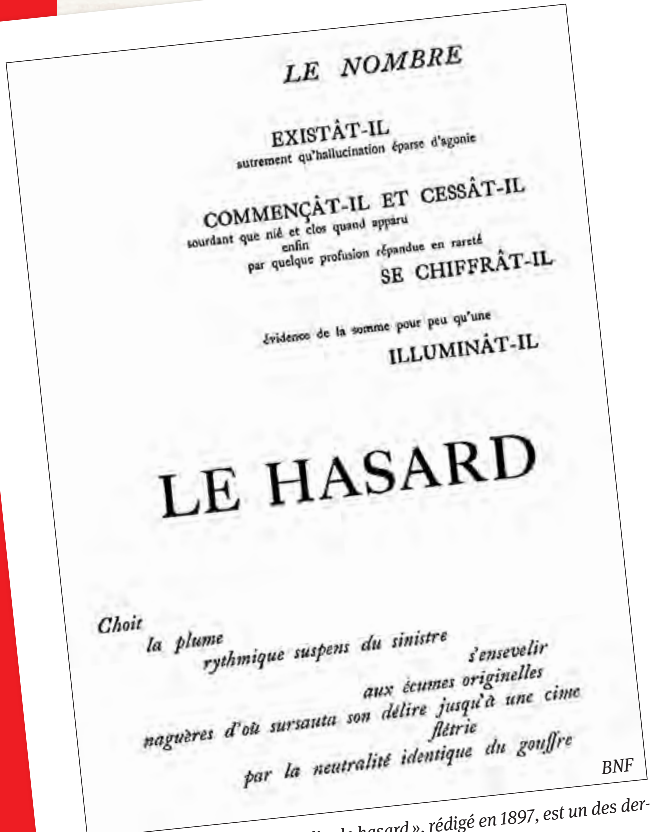
d) des nombres rationnels ?

e) des nombres réels ?

NO104 Déguisements

Classe ces nombres dans l'ordre croissant.

$\frac{14}{98}$ $\qquad \sqrt{289}$ $\qquad \frac{\pi}{2}$ $\qquad -\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$ $\qquad -3{,}14$ $\qquad \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\qquad \frac{22}{7}$ $\qquad \sqrt{\frac{144}{16}}$ $\qquad 1-\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\qquad 1{,}618$


LE NOMBRE

EXISTÂT-IL
autrement qu'hallucination éparse d'agonie

COMMENÇÂT-IL ET CESSÂT-IL
sourdant que nié et clos quand apparu
enfin
par quelque profusion répandue en rareté
SE CHIFFRÂT-IL

évidence de la somme pour peu qu'une
ILLUMINÂT-IL

LE HASARD

Choit
la plume
rythmique suspens du sinistre
s'ensevelir
aux écumes originelles
naguères d'où sursauta son délire jusqu'à une cime
flétrie
par la neutralité identique du gouffre

BNF

« Un coup de dés jamais n'abolira le hasard », rédigé en 1897, est un des derniers poèmes de Stéphane Mallarmé (1842-1898). Le texte, comptant une vingtaine de pages, se présente sous une forme graphique très originale, cherchant, entre autres, à illustrer les mouvements aléatoires d'un coup de dés…

Prévoir l'avenir et parvenir à maîtriser le hasard sont des vœux qui traversent l'esprit de chacun, et les êtres humains, de longue date, s'en sont préoccupés. Un exemple de cette attente est de vouloir connaître, à l'avance, le résultat de jeux de hasard, loterie, cartes, dés, etc. Les mots que nous utilisons en gardent les traces : *aléatoire* provient du latin *alea*, alors que *hasard* est issu de l'arabe hispanique, زَهر, construit lui-même à partir de l'article défini arabe *al-*, auquel vient s'ajouter *zahr*, d'où *al-zahr* ou *az-zahr* ; ces mots latin et arabe désignent chacun le dé ou le jeu de dés.

Les mathématiciens, depuis le XVII^e^ siècle, ont développé des outils permettant de mieux comprendre l'incertitude et de déterminer le nombre de chances – ou de risques – qu'un événement se produise ou non : le calcul des probabilités. Le futur reste imprévisible, mais ces opérations permettent d'évaluer les développements possibles de situations aléatoires. Blaise Pascal (1623-1662) et Pierre de Fermat (1601-1665) sont deux de ces chercheurs qui réalisèrent les premiers travaux remarquables sur les probabilités.

Situations aléatoires

Apprentissages visés

- Exploration et traitement de situations aléatoires à l'aide de notions de probabilités
- Connaissance et utilisation de diverses fonctions de la calculatrice

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 22

Pour réactiver certaines connaissances

NO105 Idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

a) On lance un dé à six faces. Si le 2 vient de sortir, on a moins de chances qu'il sorte au lancer suivant.

b) Chaque fois qu'on lance un dé à six faces, on a une chance sur six d'obtenir un 6.

c) On lance une pièce de monnaie et elle tombe sur pile. Au prochain lancer, il y a plus de chances qu'elle tombe sur face.

d) On dispose de onze cartes, cinq cartes rouges et six cartes noires. On tire une carte au hasard et on tombe sur une noire. On l'élimine du paquet. On a maintenant autant de chances de tirer une carte rouge qu'une carte noire.

NO106 D'autres idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

a) Il ne faut jamais jouer les numéros qui sont sortis lors du tirage précédent d'une loterie, car ils ont moins de chances de sortir les fois suivantes.

b) A la Loterie suisse à numéros, on doit cocher six numéros dans une grille allant de 1 à 45. La combinaison {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} a moins de chances d'apparaître que {3 ; 10 ; 11 ; 14 ; 21 ; 33}.

c) Ce tableau représente les résultats obtenus sur 50 lancers d'un même dé.

1	2	3	4	5	6
𝍸 III	𝍸 𝍸 II	𝍸	𝍸 IIII	𝍸	𝍸 𝍸 I

Le 3 et le 5 ont plus de chances de sortir au prochain lancer.

NO107 Les tenues de Mireille

Mireille a deux tee-shirts, trois jupes et trois paires de chaussures, tous et toutes d'une couleur différente. Détermine toutes les façons de s'habiller avec ces vêtements.

Fréquences et probabilités

NO108 Encore des idées reçues

Vrai ou faux ? Justifie ta réponse.

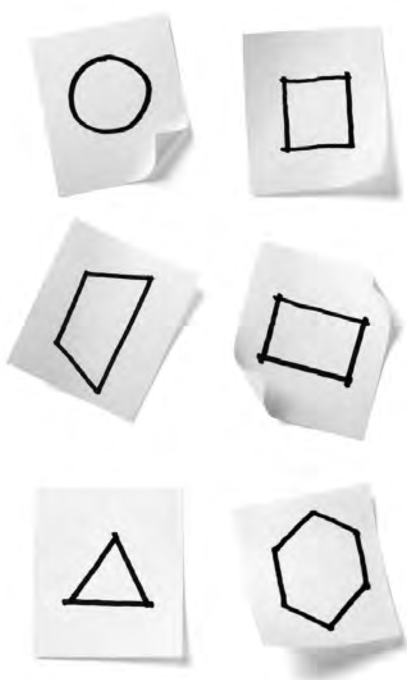
1. Dans une urne, on place neuf boules jaunes et une boule noire.
   a) On tire une boule, on observe sa couleur et on la remet dans l'urne. Il est possible de tirer quatre fois de suite une boule noire.
   b) Si on tire deux boules en même temps, on peut obtenir deux noires.
   c) Si on tire trois boules en même temps, on obtient forcément des boules de couleurs différentes.
2. On place trois boules rouges et quatre boules blanches dans une urne.
   a) On tire une boule au hasard. On a plus de chances d'obtenir une boule blanche qu'une boule rouge.
   b) On obtient d'abord une boule blanche qu'on remet dans l'urne. Au tirage suivant, on a plus de chances de tirer une boule rouge qu'une boule blanche puisqu'on vient de tirer une boule blanche.

FICHIER NO109

NO110 Expérience aléatoire

Avec un camarade, prenez six morceaux de papier. Dessinez sur le premier un disque, sur le deuxième un carré, sur le troisième un trapèze, sur le quatrième un rectangle non carré, sur le cinquième un triangle et sur le dernier un hexagone. Placez le tout dans une boîte.

Un tirage consiste à prendre un billet dans la boîte, sans regarder, de l'identifier, puis de l'y remettre.



a) Faites un pronostic sur la fréquence d'apparition d'un quadrilatère pour un grand nombre de tirages d'un seul billet.

b) Effectuez, sans regarder, cinquante tirages. Notez les résultats obtenus dans un tableau.

c) Calculez maintenant la fréquence d'apparition d'un quadrilatère. Votre pronostic est-il confirmé ?

d) Et si, maintenant, on met ensemble tous les tirages de la classe et qu'on calcule la fréquence d'apparition de chaque figure, le résultat est-il plus proche du pronostic établi ?

e) Quelle est la probabilité de tirer un quadrilatère ?

NO111 Mission impossible ?

Marie-Jeanne place à l'intérieur d'un chapeau vingt cartes à jouer, des noires et des rouges, sans te dire combien il y en a de chaque sorte. Propose une méthode te permettant de déterminer s'il y a plus de chances de tirer une carte rouge qu'une carte noire en suivant les règles suivantes :

- tu ne tires qu'une carte à la fois,
- tu ne vois la couleur de la carte qu'une fois celle-ci sortie du chapeau,
- tu remets chaque carte tirée dans le chapeau avant le prochain tirage.

NO112 Deux fois six

On dispose d'un dé à douze faces numérotées de 1 à 12.
Quelles sont les chances, lorsqu'on le lance, d'obtenir :

a) un 1

b) un 5

c) un 12

d) un nombre pair

e) un multiple de 5

f) un nombre compris entre 1 et 12

NO113 Que de nombres !

Dans un sac, on a placé trois jetons numérotés 6, 7 et 8. On les tire un à un sans les remettre. On fait correspondre le premier chiffre tiré au chiffre des centaines, le deuxième à celui des dizaines et le troisième à celui des unités.

a) Etablis la liste de tous les nombres que l'on peut obtenir.

b) Quelle est la probabilité d'obtenir 768 ?

c) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 786 ?

d) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 876 ?

NO114 Un ou une

Dans un sac, on a mis des jetons avec la lettre E, la lettre U et la lettre N.
On sait que la probabilité de tirer un U est de $\frac{3}{10}$ et celle de tirer un N de $\frac{1}{5}$.

a) Calcule la probabilité de ne pas tirer la lettre U.

b) Calcule la probabilité de tirer un E.

NO115 Des dés

Dédé possède une grande variété de dés, qu'il a disposés sur les tables respectives de ses camarades, avec chaque fois quelques petites colles à résoudre.

Table de Fatma

Un dé à huit faces comportant les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Un dé à six faces comportant les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6.

En lançant les deux dés, quelles sont les chances d'obtenir :
- deux valeurs identiques ?
- un total de 9 points ?
- un total de 3 points ?

Table d'Ahmed

Un dé à six faces aux couleurs respectives jaune, vert, rouge, bleu, blanc et noir.

Un dé à huit faces dont deux sont jaunes, deux vertes, deux bleues, deux rouges.

En lançant une fois les deux dés, quelle est la probabilité d'obtenir :
- deux faces bleues ?
- une face jaune exactement ?
- au moins une face jaune ?

Table de Tiago

Trois dés cubiques conventionnels.

En lançant une fois les trois dés, obtiendras-tu plus facilement un triple six, un double cinq ou une somme de points supérieure à 13 ?

NO116 C’est pas la joie !

Dans une partie de jeu de l’oie, tu tombes sur une case piège. Pour en sortir, tu dois obtenir 5.

Tu as le choix entre deux possibilités :
- faire 5 avec un seul dé,
- obtenir 5 comme somme de deux dés, jetés ensemble.

Quelle possibilité vas-tu choisir ?

NO117 Mâle ou femelle ?

a) Une dame possède deux perroquets. Un jour, un oiseleur lui demande : « Est-ce qu’un des oiseaux au moins est un mâle ? » La dame lui répond par l’affirmative.

Quelle est la probabilité que les deux perroquets soient des mâles ?

b) Une autre dame a deux perroquets, l’un vert, l’autre rouge. « Est-ce que l’oiseau vert est un mâle ? » demande alors le même oiseleur. De nouveau, la réponse est « oui ».

La probabilité que les deux oiseaux soient des mâles est-elle la même qu’auparavant ?

NO118 Hâte-toi lentement

Dans le jeu Hâte-toi lentement, qui se joue avec un dé conventionnel, une des règles dit :

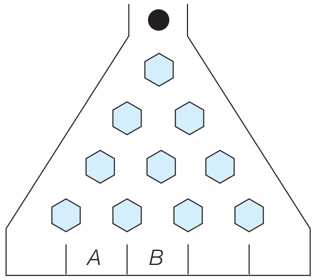
« Si on obtient un 6, on peut rejouer ! Et si on obtient une deuxième fois un 6, on peut encore rejouer une fois… mais si un 6 apparaît une troisième fois… alors il faut ramener tous ses pions à la maison ! »

Cette situation risque-t-elle de se produire fréquemment ?

NO119 Boule qui roule…

Sur cette planche, disposée verticalement, la boule ne peut que descendre.

Est-il plus probable qu'elle termine sa course dans le compartiment *A* ou dans le compartiment *B* ?



> On peut construire cet appareil, appelé « planche de Galton », avec une planche en bois et des écrous hexagonaux. La distance entre deux écrous doit être juste assez grande pour permettre à la bille de passer entre eux. La bille frappe le premier écrou, passe à sa droite ou à sa gauche, et descend vers la deuxième rangée. Elle rencontre alors un nouvel écrou et continue son chemin en passant à sa droite ou à sa gauche.
>
> La planche de Galton permet ainsi d'établir des statistiques et de comparer les résultats expérimentaux aux valeurs théoriques.
>
> *H. M. Enzensberger,* Le démon des maths, *Ed. du Seuil, Métailié*

FICHIER Faire le point p. 24

Encore quelques problèmes

NO120 Epreuves de connaissances

Benjamin doit répondre à cinq questions d'histoire par « vrai » ou par « faux ».

Comme il n'a rien appris, il décide de cocher systématiquement au hasard l'une des cases « vrai » ou « faux », se disant qu'ainsi, il a deux chances sur cinq de commettre deux erreurs ou moins.

A-t-il raison ?

NO121 L'amour fou

Pour obtenir la main d'Amandine, la fille du roi, Julius doit répartir quatre boules, deux blanches et deux noires, dans deux urnes, en mettant au moins une boule par urne.

Le roi choisira une des urnes et en extraira une boule : si celle-ci est blanche, Julius pourra épouser Amandine ; dans le cas contraire, il sera chassé du royaume.

Comment Julius doit-il disposer les boules dans les urnes pour avoir le plus de chances d'épouser sa bien-aimée ?

NO122 Le pari d'Akkhar

Akkhar te propose de lancer une fois un dé conventionnel à six faces.

Si tu obtiens un 6, il te donne 24 francs, sinon tu lui donnes 6 francs.

Accepteras-tu sa proposition ?

NO123 Deux sur cinq

Une urne contient cinq boules : trois blanches et deux noires. On en tire deux.

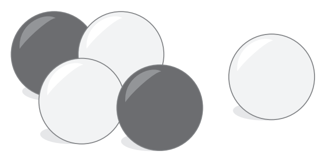
Quelle est la probabilité d'obtenir :

a) deux boules blanches ?

b) deux boules noires ?

c) deux boules de même couleur ?

d) deux boules de couleur différente ?



NO124 Quelle stratégie ?

Véronique cache une pièce de monnaie dans l'une des trois boîtes posées sur sa table.

Au moment où je m'apprête à en ouvrir une, elle saisit l'une des deux boîtes restantes, elle la secoue et me dit : « De toute façon, la pièce n'est pas dans celle-là ! »

Dois-je maintenir mon choix initial ou le modifier ?

Dans les années 1970, en participant à la très populaire émission télévisée américaine *Let's make a deal*, on pouvait gagner une Cadillac ou… une chèvre. Le candidat devait choisir une porte parmi trois. L'une cachait la Cadillac, chacune des deux autres une chèvre.

Après le premier choix du candidat, l'animateur Monty Hall (qui savait tout) ouvrait une (mauvaise) porte parmi les deux non choisies. Il proposait alors au candidat soit de confirmer le choix initial, soit de changer pour l'autre porte encore fermée. Qu'avait-il intérêt à faire ? Changer de porte ? Conserver ce choix initial ? La réalisation de simulations d'un grand nombre de tirages fournit un éclairage sur le choix à opérer.

Désormais, ce paradoxe mathématique surprenant porte le nom de l'animateur : le *paradoxe de Monty Hall*. A chaque fois qu'il est exposé, ce problème suscite toujours autant d'intérêt que de polémique.

NO125 Dés intransitifs

Jules et Jim jouent avec les dés A, B et C, dont les développements sont :

A

	5	
9	1	9
	5	
	1	

B

	7	
6	7	6
	2	
	2	

C

	4	
4	8	3
	8	
	3	

Jules choisit un des trois dés.

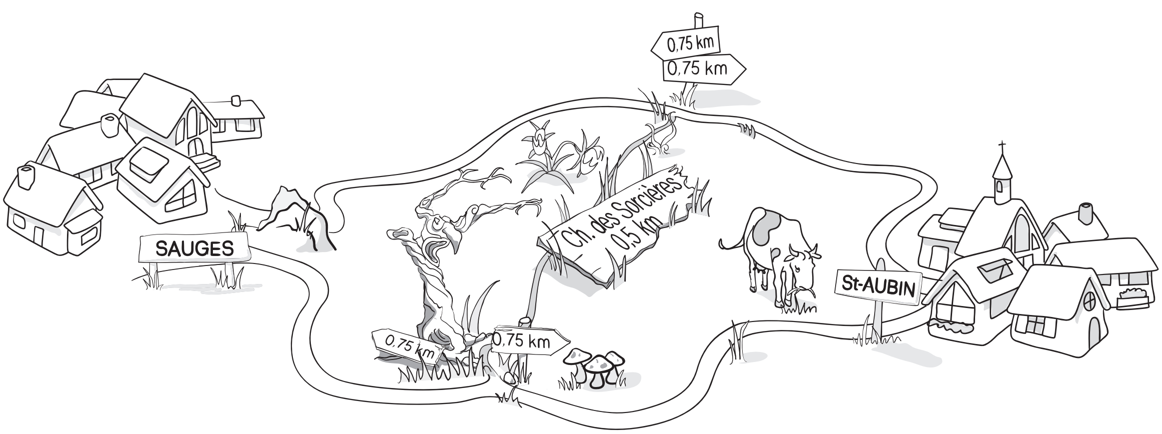
Jim choisit un des deux dés restants.

Jules et Jim lancent leur dé simultanément.

Le joueur dont le dé indique le nombre le plus élevé gagne la partie.

Quel dé choisirais-tu à la place de Jim ?

NO126 Le chemin des sorcières



Voici les chemins menant de Sauges à Saint-Aubin pour les piétons.

Deux enfants partent simultanément en sens contraire, à la même vitesse, le premier de Sauges en direction de Saint-Aubin et le second de Saint-Aubin en direction de Sauges.

a) Quelle est la probabilité qu'ils se rencontrent s'ils ne se sont pas indiqué les chemins qu'ils vont prendre, l'un et l'autre excluant le chemin des sorcières ?

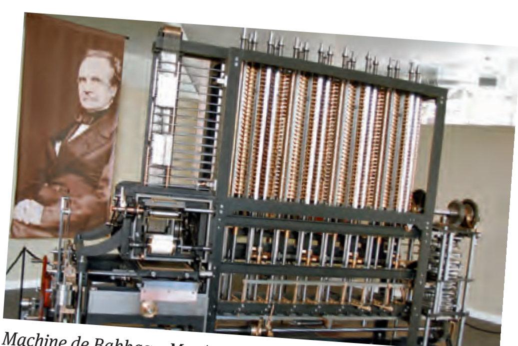
b) Même question, mais les enfants n'ont pas peur des sorcières et peuvent donc emprunter n'importe quel chemin.

HP35, 1972

En 1972 ont été commercialisées les premières machines à calculer de poche, par exemple la HP 35 de Hewlett Packard. Ces calculatrices électroniques, comme celles fabriquées par Texas Instruments ou Casio, sont l'aboutissement d'une très longue histoire.

Machines électriques et électroniques

Des composants électriques ont été utilisés depuis les années 1930, puis électroniques dès 1960, dans des calculateurs aux dimensions parfois impressionnantes ; ancêtres de nos ordinateurs actuels, ils reposaient déjà sur le système binaire théorisé par le mathématicien et philosophe britannique George Boole (1815-1864). Ce dernier a réduit toutes les opérations logiques à de l'algèbre n'utilisant que deux quantités : 0 et 1. Toutes les calculatrices électriques ou électroniques fonctionnent sur ce principe : passage de courant (1) ou absence de courant (0).



Machine de Babbage, Musée des sciences, Londres.

Une pascaline, signée par Pascal en 1652, visible au Musée des arts et métiers à Paris.

Machines mécaniques

Durant le XIX^{e} siècle ont été développées des machines à calculer mécaniques, avec roues dentées, cylindres métalliques, engrenages et cartes perforées ; inspirés des machines à tisser, ces calculateurs avait été conçus, en particulier, par le mathématicien anglais Charles Babbage (1791-1871) accompagné de Lady Ada Lovelace (1815-1852). Cette dernière est considérée comme la première programmatrice informatique.

Dans les années 1820, Babbage imagina une machine à différences, si complexe pour l'époque qu'elle a dû attendre 1991 pour être construite et exposée au Musée des sciences de Londres.

Cent quatre-vingts ans plus tôt, Blaise Pascal (1623-1662) avait inventé la toute première machine mécanique effectuant les quatre opérations. Elle fut nommée plus tard la *pascaline*.

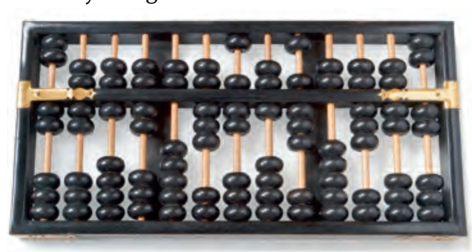
Nombres, opérations... et problèmes

Le boulier et l'abaque

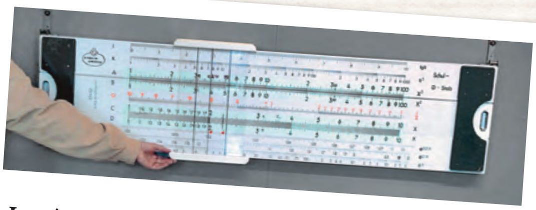
On trouve les premières traces du boulier en Chine au XIIe siècle, d'où il se diffusa un peu partout, en particulier en Russie et au Japon. Sous différentes formes, il est encore utilisé actuellement dans de nombreux pays à la place de calculatrices électroniques.

Le boulier est une forme d'abaque ; ces tables à calcul sont fondées sur un principe né en Mésopotamie, il y a 5000 ans : les lignes représentent la position du chiffre – unité, dizaine, centaine, etc. – et des jetons symbolisent les chiffres. A l'origine, il s'agissait de simples cailloux posés sur des lignes tracées sur une planche couverte de sable.

Les abaques se sont diffusés en Asie et en Europe de 3000 av. J.-C. jusqu'à la fin du Moyen-Age.



Un boulier chinois.

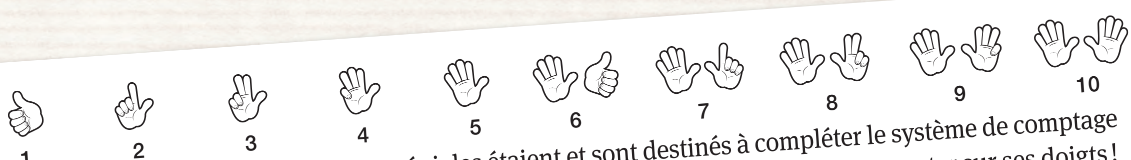


La règle à calculer

De nombreux systèmes ont été mis au point pour faciliter les opérations : par exemple, la règle à calculer, créée au début du XVIIe siècle et utilisée dans nos écoles jusque dans les années 1980.

Grâce à un système d'éléments mobiles coulissants, elle disposait de fonctions supérieures aux quatre opérations et avec une précision de trois décimales.

Un autre système appelé « bâtons de Napier », ou de Neper, du nom du mathématicien écossais John Neper (1550-1617), était également utilisé au début des temps modernes.



Tous ces systèmes et inventions géniales étaient et sont destinés à compléter le système de comptage le plus simple que l'être humain possède dès les origines et utilise encore : compter sur ses doigts !

Nombres, opérations... et problèmes

NO127 Arithmétique babylonienne

Cette tablette d'argile est une table de multiplication par 25.

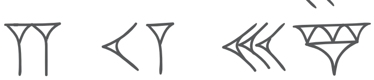
Elle provient de Suse et est conservée au Musée du Louvre. Comme elle date d'environ 2000 ans av. J.-C., certaines marques imprimées dans l'argile ont disparu.

a) Ci-dessous, on a commencé à déchiffrer le contenu de cette tablette.

Poursuis ce travail.

1		25
2		50
3		75
4		100
5		125

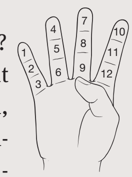
b) Si 1491 se note 

et 7894 

comment écris-tu :

721 ? 3920 ? 39912 ? 7221 ? 180 ?

D'où vient la base soixante ? Plusieurs auteurs se sont penchés sur cette question, mais à ce jour aucune explication ne paraît déterminante. Voici quelques hypothèses :



- Le nombre 60 est choisi, car c'est un « petit » nombre qui possède « beaucoup » de diviseurs, en particulier 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
- Le nombre de jours de l'année, arrondi à 360, donne naissance à la division du cercle en 360 degrés. La soixantaine, comme unité de compte, provient alors de la division du cercle en six parties égales (la longueur de la corde déterminée par 1/6 de cercle est égale au rayon).
- La base soixante est le résultat d'une combinaison de la base cinq et de la base douze :
  - la base cinq trouve sa raison d'être chez les peuples qui apprennent à compter sur une main ;
  - l'origine de la base douze est également manuelle. Chaque doigt, à l'exception du pouce, a trois phalanges. On peut donc compter de 1 à 12 en appuyant successivement sur chacune des phalanges des quatre doigts par le pouce.

Le nombre 60 est obtenu comme suit : en atteignant la douzaine sur la main droite et on replie l'auriculaire gauche.
On revient ensuite à la main droite et on poursuit le compte de 13 à 24.
On replie alors l'annulaire gauche et on continue à compter de la même manière de 25 à 36 sur la main droite.
On rabaisse ensuite le majeur gauche (48), puis l'index de la même main (60).

NO128 Calculatrice romaine

Les comptables romains possédaient déjà leur « calculatrice » de poche.

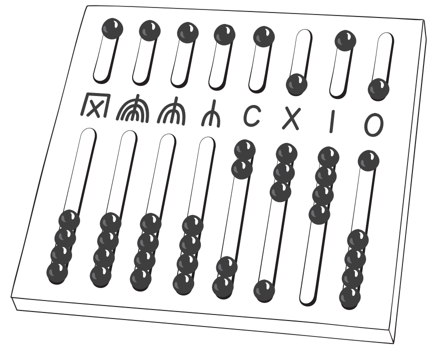
Elle consistait en une petite plaquette métallique munie de rainures parallèles, le long desquelles glissaient des boutons mobiles de même taille.

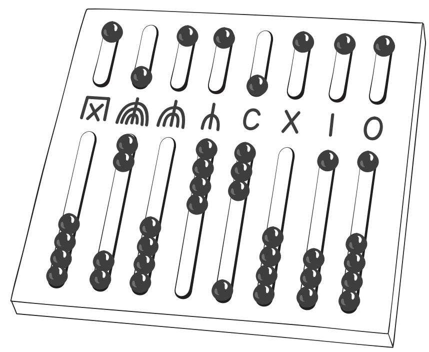
Cet instrument de calcul permettait d'effectuer diverses opérations arithmétiques.

Si l'on considère des comptes en deniers, les sommes représentées sur ces abaques sont, respectivement :
– 284 deniers et 7 onces ;
– 704 801 deniers et 1 once.

(Le denier, unité monétaire romaine, était subdivisé en 12 parties égales appelées « onces ».)

A toi de dessiner un abaque représentant la somme de 62 057 deniers et 10 onces.

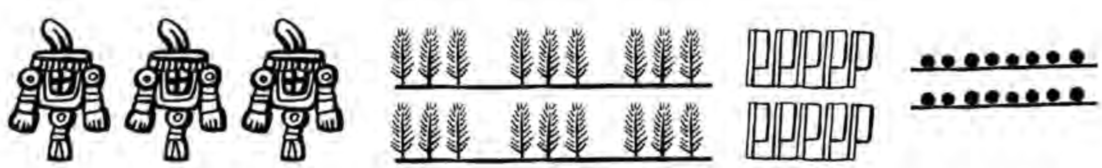




NO129 Du côté des Aztèques

Voici comment les Aztèques représentaient le nombre 847 :

et le nombre 31 416 :



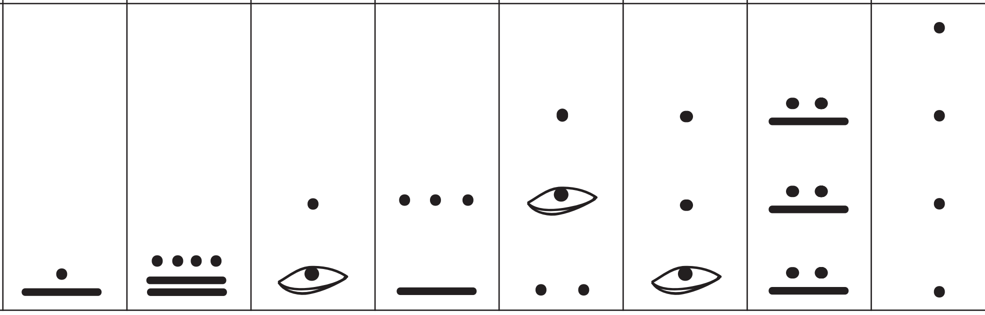
a) A toi de représenter le nombre 20 012 en numération aztèque.

b) Quel est le plus grand nombre, en notation décimale, que l'on peut écrire à l'aide des quatre symboles aztèques ci-dessus ?

Nombres, opérations... et problèmes

NO130 La numération maya

a) Dès le VII^{e} siècle, les savants mayas écrivent les nombres selon les exemples suivants :

numération décimale	6	14	20	65	362	380	2667	7581
numération maya								

En utilisant les symboles mayas, écris les nombres :

19 ; 42 ; 120 ; 405 ; 1808.

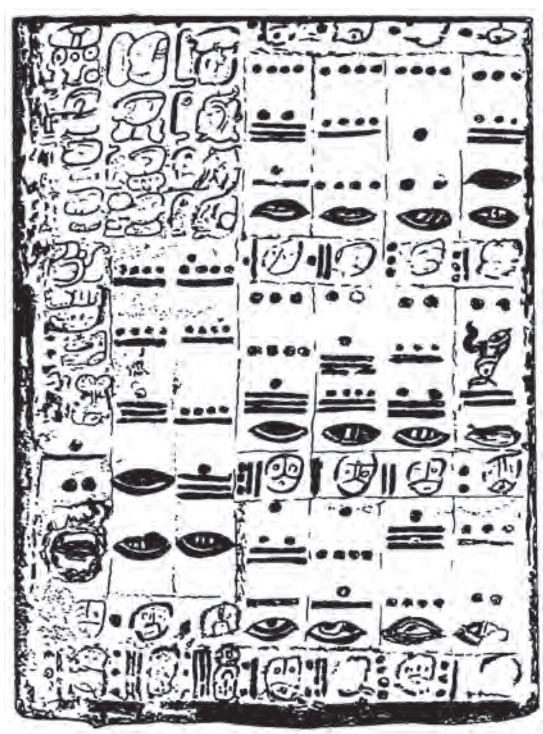
b) Au cours du premier millénaire de l'ère chrétienne, les astronomes mayas observent minutieusement les mouvements de plusieurs planètes.

Ils trouvent à quelques secondes près – fait hautement remarquable – la durée d'une année solaire et estiment à 584 jours la période de révolution de Vénus.

Voici un extrait d'un traité d'astronomie, datant du XI^{e} siècle. Sa partie de droite contient douze informations numériques relatives au mouvement de la Terre et de Vénus.

Décode ces informations.

Au cours de ta recherche, tu découvriras que le zéro maya était représenté par différents symboles et tu constateras que le scribe qui a rédigé ce document a commis une petite erreur !



FICHIER NO131 à NO133

NO134 Hommage à Barbara

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu as obtenu.

La première étape donne 5 :

$[16 - (-14)] : 6 = 5$	**Du plus loin que m**
a) $(22 - 12)^3$	**i depuis j'ai dit « je t'aime » Ma**
b) $(1 + 6 \cdot 20) : 11$	**rs j'avais quinze ans à peine Cœu**
c) $1000 - 7000 + 5900$	**plus belle histoire d'amour, c'est v**
d) $(-28 : 7) \cdot \sqrt{121}$	**sage Et j'ai tourné bien d**
e) $(\sqrt{82 - 1}) \cdot 10 : 2$	**bre de mes amours an**
f) $2^7 - 11^2$	**ours de gosse Ou les morsures d'**
g) $(-36 - 9) : 5 \cdot 9$	**endez-vous Du temps**
h) $7 \cdot 6 \cdot 5 : 70$	**un amour fou Du plus l**
i) $(79 - 9 \cdot 8)^2$	**oux Que ce furent, j'étais pr**
j) $(-8 - 6 + 4) : 5$	**eine vus, déjà disparus…**
k) $-\{[45 - (+3)] : 7\}^2$	**ciennes Du plus loin du premier r**
l) $\sqrt{(49 - 3^4) : (-8)}$	**écoce De tendres am**
m) $(-14) \cdot 3 + (-14) \cdot 7$	**st vrai je ne fus pas sage Et**
n) $-100 : (-25) \cdot (-7)$	**ous C'est vrai je ne fus pas**
o) $-44 \cdot 3 + 12^2$	**es pages Sans les lire, b**
p) $3 \cdot (-6) - (-5) \cdot 8$	**oin qu'il m'en souvienne S**
q) $-81 : 3^3 + 4$	**des premières peines Lo**
r) $11 \cdot 8 - 9$	**r tout blanc et griffes aux gen**
s) $12 - (-8 + 39 - 5)$	**lanches et puis rien dessus C'e**
t) $(-140 + 11 \cdot 12)^1$	**mes guerriers de passage A p**
u) $5^2 \cdot 3 + 7$	**e revienne L'om**

Lorsqu'elle disparaît en 1997, la chanteuse Barbara, née en 1930, laisse orphelins les amateurs de chansons françaises. Celle qui proclamait que son public était « [s]on plus grand amour » se définissait elle-même ainsi, en portrait négatif : *« Je ne suis pas une grande dame de la chanson, je ne suis pas une tulipe noire, je ne suis pas poète, je ne suis pas un oiseau de proie, je ne suis pas désespérée du matin au soir, je ne suis pas une mante religieuse, je ne suis pas dans les tentures noires, je ne suis pas une intellectuelle, je ne suis pas une héroïne, je suis une femme qui chante ! »*

La « grande dame brune » fut l'interprète de chansons inoubliables comme *L'aigle noir*, *Göttingen*, *Nantes* ou *Gauguin* (lettre à Jacques Brel).

NO135 La suite de Syracuse

On prend un nombre naturel plus grand que 0.

Si ce nombre est pair, on le divise par 2 et on obtient un nouveau nombre.

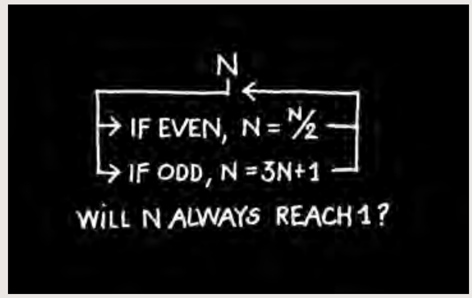
Si, au contraire, il est impair, on le multiplie par 3, on ajoute 1 au résultat et on obtient un nouveau nombre.

On recommence la même procédure avec le nouveau nombre obtenu.

a) Choisis un nombre plus petit que 10 et applique cette procédure une vingtaine de fois. Que constates-tu ?

b) Et si tu choisis un autre nombre ?

Le problème qui t'est proposé est l'illustration de ce que les mathématiciens appellent la « conjecture de Syracuse », appelée aussi « conjecture de Collatz », « conjecture d'Ulam », « conjecture tchèque » ou « problème $3x + 1$ ».



En dépit de la simplicité de son énoncé, cette conjecture a défié les mathématiciens durant de nombreuses années et elle n'a toujours pas été démontrée. Selon le mathématicien Paul Erdős, *Mathematics is not yet ready for such problems*.

NO136 Une commission en or !

Dans cette commission qui réunit neuf sages, chacun marmonne dans son coin :

Denis	*Je pars de 1 et j'ajoute le dernier nombre obtenu pour passer au suivant !*
Thierry	*Je pars de 1 et je juxtapose simplement un 0 à chaque fois.*
Alfred	*Je pars de 0 et j'ajoute, à chaque étape, le plus petit nombre impair non encore utilisé !*
Jean-Paul	*Je pars de 0 et j'ajoute tout simplement 1000 à chaque étape !*
Aldo	*Je pars de 1 et je multiplie par 10 pour passer à l'étape suivante !*
Laura	*Je pars de 0, je passe à 1 à la première étape, puis chaque nombre est obtenu par la somme des deux nombres qui le précèdent !*
Yves	*Je pars de 5 et je multiplie toujours le nombre que j'ai par 5 pour passer au suivant.*
Ewa	*Je pars de 1 millionième de millionième et je multiplie à chaque étape par 100.*
Hervé	*Je pars de 100, je divise par 10 à la première étape, puis je multiplie le résultat par 100 à la deuxième, je divise par 10 à la troisième et ainsi de suite.*

Lequel atteindra en premier le milliard, et en combien d'étapes ?

NO137 Qui divise ?

Vrai ou faux ? Dans l'ensemble $\mathbb{N}$:

a) Tous les nombres se divisent par un.

b) Aucun nombre ne se divise par lui-même.

c) Si a se divise par b, alors a est plus grand que b.

d) Si a et b se divisent par c, alors $a + b$ se divise par c.

e) Si a se divise par c, alors $a \cdot x$ ne se divise pas par c.

NO138 Zéphir

Vrai ou faux ?

a) Zéro se divise par tous les nombres.

b) Lorsqu'on multiplie un nombre par zéro, on trouve le nombre lui-même.

c) On peut diviser n'importe quel nombre par zéro.

d) Zéro est un nombre positif et négatif.

e) Le nombre zéro signifie « rien ».

f) $a^0 = 1$ pour tout nombre a.

g) $\sqrt{0} = 0$

h) $0^{1000} = 0$

i) $a + 0 = 0 + a$

j) $a - 0 = 0 - a$

Les chiffres 1 à 9 sont apparus pour la première fois en Inde au IV^e siècle av. J.-C., et leur graphie a évolué lentement jusqu'à nos représentations actuelles. De l'Inde à l'Europe, en passant par le Moyen-Orient arabe et l'Afrique du Nord, cette façon d'écrire se modifia peu à peu, la dernière grande étape étant leur importation, en Espagne, par les Arabes occidentaux.

Le chiffre 0 et ses multiples et étonnantes propriétés sont restés inconnus du monde européen jusqu'à la fin du 1er millénaire. Les Egyptiens, les Mayas et d'autres peuples l'utilisaient déjà ; les fameux mathématiciens indiens élaboraient des raisonnements grâce à lui dès le VII^e siècle.

Il a fallu attendre le XII^e siècle pour que peu à peu l'Europe l'adopte. Traduit en latin par le mot *zephirum*, il fut défendu par le mathématicien italien Leonardo Fibonacci au XIII^e siècle contre ceux qui pensaient que ce chiffre « du néant » était un instrument du diable… En italien, il se transforme en *zephiro*, *zeuero*, *cero* et, enfin, *zéro* en français.

Nombres, opérations… et problèmes

NO139 Le conducteur et le contrôleur

Le conducteur *Il y avait trois personnes dans mon bus ce matin. Le produit de leurs âges est 2450 et la somme est le double de ton âge. Peux-tu dire l'âge de ces trois personnes ?*

Le contrôleur *Désolé, je ne sais pas !*

Le conducteur *Une de ces trois personnes est plus âgée que moi.*

Le contrôleur *Cette fois c'est bon, j'ai trouvé !*

Et toi, saurais-tu retrouver l'âge de chacune de ces trois personnes ?

NO140 Quel footing !

a) Suzanne, Nathalie et Alexandre se trouvent au départ commun de trois pistes de footing, situées dans la même forêt :

- Suzanne court à la vitesse moyenne de 8 km/h sur le chemin des Airelles, le long d'une boucle de 4 km ;
- Nathalie court à la vitesse moyenne de 9 km/h sur le chemin des Bois, le long d'une boucle de 3 km ;
- Alexandre court à la vitesse moyenne de 10 km/h sur le chemin de la Chenille, le long d'une boucle de 5 km.

Alexandre propose que chacun coure sur son propre chemin, jusqu'au moment où tous les trois se retrouvent, ensemble, à leur point de départ commun.

Après combien de temps se retrouveront-ils les trois ensemble au point de départ ?

b) Le lendemain, Alexandre propose que chacun change de boucle, tout en courant selon les mêmes modalités.

Que constates-tu ?

FICHIER **NO141**

NO142 Harmoniquement vôtre

A disposition :

- les nombres $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{7}$; … ;
- l'addition.

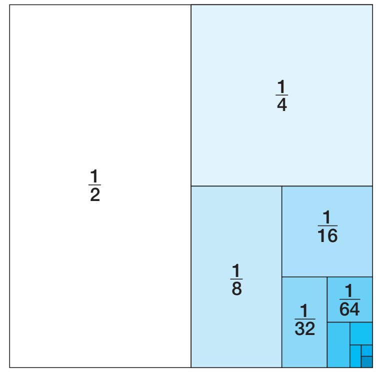
Comment obtenir le nombre 1 sans additionner deux fois le même terme ?

Nombres, opérations… et problèmes

NO143 Bizarre, bizarre !

La somme des inverses des puissances de 2 se calcule ainsi :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$$



a) Quelle est la valeur du septième terme ?

b) Que vaut la somme des sept premiers termes ?

c) Que vaudrait cette somme si on continuait… à l'infini ?

NO144 Le testament d'Aloys

« Je lègue mon champ carré à mes cinq amis André, Claude, Fernand, Maurice et Robert. André recevra le quart de forme carrée, situé dans un angle, Claude, Fernand, Maurice et Robert devront se partager le reste, en quatre parties identiques, de même forme et de même grandeur. »

Comment vont-ils faire ?

Quelle fraction du champ représente chacune des parts ?

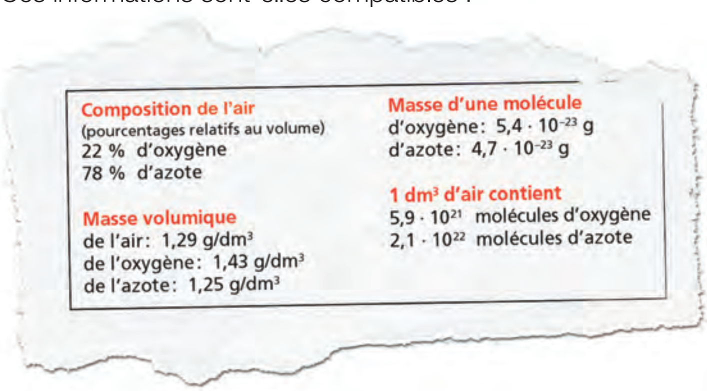
NO145 Les morilles

Cinq amis sont allés à la cueillette aux morilles ; ils se partagent les délicieux champignons de la manière suivante : Zoé est partie avec un cinquième de la cueillette, puis Louis s'en va avec un quart des morilles restantes ; ensuite, Anaïs part avec le tiers des morilles restantes et Nolan rentre chez elle avec la moitié des morilles restantes. Enfin, Morgane a pris le reste.

Le partage est-il équitable ?

NO146 L'air

Ces informations sont-elles compatibles ?



Composition de l'air
(pourcentages relatifs au volume)
22 % d'oxygène
78 % d'azote

Masse volumique
de l'air : 1,29 g/dm³
de l'oxygène : 1,43 g/dm³
de l'azote : 1,25 g/dm³

Masse d'une molécule
d'oxygène : $5{,}4 \cdot 10^{-23}$ g
d'azote : $4{,}7 \cdot 10^{-23}$ g

1 dm³ d'air contient
$5{,}9 \cdot 10^{21}$ molécules d'oxygène
$2{,}1 \cdot 10^{22}$ molécules d'azote

Nombres, opérations... et problèmes

NO147 Comment s'y prendre ?

Choisis quelques questions et, à l'aide de ta calculatrice, trouve rapidement :

a) le carré de 65 ;

b) le cube de 34 ;

c) la puissance quatrième de 14 ;

d) la racine carrée de 676 ;

e) la racine cubique de 4913 ;

f) la racine cinquième de 161 051 ;

g) l'opposé de 2001 ;

h) l'inverse de 35 ;

i) l'inverse de 0,00034 ;

j) l'inverse du carré de 37 ;

k) le carré de l'inverse de 37 ;

l) l'opposé de l'inverse de 45 ;

m) l'inverse de l'opposé de 45 ;

n) la racine carrée du carré de 9,99 ;

o) le carré de la racine carrée de 9,99 ;

p) l'écriture décimale de sept neuvièmes ;

q) l'écriture fractionnaire de 0,025 ;

r) l'écriture en notation scientifique de 60 040 000 000 000 ;

s) l'écriture en notation scientifique de 0,000 009 02 ;

t) le carré de l'inverse de 4 septièmes.

NO148 A l'approche de π

Voici quelques valeurs approchées du nombre π, apparues au cours de l'Histoire :

Période	Lieu	Valeur
2000 av. J.-C.	Babylone	$3 + \frac{1}{8}$
2000 av. J.-C.	Egypte	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$
1200 av. J.-C.	Chine	3
800-500 av. J.-C.	Bible	
250 av. J.-C.	Grèce (Archimède)	$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$
259 apr. J.-C.	Chine	$\sqrt{10}$; $\frac{142}{45}$; $\frac{157}{50}$
1950 apr. J.-C.	approximation usuelle	3,14
1980 apr. J.-C.	nombre de décimales connues : environ 2 millions	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 …
En 2012	nombre de décimales connues : environ 2700 milliards	…

Classe ces approximations, de la plus éloignée à la plus proche de celle affichée par ta calculatrice.

NO149 Les chasseurs de π

Newton, mathématicien anglais du XVII[e] siècle, a trouvé que :

$$\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2^3}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2^5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{2^7}+\dots$$

n° du terme : 1 2 3 4 5

Un autre mathématicien, le Suisse Euler, a montré, quant à lui, que :

$$\frac{\pi^4}{96}=\frac{1}{1^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{5^4}+\frac{1}{7^4}+\dots$$

n° du terme : 1 2 3 4 5

Au XVII[e] siècle toujours, un troisième mathématicien, Lord Brouncker, a utilisé une présentation encore plus surprenante à l'aide de ce qu'on appelle une « fraction continue » :

$$\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\dots}}}}}$$

n° du terme : 1 2 3 4 5 6 ...

A la fin du XVII[e] siècle, le mathématicien allemand Leibnitz, démontra, sur la base des travaux de James Gregory, que :

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\dots$$

n° du terme : 1 2 3 4 5

Quelles sont les approximations successives de π que tu obtiens en prenant 1 terme, puis 2 termes, puis 3 termes, et ainsi de suite, pour chacun de ces quatre développements ?

Pi (π)

Il existe des moyens mnémotechniques pour retenir les premières décimales de π : il s'agit de mémoriser des phrases dont les mots ont autant de lettres que les décimales successives ; les mots de dix lettres représentent une décimale égale à zéro.

« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5
Glorieux Archimède, artiste ingénieux,
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,
Soit ton nom conservé par de savants grimoires !

Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
Ô quadrature ! Vieux tourment de philosophe ! ... »

En allemand :
« Dir, o Held, o Alter Philosoph, du Riesen-Genie !
3 1 4 1 5 9 2 6 5
Wie, viele Tausende bewundern Geister ... »

En anglais :
« May I have a large container of coffee ... »
3 1 4 1 5 9 2 6

Nombres, opérations... et problèmes

NO150 Ben, mon lapin !

Un célèbre mathématicien italien du Moyen-Age, Leonardo da Pisa, plus connu sous le nom de Fibonacci, propose cette petite énigme :

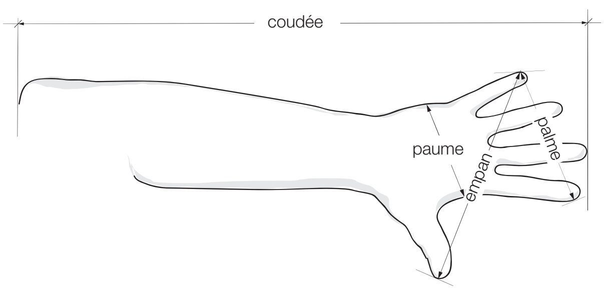
« Au mois de janvier de cette année, tu possédais un seul couple de lapins.

Combien en auras-tu, à la fin de cette même année, si, comme tous les couples de lapins, le tien :

- devient productif au deuxième mois de son existence,
- engendre ensuite un nouveau couple chaque mois ? »

NO151 La canne des bâtisseurs

Cette illustration représente quatre unités de mesure que les bâtisseurs de cathédrales et de chapelles romanes utilisaient fréquemment.



Mises bout à bout avec le pied, ces différentes unités en constituaient une nouvelle qu'on appelle aujourd'hui encore la « canne des bâtisseurs », et qu'on nomme parfois « quine », puisqu'elle est formée de cinq segments :

coudée	pied	empan	palme	paume

a) Fabrique-toi une telle canne à partir des mesures de ton propre corps.

b) Calcule ensuite les rapports entre chaque unité de mesure et l'unité immédiatement inférieure.

Fonctions et algèbre

Fonctions et diagrammes

Calcul littéral

Equations

Fonctions, algèbre... et problèmes

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

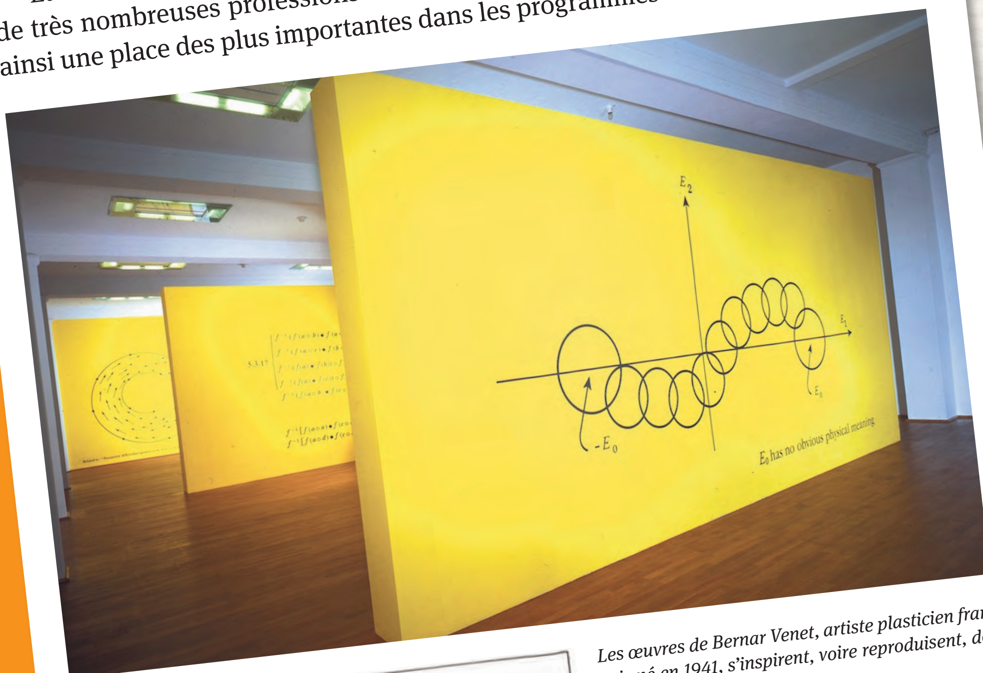
Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

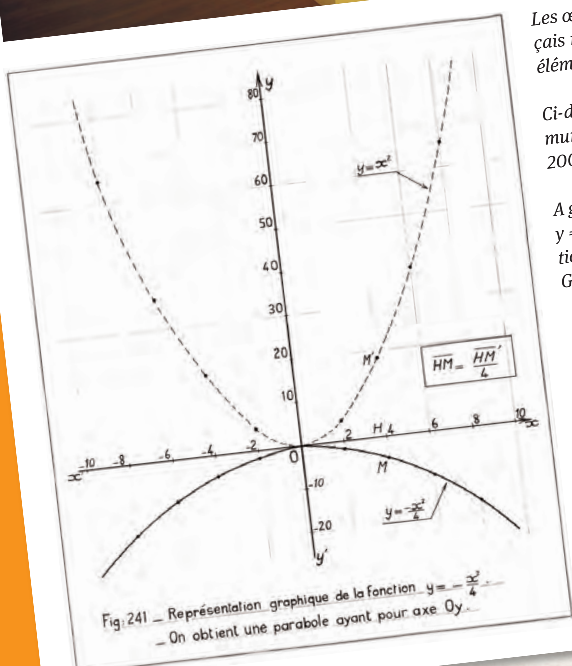
Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Affine, *affine* et *linéaire* ou *affine et constante*, *quadratique*, *du troisième degré*, *racine*, *homographique*… Le domaine des fonctions est riche de représentants divers aux multiples propriétés.

Qu'elles soient illustrées au travers d'un *tableau de valeurs*, d'une *représentation graphique* ou simplement par leur *expression fonctionnelle*, les fonctions sont des outils extrêmement importants pour la résolution de problèmes, l'étude de phénomènes naturels et sociaux, ainsi que pour le bon fonctionnement de nombre d'appareils électriques et électroniques.

Etudiées dès le Cycle 3 et utiles autant aux lycéens, collégiens, gymnasiens qu'à de très nombreuses professions de l'artisanat et de l'industrie, les fonctions ont ainsi une place des plus importantes dans les programmes d'études.





Les œuvres de Bernar Venet, artiste plasticien français né en 1941, s'inspirent, voire reproduisent, des éléments mathématiques.

Ci-dessus : Installation of Equation, *acrylique sur mur, au Ludwig Museum, Coblence, Allemagne, 2002.*

A gauche : Représentation graphique de la fonction $y = -\frac{x^2}{4}$, *acrylique sur toile, 146 x 121 cm, 1966, location : Paris, musée national d'art moderne – Centre Georges Pompidou.*

Fonctions et diagrammes

Apprentissages visés

- Reconnaissance de situations pouvant être modélisées par des fonctions
- Lecture et interprétation de tableaux de valeurs, de représentations graphiques et d'expressions fonctionnelles
- Représentations de fonctions et passage d'une représentation à une autre
- Résolution de problèmes de proportionnalité
- Lecture de données
- Lecture, interprétation et réalisation de diagrammes
- Utilisation d'outils appropriés *(calculatrice, tableur, grapheur, etc.)*

Sommaire

Fonctions

FICHIER Que sais-je ? p. 31

Pour réactiver certaines connaissances

FA1 Tableaux et représentations

Représente graphiquement les fonctions f et g définies par les tableaux suivants.

Fonction f

x	–1	0	1
$3x$	–3	0	3

Fonction g

x	–1	0	1
$2x - 6$	–8	–6	–4

FICHIER FA2

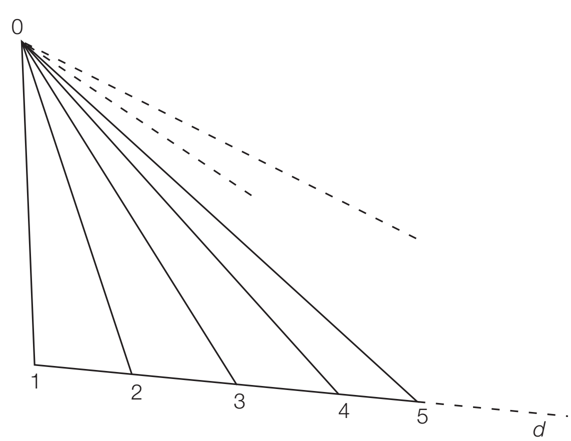
Situations modélisables par des fonctions

FA3 Combien de triangles ?

a) Combien y a-t-il de triangles dans la figure ci-dessous ?

b) Combien y en aurait-il dans le cas d'une figure comportant 50 points alignés et numérotés sur la demi-droite d ?

c) Et pour n points ?



FICHIER FA4 à FA6

Représentations de fonctions

FICHIER FA7 à FA9

FA10 Expression fonctionnelle et graphique

Voici quatre fonctions f, g, h et i représentées dans un système d'axes.

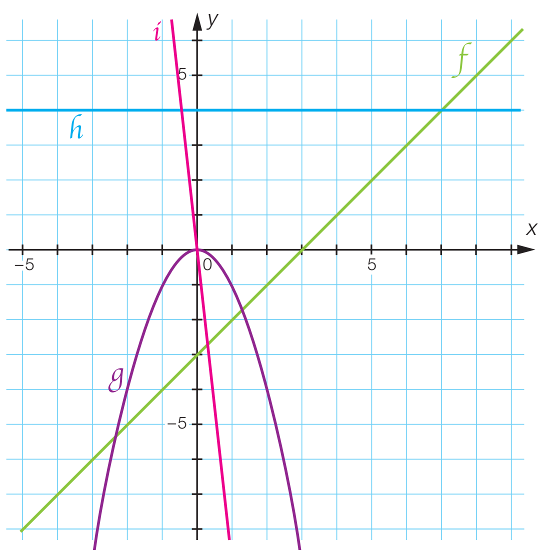
Indique à quelle représentation graphique chacune des expressions fonctionnelles ci-dessous correspond.

$x \longmapsto -x^2$

$x \longmapsto -10x$

$x \longmapsto 4$

$x \longmapsto x - 3$



FA11 Un peu d'ordre !

Voici seize expressions fonctionnelles.

$f: x \longmapsto x^2$	$j: x \longmapsto -x$	$n: x \longmapsto 5x^2 + 2$	$r: x \longmapsto 50x$
$g: x \longmapsto 17x$	$k: x \longmapsto -x^2 - 1$	$o: x \longmapsto -13$	$s: x \longmapsto -5x^2$
$h: x \longmapsto 2x + 3$	$l: x \longmapsto \frac{x}{100}$	$p: x \longmapsto -5x$	$t: x \longmapsto x + 0{,}8$
$i: x \longmapsto 1{,}5$	$m: x \longmapsto \frac{1}{100}$	$q: x \longmapsto 1 + 3x$	$u: x \longmapsto 2x + \frac{3}{10}$

a) Lesquelles ont une droite pour représentation graphique ?

b) Lesquelles sont des fonctions linéaires ?

c) Lesquelles sont des fonctions constantes ?

d) Lesquelles sont des fonctions affines ?

FA12 Chercher la bonne fonction

f, g, h et i sont quatre fonctions.

f	g	h	i
$4 \longmapsto 28$	$5 \longmapsto 20$	$1 \longmapsto 0{,}1$	$5 \longmapsto 25$
$8 \longmapsto 56$	$\frac{1}{2} \longmapsto 2$	$8 \longmapsto 0{,}8$	$9 \longmapsto 81$
$-10 \longmapsto -70$	$-12 \longmapsto -24$	$-15 \longmapsto -1{,}5$	$-10 \longmapsto 100$

a) Sont-elles toutes linéaires ?

b) Ecris, si possible, l'expression fonctionnelle de chacune de ces fonctions.

FA13 Linéaire !

Les fonctions f, g, h et i sont linéaires.
Dans chacune de ces lignes s'est glissé un couple d'intrus. Trouve-le !

Fonction f :	(4 ; 12)	(12 ; 48)	(16 ; 64)	(8 ; 32)
Fonction g :	(–3 ; 1,5)	(6 ; –3)	(–10 ; 5)	(–2 ; 0)
Fonction h :	(1 ; 5)	(0 ; 0)	(1 ; 0,2)	(–4 ; –0,8)
Fonction i :	(15 ; 5)	(10 ; 30)	(33 ; 11)	(27 ; 9)

FA14 Quelle est la bonne fonction ?

h, i et j sont trois fonctions.

Trouve laquelle est linéaire et indique son facteur de linéarité.

h	i	j
$-4 \longmapsto 0$	$0 \longmapsto 0$	$\frac{1}{6} \longmapsto -1$
$0 \longmapsto 4$	$2 \longmapsto 8$	$-2 \longmapsto 12$
$2 \longmapsto 6$	$5 \longmapsto 125$	$0 \longmapsto 0$
$10 \longmapsto 14$	$10 \longmapsto 1000$	$5 \longmapsto -30$

FA15 Toutes linéaires ?

k, l et m sont trois fonctions.
Seule l'une d'entre elles n'est pas linéaire.

a) Indique laquelle.

b) Détermine le facteur de linéarité des deux autres fonctions.

k	l	m
$k(3) = 1{,}5$	$l(-4) = -6$	$m(9) = 3$
$k(18) = 9$	$l(2) = 3$	$m(36) = 6$
$k(7{,}2) = 3{,}6$	$l(11) = 16{,}5$	$m(64) = 8$

FICHIER Faire le point p. 39

Encore quelques problèmes

FA16 Chemin faisant

Représente schématiquement dans des systèmes d'axes différents chacune des situations suivantes.

a) Nita va à l'école à rollers, tandis que sa sœur Lisa y va à pied.

b) Fabio quitte la maison à vélo afin de se rendre à son cours de guitare. En chemin, il se rend compte qu'il a oublié ses partitions. Il retourne les chercher et arrive à l'heure à son cours.

c) Diego va jouer un match de hockey. Il charge son matériel dans sa voiture, puis se rend à la patinoire. Avec son équipe, il gagne la partie 5 à 2. En rentrant à la maison, il rencontre une copine et s'arrête un moment pour discuter. Finalement, il rentre chez lui et regarde la TV.

d) Jessica va à pied à son travail. En chemin, elle croise son voisin de palier Mario qui rentre chez lui à vélo.

FICHIER FA17 et FA18

FICHIER Que sais-je ? p. 42

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER FA19

FA20 Histoire de s'y retrouver

Classe les fonctions suivantes selon leur type.

$a: x \longmapsto 3x-5$	$h: x \longmapsto -7$	$o: x \longmapsto -x$
$b: x \longmapsto x^2$	$i: x \longmapsto x$	$p: x \longmapsto \dfrac{100}{x}$
$c: x \longmapsto 2^x$	$j: x \longmapsto 0{,}5x^2$	$q: x \longmapsto -100x+1$
$d: x \longmapsto -2x+5$	$k: x \longmapsto -2{,}5x$	$r: x \longmapsto -2x^3$
$e: x \longmapsto 3x+5$	$l: x \longmapsto 23$	$s: x \longmapsto 0$
$f: x \longmapsto 3$	$m: x \longmapsto 0{,}1x$	$t: x \longmapsto \sqrt{x}$
$g: x \longmapsto 3x$	$n: x \longmapsto x^3$	

FA21 Quadratique et affine

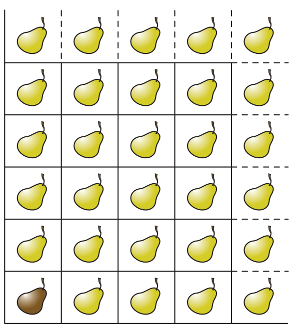
Représente dans le même graphique les fonctions f définie par $f(x) = -2x^2$ et g définie par $g(x) = 2x - 3$.

Situations modélisables par des fonctions

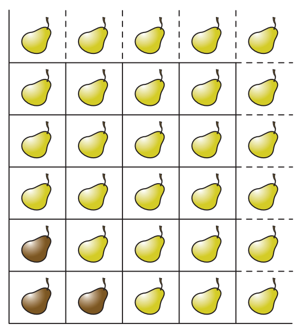
FA22 Ça se gâte !

a) Soigneusement entreposées sur un grand plateau au début du mois de novembre, ces poires se gâtent inexorablement d'une semaine à l'autre.

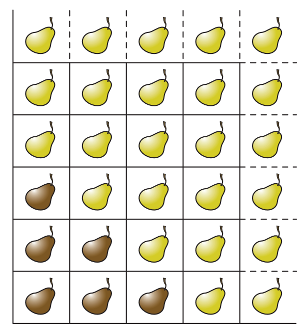
Evolution du nombre de poires gâtées :



1^{re} semaine



2^{e} semaine



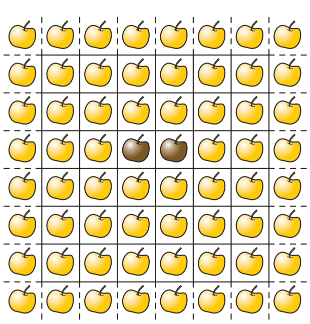
3^{e} semaine

Peux-tu prévoir le nombre de poires qui seront gâtées après 10 semaines ?

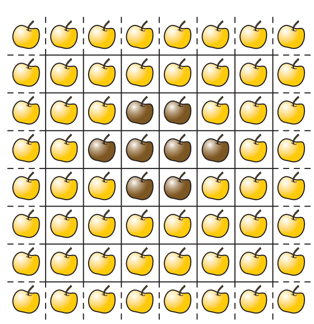
Et après n semaines ?

b) Entreposées au même endroit, ces pommes se gâtent aussi inexorablement d'une semaine à l'autre.

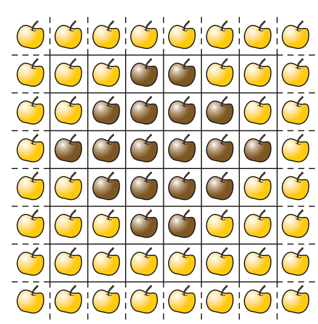
Evolution du nombre de pommes gâtées :



1^{re} semaine



2^{e} semaine

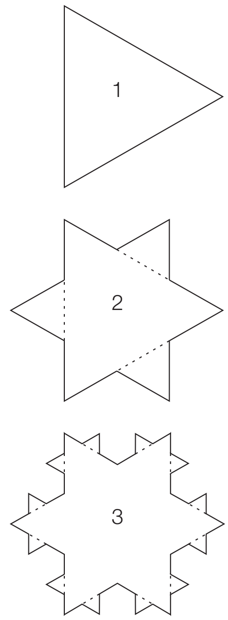


3^{e} semaine

Peux-tu prévoir le nombre de pommes qui seront gâtées après 10 semaines ?

Et après n semaines ?

FA23 Fractoiles



Les côtés de chacune de ces figures sont isométriques.

A chaque étape, on commence par diviser la longueur du côté de la figure précédente par trois.

On transforme ensuite chaque côté de la figure précédente, en doublant le tiers central.

En partant d'un triangle équilatéral dont le côté mesure 13,5 cm:

a) Construis en vraie grandeur la troisième étoile.

b) Existe-t-il une étoile dont le périmètre est supérieur à 1 m? à 100 m? à la distance Terre-Lune?

c) Existe-t-il une étoile de cette série dont l'aire est supérieure à celle du sol de ta salle de classe?

On désigne par *figure fractale* une courbe, une surface ou un objet qui possède, entre autres, la caractéristique de présenter des détails identiques à des échelles très différentes.

Partons par exemple d'un cube. Partageons-le en vingt-sept petits cubes, tous identiques. Retirons le petit cube central ainsi que les six cubes situés au milieu de chacune des faces.

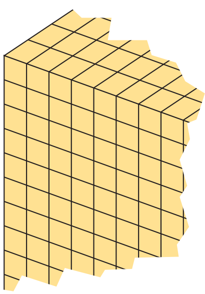
Si l'on répète ce procédé à chacun des cubes restants, deux fois de suite, on obtient le solide ci-contre, appelé également «éponge de Menger-Sierpinski».

FA24 Le cube peint

Un cube d'arête quelconque est constitué de n petits cubes unités, tous pareils.

On plonge le cube dans de la peinture jaune.

Combien de petits cubes auront trois faces peintes?
Deux faces peintes? Une face peinte? Aucune face peinte?



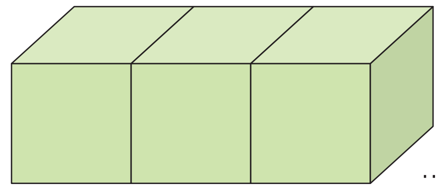
FA25 Alignement de cubes

On aligne des cubes sur une table, face contre face, et on détermine le nombre de faces visibles et cachées.

Combien y aura-t-il de faces de chaque sorte si l'on dispose de :

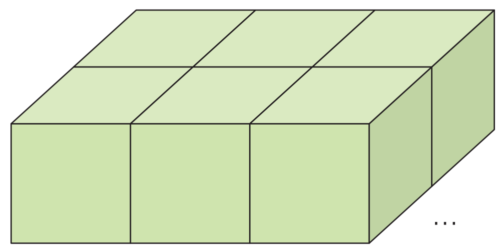
a) 2013 cubes ?

b) n cubes ?



Exemple : 3 cubes
– nombre de faces visibles : 11
– nombre de faces cachées : 7

c) n cubes avec cet arrangement ?

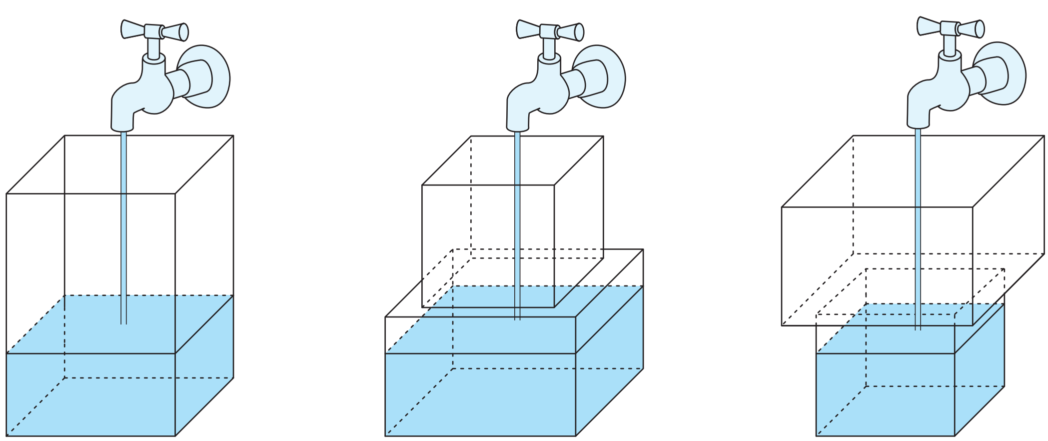


FA26 Un peu d'ordre, s.v.p. !

On remplit d'eau les six récipients ci-dessous.

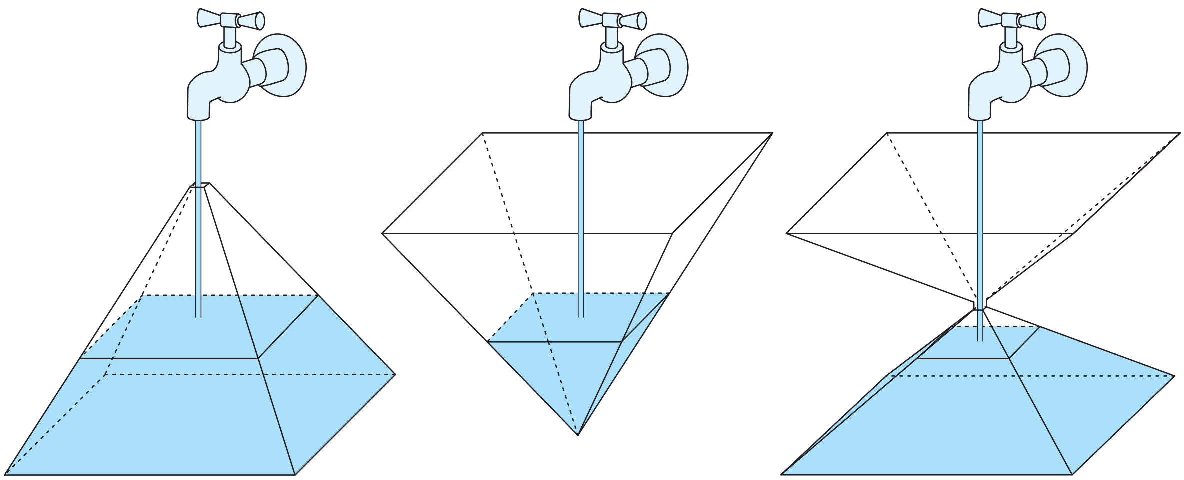
Tous ont le même volume (480 cm^3) et la même hauteur (10 cm).

Mets en relation les récipients avec chacune des représentations graphiques.

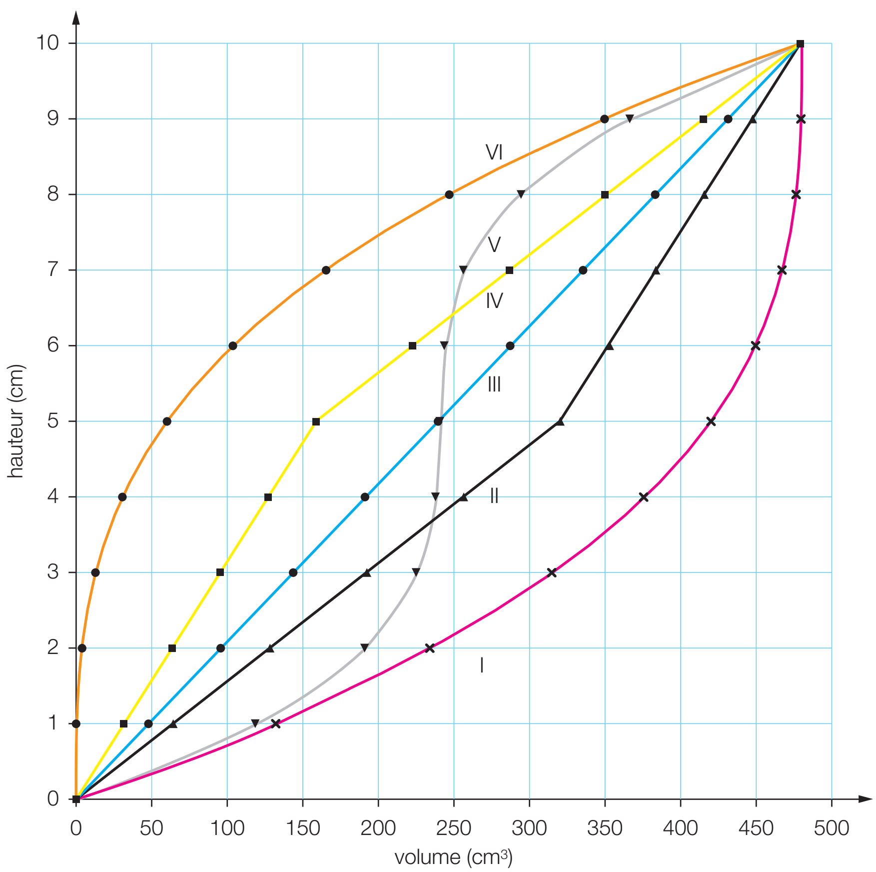


1. **2.** **3.**

SUITE ➔


4.
5.
6.

Graphiques :


hauteur (cm)
volume (cm³)
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
I
II
III
IV
V
VI

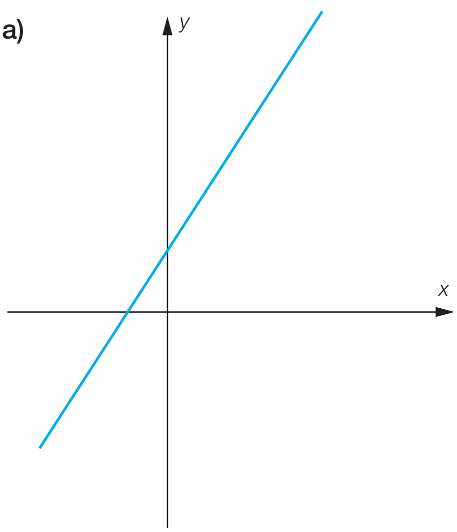
Représentations graphiques et expressions fonctionnelles

FA28 Cherchez les différences

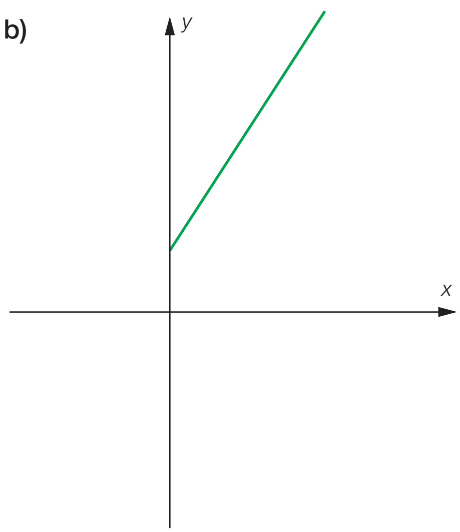
Quatre élèves ont représenté la fonction $x \longmapsto 2x + 5$.
Pourtant, leurs résultats ne sont pas tout à fait les mêmes. En quoi sont-ils différents ?

Trouve, si possible, des situations fonctionnelles de la vie courante dont les représentations graphiques ont la même allure.

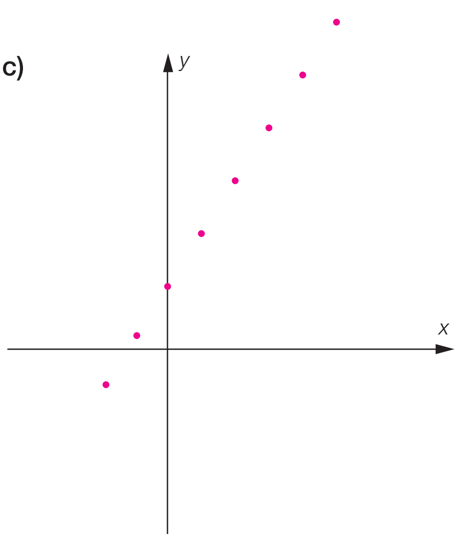
a)



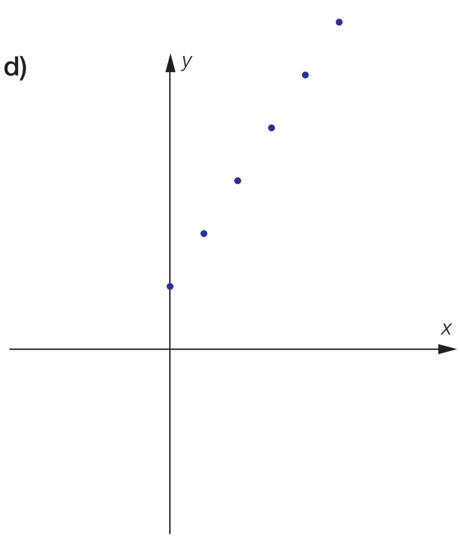
b)



c)



d)

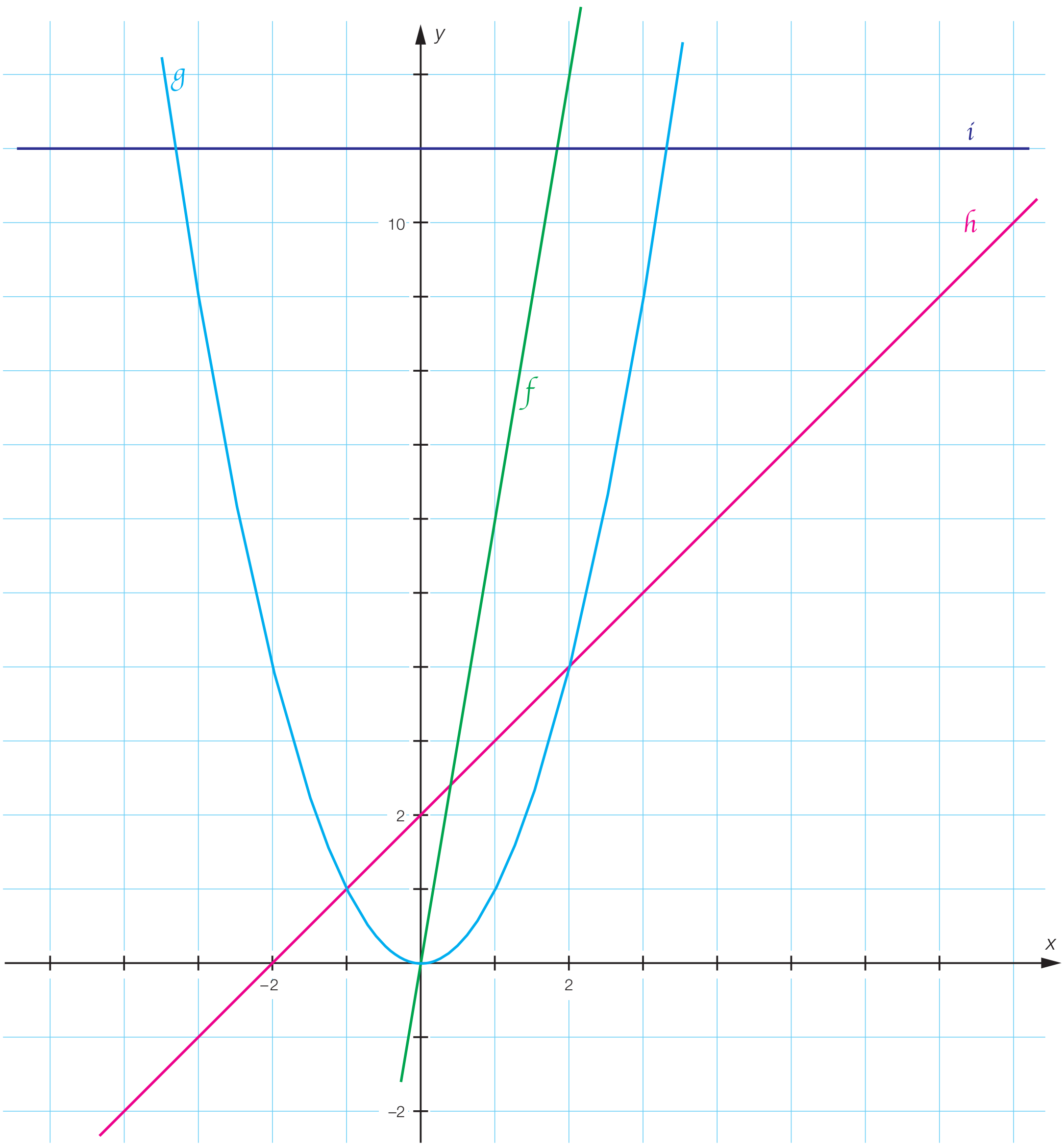


FA29 Correspondances

Quatre fonctions ont été représentées dans le graphique ci-dessous.

a) Etablis un tableau de valeurs pour chacune d'entre elles.

b) Retrouve leur expression fonctionnelle.



FA31 Les petites dernières

Deux fonctions h et i sont définies par :

$h(x) = 2x^3$ $\qquad$ $i(x) = \dfrac{2}{x}$

Représente-les graphiquement.

FICHIER FA32

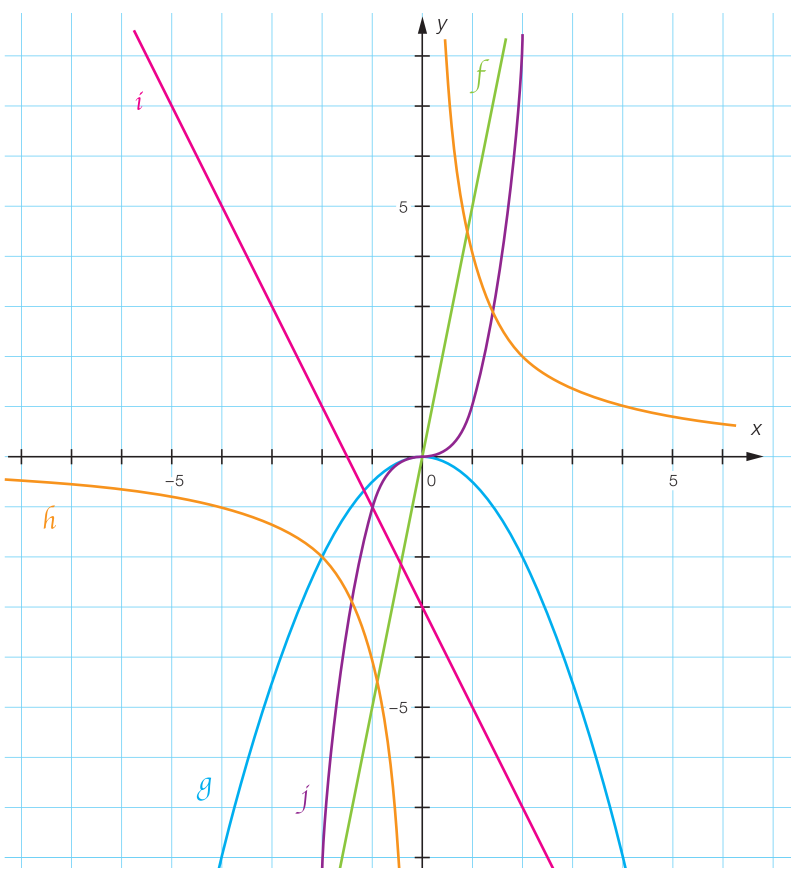
FA33 Appariement

Voici cinq fonctions f, g, h, i et j représentées dans un système d'axes et dont les expressions fonctionnelles sont :

$x \longmapsto \dfrac{4}{x}$ $\qquad$ $x \longmapsto -0{,}5x^2$ $\qquad$ $x \longmapsto x^3$

$x \longmapsto 5x$ $\qquad$ $x \longmapsto -2x-3$

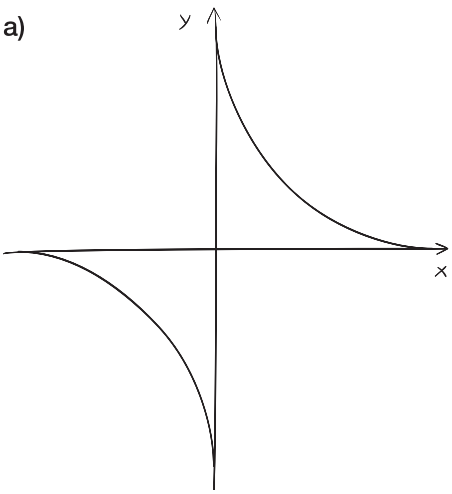
Retrouve les expressions fonctionnelles de chacune de ces fonctions.



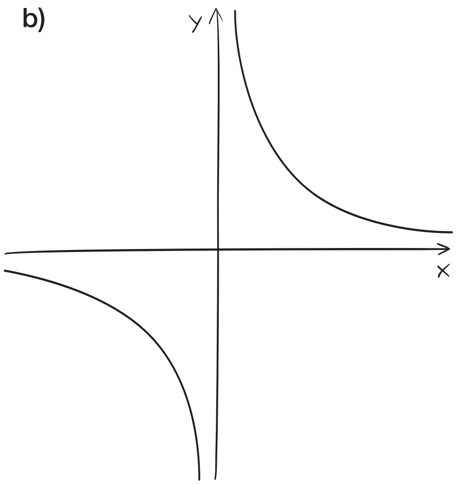
FA34 Hyperboles

Voici l'esquisse de la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{5}{x}$ faite par deux élèves. Leur travail est-il correct ?

a)



b)



FA35 Question d'ouverture

Les cinq fonctions ci-dessous sont de la forme $f(x) = ax^2$.

Voici leur expression fonctionnelle et leur représentation graphique :

$g(x) = x^2$

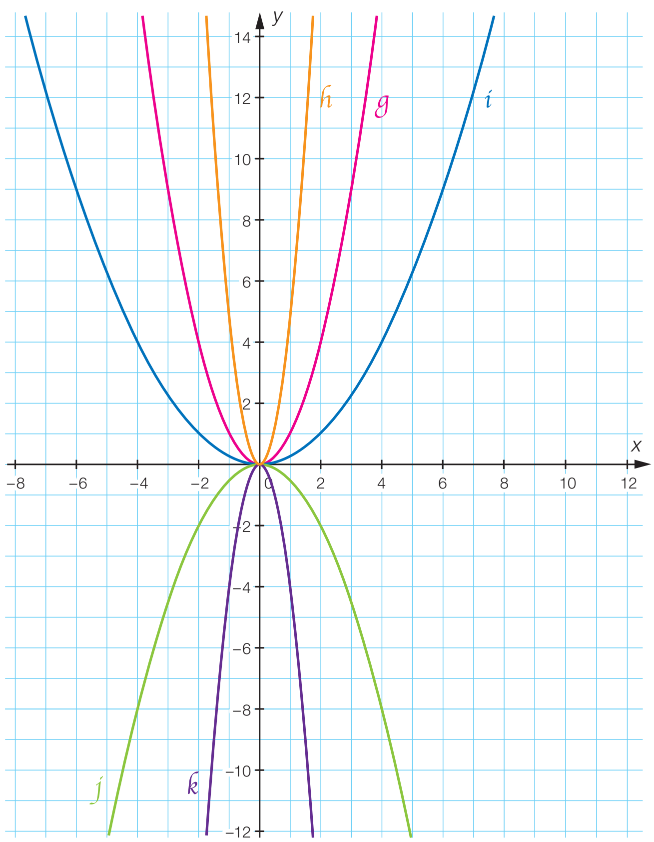
$h(x) = 5x^2$

$i(x) = 0{,}25x^2$

$j(x) = -0{,}5x^2$

$k(x) = -4x^2$

Quelles constatations peux-tu formuler ?



FICHIER FA36

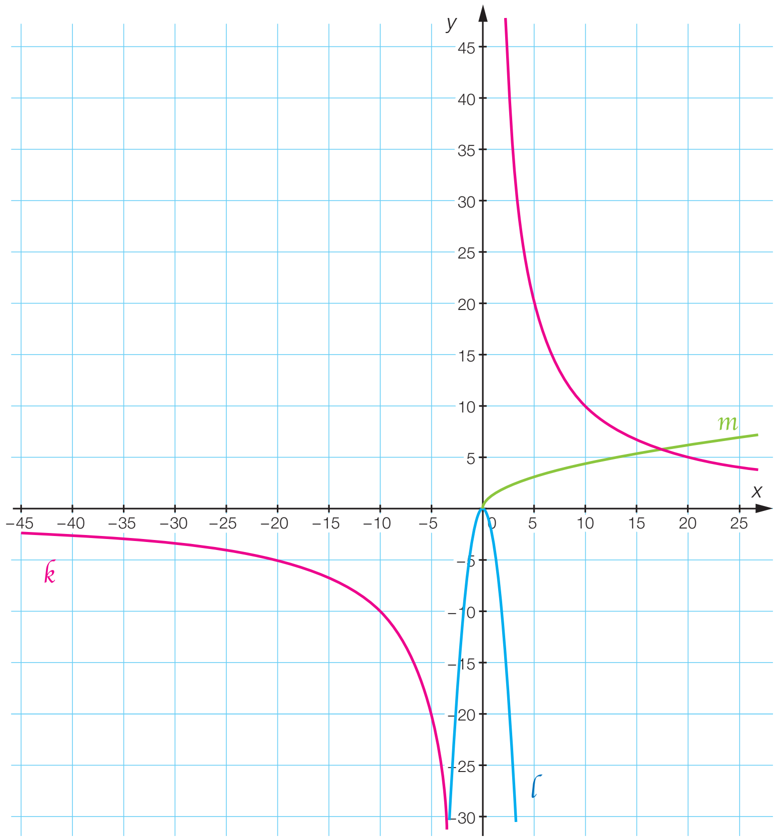
FA37 Courbes

Voici trois fonctions k, l et m représentées dans un système d'axes.
Indique à quelle représentation graphique correspond chacune des expressions fonctionnelles ci-dessous.

$x \longmapsto \dfrac{100}{x}$

$x \longmapsto -3x^2$

$x \longmapsto \sqrt{2x}$



FA38 De quel type de fonction s'agit-il ?

Donne, si possible, l'expression fonctionnelle et le type de fonction correspondant aux situations suivantes, puis esquisse leur représentation graphique.

a) La distance parcourue par un véhicule qui roule à vitesse constante, en fonction du temps.

b) Le volume d'une pyramide à base carrée, en fonction de sa hauteur.

c) L'aire totale d'un cube en fonction de son arête.

d) Le volume d'un cube en fonction de son arête.

e) La longueur d'un cercle en fonction de son rayon.

f) Le périmètre d'un disque en fonction de son diamètre.

g) Le diamètre d'un disque en fonction de son aire.

h) Le prix d'une course en taxi en fonction de la distance parcourue.

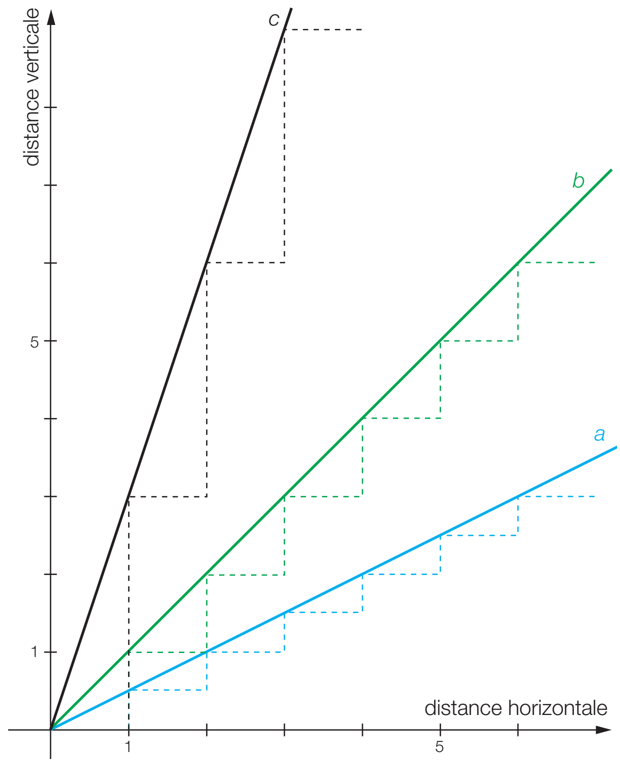
i) Le montant d'une facture de téléphone en fonction du temps de communication.

Représentations de fonctions affines

FA39 Attention à la marche !

On a représenté des escaliers et les trois droites qui relient, respectivement, le nez des marches de chacun d'eux.

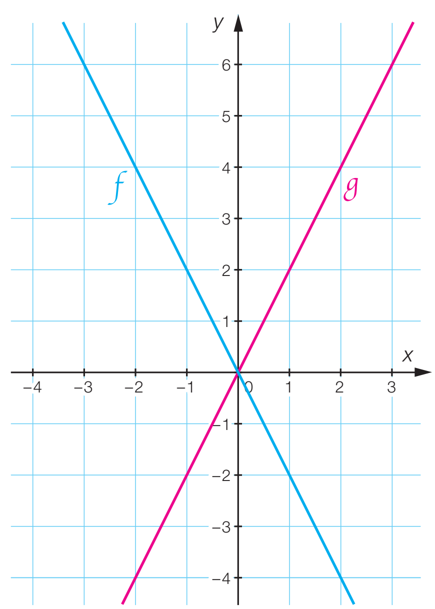
Définis la pente de chacune de ces droites.



FICHIER FA40

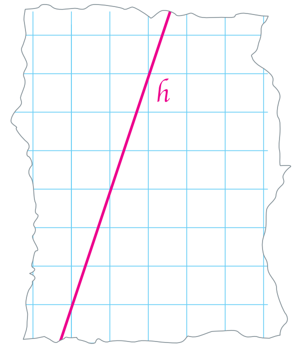
FA41 Pente

Détermine la pente des droites f et g représentées ci-contre, puis leur expression fonctionnelle.



FA42 Morceau de papier

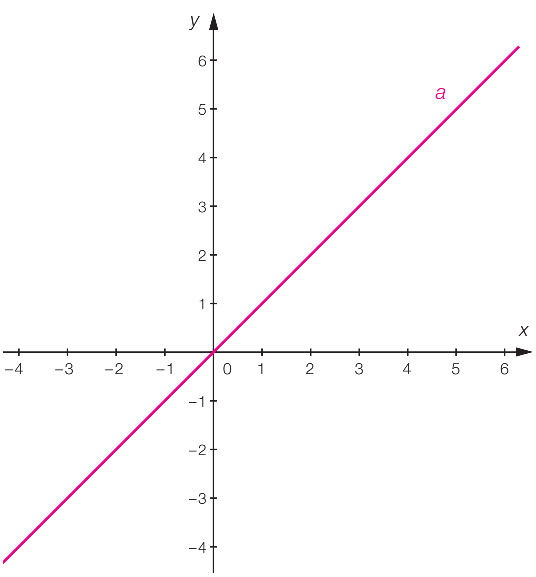
Léa doit retrouver l'expression fonctionnelle de la fonction linéaire h qu'elle a représentée dans un repère orthonormé. Malheureusement, sa feuille a été déchirée et il ne lui reste plus que le morceau ci-contre.

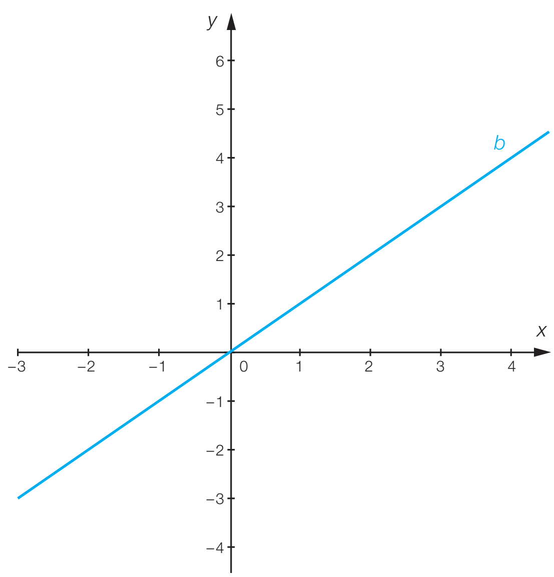


Donne une méthode lui permettant malgré tout d'effectuer le travail demandé sans reconstruire la représentation graphique.

FA43 Pentu !

Quelle est la droite qui a la plus forte pente ? Justifie.





FA45 Droites parallèles

La droite f est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = 4x$,
la droite g celle de la fonction g définie par $g(x) = 4x + 3$.

a) Sans tracer ces droites, peux-tu dire si elles sont parallèles ?

b) Vérifie ton pronostic en les traçant.

c) Soit h la droite parallèle à f et qui passe par le point $(0\ ;\ -5)$; sans la tracer, détermine l'expression fonctionnelle de la fonction h.

d) Trouve l'expression fonctionnelle de la fonction i qui passe par le point $(0\ ;\ -100)$ et dont la pente vaut -2.

FA46 Où ça coupe !

Trouve l'expression fonctionnelle des fonctions représentées par les droites décrites ci-dessous :

a) La droite a passe par le point $(0\ ;\ 2)$. Elle est inclinée à 45°.

b) La droite b passe par le point $(0\ ;\ 3)$, avec une pente de 300 %.

c) La droite c coupe l'axe vertical à 5 unités en dessous de l'origine, avec une pente de deux sur un.

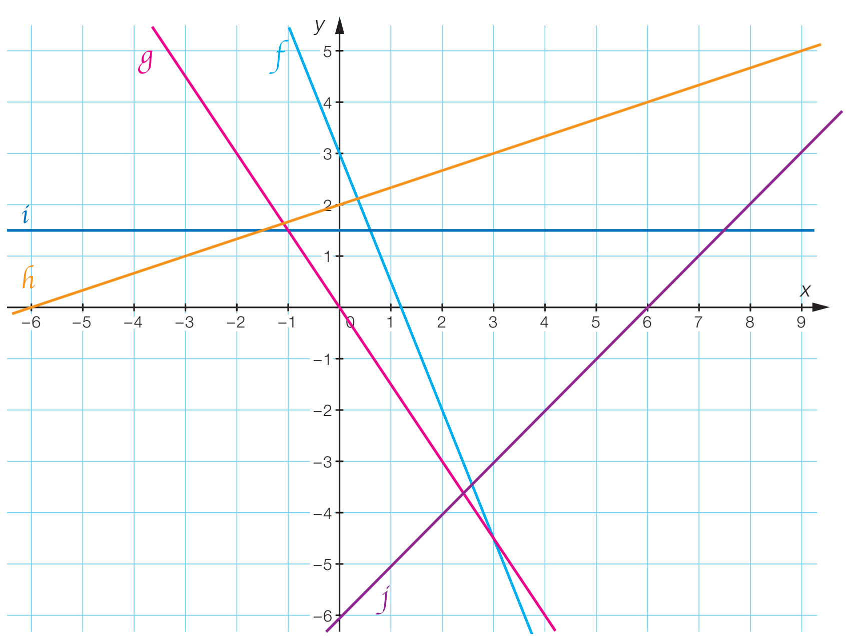
d) La droite d passe par le point de coordonnées $(0\ ;\ 4)$, avec une pente égale à $-\frac{1}{2}$.

e) La droite e passe par les points $(0\ ;\ 3)$ et $(-2\ ;\ 0)$.

FICHIER FA47

FA48 Droites en vrac

Détermine l'expression fonctionnelle des fonctions représentées ci-dessous.



FA49 Se coupent-elles ?

Dans un système d'axes orthonormé, place les points :

$A\ (0\ ;\ 6)$ $B\ (10\ ;\ 0)$ $C\ (0\ ;\ -7{,}5)$ $D\ (-8\ ;\ 0)$.

Construis les droites :

d_1 passant par les points A et B ;

d_2 passant par les points B et C ;

d_3 passant par les points C et D ;

d_4 passant par les points D et A.

a) Les droites d_1 et d_3 se coupent-elles ?

b) Et les droites d_2 et d_4 ?

c) Trouve l'expression fonctionnelle des fonctions représentées par chacune des droites ; que peux-tu en déduire ?

FA50 Sans tableau

Trace la représentation graphique des fonctions $f : x \longmapsto -2x + 3$ et $g : x \longmapsto -3x$ uniquement à l'aide de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

FA51 Uniquement avec *a* et *b*

Construis un repère orthonormé, puis trace la représentation graphique des fonctions suivantes à l'aide de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

$f(x) = 3x + 1$ $i(x) = -3x - 1$

$g(x) = \frac{1}{2}x$ $j(x) = 2x$

$h(x) = -\frac{2}{3}x + 2{,}5$ $k(x) = -\frac{2}{3}x - 5{,}5$

FA52 Encore des associations

Associe à chaque esquisse de représentation graphique son expression fonctionnelle.

a) $x \longmapsto -7{,}6x$

b) $x \longmapsto 2{,}9$

c) $x \longmapsto -5{,}1x + 8{,}4$

d) $x \longmapsto x^2$

e) $x \longmapsto -2{,}4x - 1{,}1$

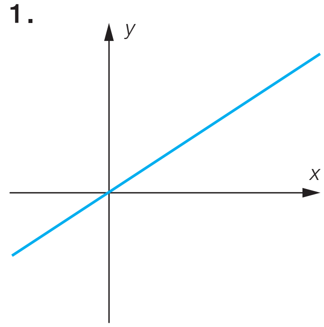
f) $x \longmapsto -9{,}7$

g) $x \longmapsto 3{,}9x + 2{,}6$

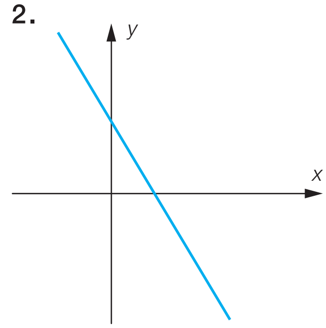
h) $x \longmapsto 6{,}2x$

i) $x \longmapsto 4{,}1x - 9{,}6$

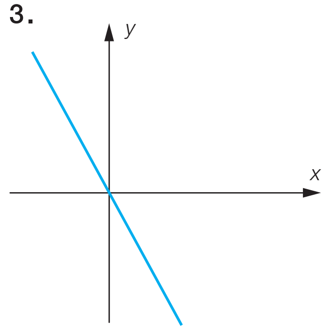
1.



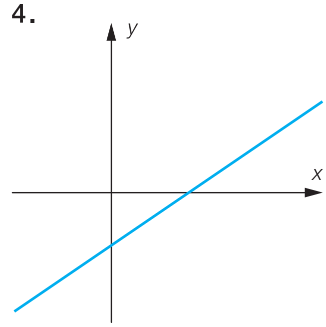
2.



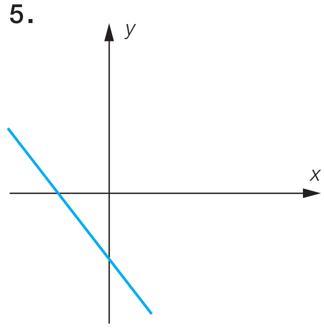
3.



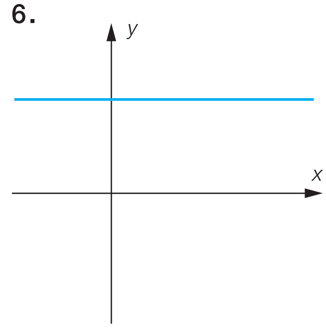
4.



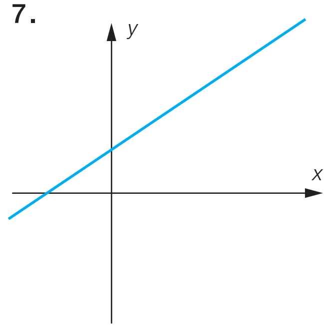
5.



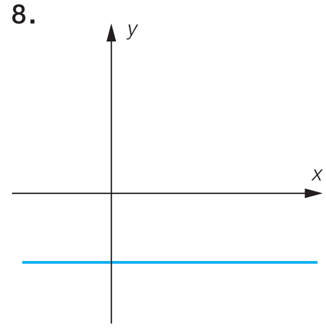
6.



7.

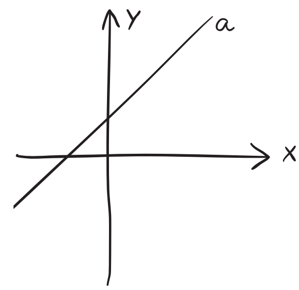


8.



FA53 Comme sur des rails

Ci-contre, on a dessiné à main levée la représentation graphique de la fonction $a : x \longmapsto 4x + 3$.



Reproduis à main levée ce dessin dans ton cahier.

Sans ajouter de graduations, trace les représentations graphiques des fonctions :

$b : x \longmapsto 4x - 3$ $\qquad$ $d : x \longmapsto -4x - 3$

$c : x \longmapsto -4x + 3$ $\qquad$ $e : x \longmapsto 4x + 6$

FICHIER Faire le point p. 52

Problèmes et fonctions

FA54 Choix d'abonnement

Jean-Daniel a le choix entre trois variantes d'abonnement pour la saison des concerts comptant en tout vingt représentations :

– Variante F : il prend un abonnement pour toute la saison à 700 francs.

– Variante G : il prend un abonnement à 300 francs et paie ensuite 25 francs par concert.

– Variante H : il achète les billets au cas par cas au prix de 50 francs.

a) Détermine le tarif le plus avantageux pour onze concerts.

b) On considère les fonctions suivantes qui associent un prix payé à un nombre de concerts :

f pour le prix de la variante F ;

g pour le prix de la variante G ;

h pour le prix de la variante H.

Représente les fonctions f, g et h dans un même système d'axes.

c) Utilise ces représentations graphiques pour choisir le tarif le plus avantageux en fonction du nombre de concerts.

FA55 Téléphonie mobile

Voici les tarifs de trois opérateurs de téléphone mobile :

Tarif A : abonnement mensuel à 15 francs, puis 0.70 franc par minute ;

Tarif B : abonnement mensuel à 40 francs, puis 0.35 franc par minute ;

Tarif C : abonnement mensuel à 45 francs, puis 0.20 franc par minute.

a) Détermine l'expression fonctionnelle des fonctions qui associent au nombre de minutes utilisées le prix payé pour chacun des trois tarifs.

b) Représente les trois fonctions dans un même système d'axes.

c) Détermine, en fonction du nombre de minutes utilisées, le tarif le plus avantageux.

FA56 Le potager d'Aloys

Comme chaque printemps, Aloys modifie l'emplacement de son jardin potager.

Cette année, il décide de l'implanter le long de la façade sud du rural, de façon qu'il soit rectangulaire. Pour y parvenir, il dispose d'une clôture de 22 m.

A quelle distance de la façade va-t-il planter ses deux piquets d'angle pour obtenir une aire maximale ?

FA57 Parking rectangulaire

A l'occasion d'une fête, l'organisateur doit délimiter un parking rectangulaire, sur un champ mis à sa disposition, à l'aide d'une corde de 240 m.

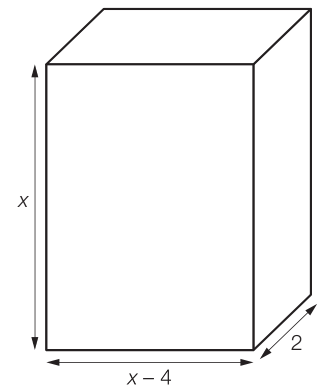
a) Quelles doivent être les mesures du rectangle pour que le parking ait une aire de 2700 m^2 ?

b) Donne l'expression fonctionnelle qui, à la mesure d'un côté du parking, fait correspondre son aire.

c) Représente graphiquement l'aire du parking en fonction de la longueur d'un de ses côtés.

d) Quelle est l'aire maximale qu'on peut donner à ce parking ?

FA58 La boîte



a) Quelle est l'aire totale de cette boîte si la hauteur vaut 7 ?

b) Pour quelle valeur de x l'aire totale de cette boîte est-elle égale à 146 cm^2 ?

c) Donne l'expression fonctionnelle qui, à la hauteur x de la boîte, fait correspondre l'aire totale de cette boîte.

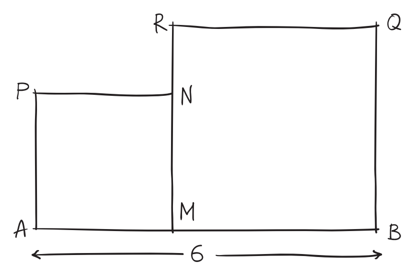
d) Représente graphiquement cette fonction.

e) Détermine, à l'aide de la représentation graphique, une valeur approchée de x pour laquelle l'aire totale de la boîte est égale à 100 cm^2.

FA59 Somme minimale

On considère un segment AB tel que $AB = 6$ cm. On place un point M sur ce segment et on construit deux carrés $AMNP$ et $MBQR$, comme sur le dessin ci-contre.

Où placer le point M pour que la somme S des aires des deux carrés soit minimale ?



Encore quelques problèmes

FA60 Ça bouge !

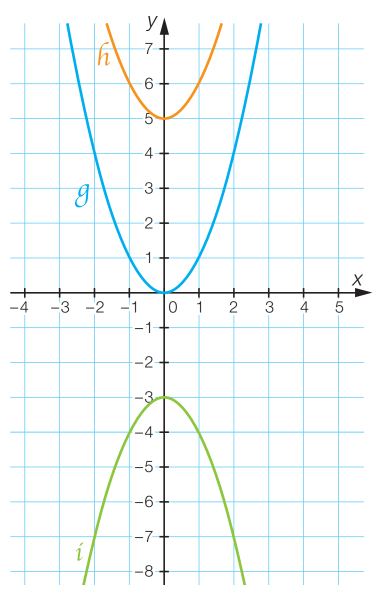
Les trois fonctions g, h et i sont de la forme $x \longmapsto ax^2 + c$.

Voici leur expression fonctionnelle et leur représentation graphique :

$g(x) = x^2$

$h(x) = x^2 + 5$

$i(x) = -x^2 - 3$



a) Quelles constatations peux-tu formuler ?

SUITE ➜

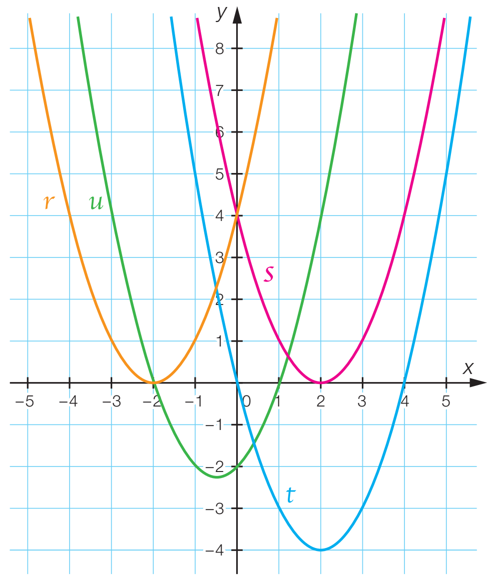
b) Fais de même pour ces quatre autres fonctions de la forme $x \longmapsto ax^2 + bx + c$.

$r(x) = x^2 + 4x + 4$

$s(x) = x^2 - 4x + 4$

$t(x) = x^2 - 4x$

$u(x) = x^2 + x - 2$

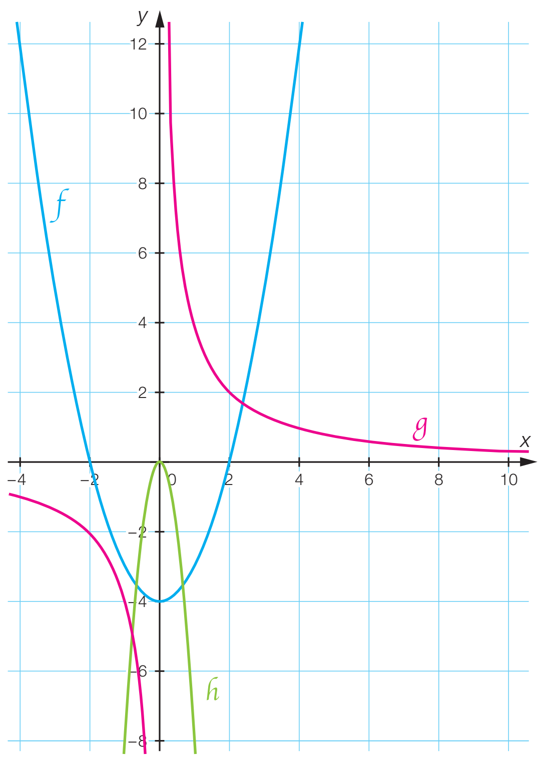


FA61 Du graphique à l'expression fonctionnelle

Voici les représentations graphiques de quatre fonctions.

a) Trouve l'expression fonctionnelle de chacune d'elle.

b) De quel type de fonctions s'agit-il ?



FA62 Encore un patchwork

a) Chaque élève d'une classe dessine un rectangle dont l'aire mesure 72 cm^2. Exprime une des dimensions en fonction de l'autre.

b) Dans un tournoi de tennis en simple, à chaque tour, les joueurs qui perdent sont éliminés.
Exprime le nombre total de participants en fonction du nombre de tours.

c) Dans un championnat de football, chaque équipe joue des matches aller-retour contre toutes les autres équipes.
Exprime le nombre total de matches de ce championnat en fonction du nombre d'équipes inscrites.

FICHIER FA63

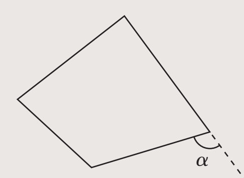
FA64 Angles intérieurs

Exprime la somme des angles intérieurs d'un polygone convexe en fonction du nombre de ses côtés.

FA65 Angles extérieurs

Exprime la somme des angles extérieurs d'un polygone convexe en fonction du nombre de ses côtés.

On appelle angle extérieur d'un polygone l'angle formé, en un sommet de ce polygone, par l'un de ses côtés et le prolongement de l'autre :



FA66 Deux ou trois choses que je sais d'elle...

De cette fonction, on ne sait qu'une chose : $1 \longmapsto 12$.

a) Trouve, si possible, une fonction linéaire, une fonction affine, une fonction du deuxième degré, respectant la condition posée.

b) Même recherche, mais on ajoute une deuxième condition à la première : $4 \longmapsto 3$.

c) Même question avec une troisième condition : $0 \longmapsto 11$.

FA67 De deux points à la pente

a) Place les points $E(1\ ;\ 1)$ et $F(3\ ;\ 2)$ dans un repère orthonormé.
Détermine sur le graphique la pente du segment EF.

b) Fais de même pour les points $G(4\ ;\ -1)$ et $H(2\ ;\ 1)$.

c) Que vaut la pente des segments EG et EH ?

d) Soit les points $K(-2\ ;\ 3)$ et $L(1\ ;\ 3)$; calcule la pente du segment KL sans placer les points dans le graphique.

e) Même question avec les points $M(-3\ ;\ 2)$ et $N(-3\ ;\ 5)$ et le segment MN.

FA68 Pente et méthode

a) Trouve une méthode te permettant de calculer rapidement la pente d'une fonction affine connaissant deux points $A(x_1\ ;\ y_1)$ et $B(x_2\ ;\ y_2)$ appartenant à la représentation graphique de cette fonction.

b) Applique cette méthode pour retrouver la pente de la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points $C(2\ ;\ 5{,}5)$ et $D(5\ ;\ 16)$.

c) Détermine l'expression fonctionnelle de la fonction f.

FA69 A chacun sa diagonale

On considère un cube d'arête x.

a) Exprime la mesure de la diagonale d'une face du cube en fonction de la mesure de son arête.

b) Exprime la mesure de la diagonale intérieure du cube en fonction de la mesure de son arête.

c) Exprime la mesure de la diagonale intérieure du cube en fonction de la mesure de la diagonale de l'une de ses faces.

d) Les fonctions définies dans les questions précédentes sont-elles du même type ? Si oui, précise lequel.

Proportionnalité

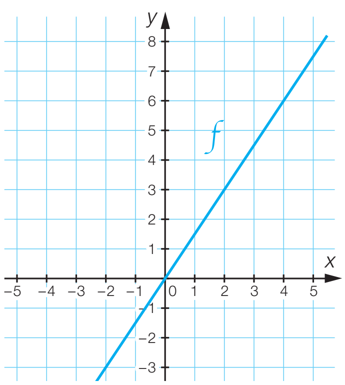
FICHIER Que sais-je ? p. 55

Pour réactiver certaines connaissances

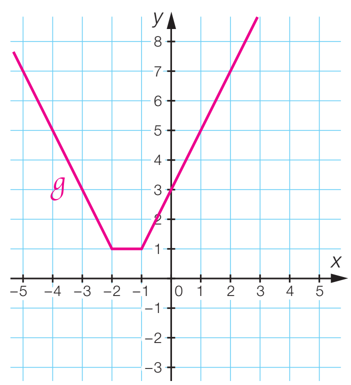
FA70 Fonctions linéaires ou pas ?

Lesquelles de ces huit représentations graphiques sont celles d'une fonction linéaire ?

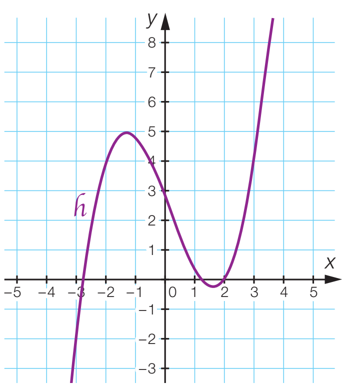
a)



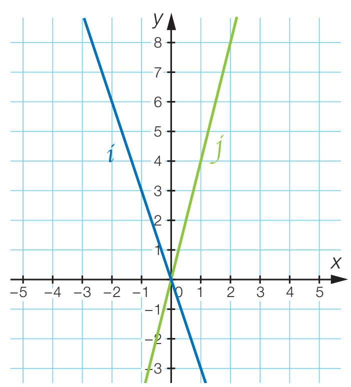
b)



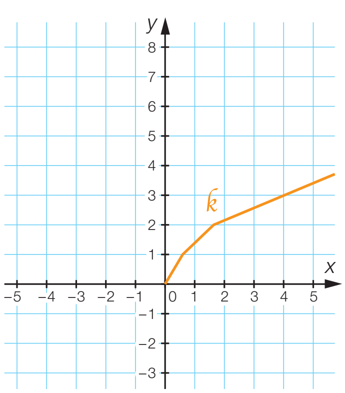
c)



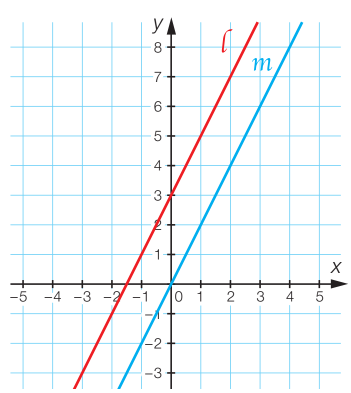
d)



e)



f)



FA71 Très pentu ?

Représente dans ton cahier une pente de 200 %.

FICHIER FA72

FA73 L'avenue Léopold-Robert

L'avenue Léopold-Robert, célèbre artère de la ville de La Chaux-de-Fonds, a une longueur de 1,5 km. Sur un plan de ville à l'échelle 1 : 12 000, quelle est la longueur du segment qui représente cette avenue ?

FA74 Madagascar

Gilles profite d'une promotion pour un voyage à Madagascar : 1248 francs au lieu de 1600 francs.

Quel est le pourcentage de réduction dont il bénéficie ?

Située au sud de l'équateur, dans l'océan Indien, Madagascar est la cinquième île du monde en superficie (587 000 km²) après l'Australie, le Groenland, la Nouvelle-Guinée et Bornéo ; l'île de Madagascar est séparée du continent africain par le canal du Mozambique. La distance entre la côte ouest de Madagascar et les côtes du Mozambique en Afrique de l'Est est d'environ 400 km.

FA75 Le KL

Le départ de la piste de kilomètre lancé des Arcs se trouve à une altitude de 2620 m, son arrivée à une altitude de 2055 m et sa pente moyenne est de 34,3 %.

A quelle distance horizontale du sommet de la piste l'arrivée se situe-t-elle ?

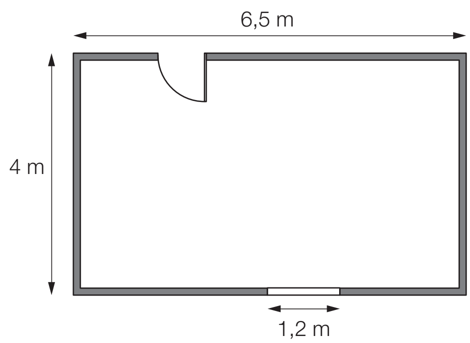
Pour consolider et aller plus loin

FICHIER **FA76** et **FA77**

FA78 La chambre à coucher

Sur ce plan, on a indiqué les dimensions réelles d’une chambre à coucher.

Réalise un plan à l’échelle 1/25 de cette chambre.



FA79 Le pantalon de ski

La masse d’un pantalon de ski se répartit de la façon suivante : laine 42 %, Helanca 44 %, nylon 10 %, autres matières 4 %. Il y a 357 g de laine.

Quelle est la masse totale du pantalon, celle de l’Helanca, celle du nylon et celle des autres matières ?

FA80 Les soldes

Lors des soldes, j’ai bénéficié d’un rabais de 30 % sur une veste de ski qui m’a coûté 315 francs.

Quel était son prix normal ?

FICHIER **FA81**

FA82 La grande échelle

En intervention lors d’un incendie, les pompiers déploient la grande échelle et l’appuient contre la façade d’un immeuble. Le sommet de l’échelle se trouve alors à 17,1 m du sol et sa base est éloignée de 6 m de la façade.

a) Dessine cette situation à l’échelle 1 : 200.

b) Quelle est la pente de la grande échelle ?

FA83 L’atterrissage

Un avion de ligne, en phase finale d’approche vers la piste d’atterrissage, descend selon une pente de 5 %. De combien l’altitude d’un tel avion diminue-t-elle pour un déplacement horizontal de 1 km ?

FICHIER FA84 et FA85

FA86 Le triangle

Les côtés d’un triangle *ABC* mesurent respectivement 5 cm, 8 cm, et 12 cm.
Michael décide de tracer à la craie un agrandissement de ce triangle.
Il choisit alors pour longueurs des côtés 27,5 cm, 66 cm et 42 cm.

Son agrandissement est-il correct ?

FA87 Le fer

Dans une usine, on traite du minerai contenant en moyenne 35 % de fer. Il faut utiliser 120 kg de charbon pour produire l’énergie nécessaire à l’extraction de 100 kg de fer.

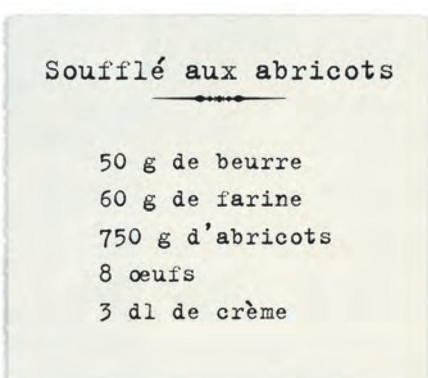
Quelle quantité de charbon faudra-t-il pour extraire le fer contenu dans 1200 t de minerai ?

FA88 Le soufflé aux abricots

Pour son anniversaire, le frère de Sven prépare un soufflé aux abricots.

La recette ci-dessous est prévue pour cinq personnes.

Aide-le à déterminer les quantités dont il aura besoin pour seize personnes.



Soufflé aux abricots

50 g de beurre
60 g de farine
750 g d’abricots
8 œufs
3 dl de crème

FICHIER FA89

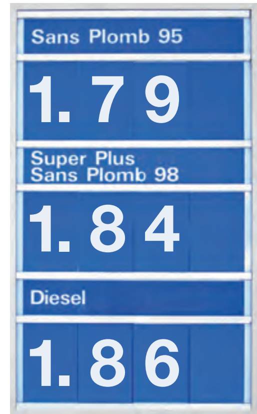
FA90 Le touriste

Le jeudi 12 juillet 2012, un touriste, en voyage en Suisse, a mis 44 l de diesel dans le réservoir de son véhicule.

Ci-contre se trouvent les prix affichés à la station-service.

A la caisse, il décide de payer en euros et tend quatre billets de 20 € à la caissière. Celle-ci l'informe qu'elle ne peut lui rendre la monnaie qu'en francs suisses.

Quelle somme va-t-elle lui rendre ?



1 € = 1.22 CHF

FA91 Les champignons presque séchés

Les champignons frais contiennent 90 % de leur poids en eau.
Par suite d'une belle récolte, il me reste 1 kg de champignons que je mets à sécher.
Au bout de quelques jours, ils ne pèsent plus que 500 g.

Quel pourcentage d'eau contiennent-ils encore ?

FA92 Le chauffage

Les frais de chauffage d'un petit immeuble se sont élevés à 7690 francs pour un hiver.
Le propriétaire en prend 10 % à sa charge et répartit le solde entre ses trois locataires au prorata du volume des locaux loués, soit 940 m^3, 520 m^3 et 490 m^3.

Quelle sera la participation de chaque locataire ?

FA93 D'une dimension à l'autre

Un village de vacances est représenté par une maquette à l'échelle 1 : 1000.

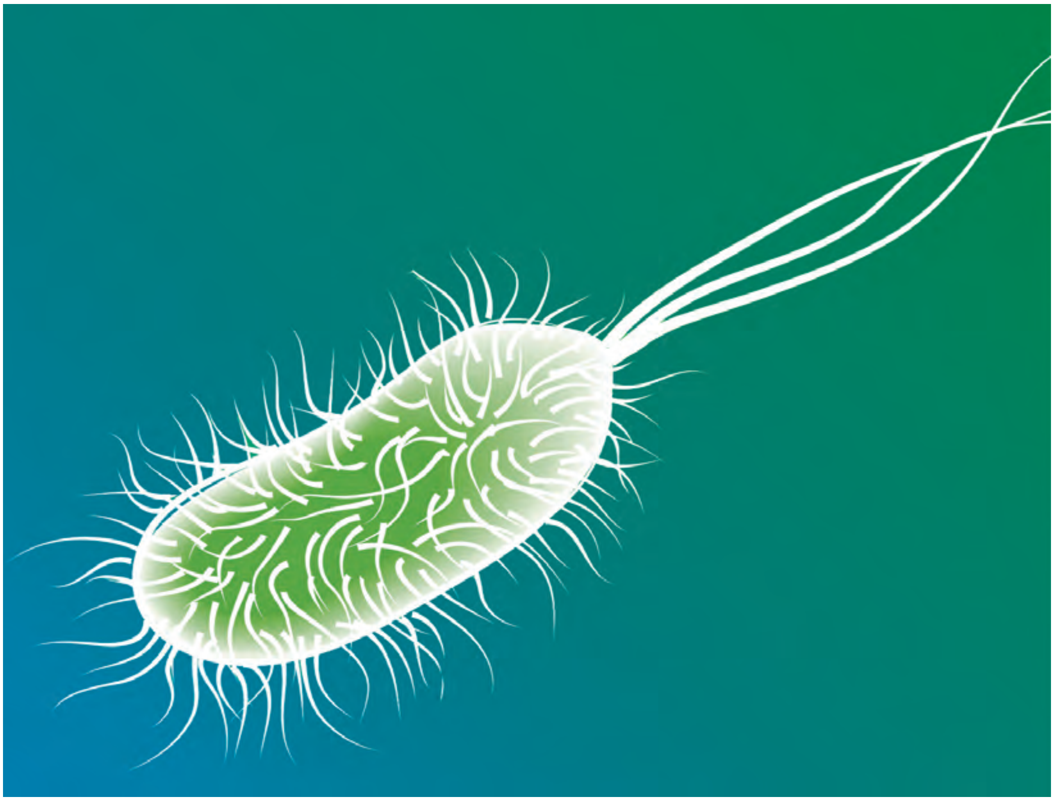
Quels sont, sur la maquette :

- la hauteur d'un pylône de 15 m de haut ?
- l'aire du rectangle qui représente un terrain de sport de 1 ha ?
- le volume d'une piscine qui contient 2500 m^3 d'eau ?

FA94 La bactérie

Voici l'image d'une bactérie grossie 100 000 fois.

Quelle est, approximativement, la longueur réelle d'une de ces bactéries ?



La bactérie est un micro-organisme unicellulaire et sans noyau (procaryote) pouvant se développer dans tous les milieux.

Certaines bactéries peuvent être sources de maladies et sont traitées par antibiotiques. Mais la plupart sont très utiles à l'homme : fermentation des produits alimentaires, décomposition de déchets organiques, protection des plantes contre certains insectes, etc. On les utilise également pour produire certains médicaments ; les scientifiques les étudient pour mieux comprendre certains phénomènes du vivant.

FA95 L'aéroport

Sachant que la longueur de la piste de l'aéroport de Genève-Cointrin est de 3,9 km, quelle est, approximativement, l'échelle de cette carte ?

FA96 Le village

De 2000 à 2006, le nombre d'habitants d'un village a augmenté de 14 %, avant de diminuer de 20 %, de 2006 à 2012. Fin 2012, ce village comptait 2280 habitants.

Combien de personnes vivaient dans ce village en l'an 2000 ?

FA97 Morceau de cube

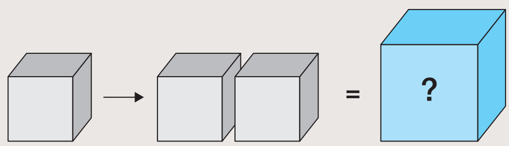
L'arête d'un cube mesure 5 cm.

Tu l'augmentes de 20 %.

De quel pourcentage le volume de ce cube augmente-t-il ?

Dupliquer un cube : ce problème se posa la première fois en 600 av. J.-C. aux mathématiciens grecs lors d'une épidémie de peste à Athènes. L'oracle consulté promit de faire cesser l'épidémie à la condition suivante : il fallait doubler l'autel consacré à Apollon, dans l'île de Délos, autel dont la forme était un cube parfait. Aucun mathématicien ne parvint à ses fins.

Avec la quadrature du cercle et la trisection de l'angle, la duplication du cube fait partie des trois grands problèmes géométriques de l'Antiquité. Ce problème consiste donc à construire un cube de volume deux fois plus grand qu'un cube donné, uniquement à l'aide d'une règle et d'un compas. Ce n'est qu'en 1837 que Pierre-Laurent Wantzel démontra l'impossibilité de cette construction.



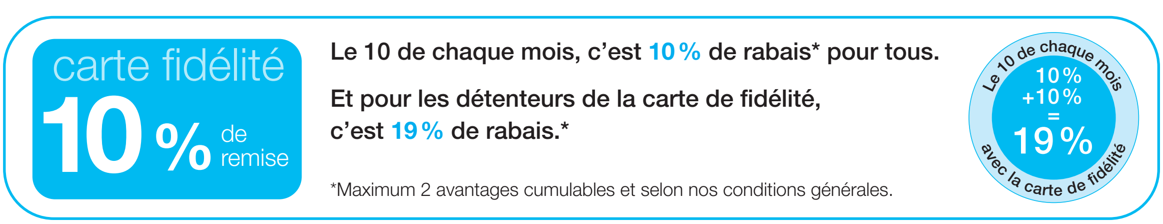
FA98 Isaline est surprise

Isaline dispose d'un capital initial de Fr. 10 000.–. Elle décide de le placer à un taux d'intérêt de 10 % par année. Lorsque, après trois ans, Isaline décide de retirer son capital, elle est surprise de constater qu'elle dispose désormais de Fr. 13 310.– au lieu des Fr. 13 000.– qu'elle avait pensé recevoir !

Explique cette différence.

FA99 Publicité mensongère ?

Dans sa publicité, un magasin offre une carte de fidélité à ses clients. Cette carte permet à ses détenteurs de bénéficier d'un rabais de 10 % sur l'ensemble des articles. En plus de ce rabais, le magasin offre un rabais supplémentaire de 10 % tous les dix de chaque mois. Voici ce qui est affiché sur la vitrine de ce commerce :



Qu'en penses-tu ?

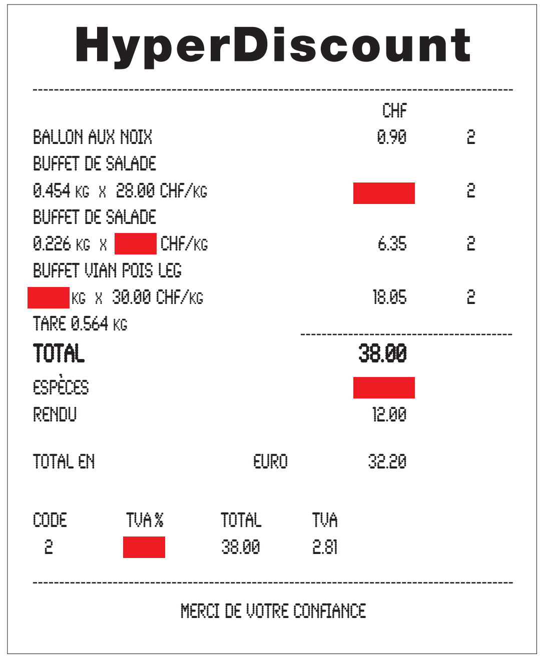
FA100 Le self-service

Voici un ticket de caisse.

a) Retrouve les nombres cachés par des rectangles rouges.

b) Vérifie le montant indiqué pour la taxe à la valeur ajoutée (TVA) qui devrait être de 8 %.

c) Quel était le cours de l'euro ce jour-là ?



HyperDiscount

		CHF	
BALLON AUX NOIX		0.90	2
BUFFET DE SALADE			
0.454 KG x 28.00 CHF/KG			2
BUFFET DE SALADE			
0.226 KG x CHF/KG		6.35	2
BUFFET VIAN POIS LEG			
KG x 30.00 CHF/KG		18.05	2
TARE 0.564 KG			
TOTAL		**38.00**	
ESPÈCES			
RENDU		12.00	
TOTAL EN	EURO	32.20	

CODE	TVA %	TOTAL	TVA
2		38.00	2.81

MERCI DE VOTRE CONFIANCE

La taxe à la valeur ajoutée (TVA) est un impôt que perçoit un Etat sur les livraisons et les prestations de services faites sur son territoire.

En Suisse, depuis le 1er janvier 2010, les taux officiels de TVA sont les suivants : 8 % (taux normal) ; 2,5 % (taux réduit notamment pour certains produits alimentaires, les livres, les journaux et les médicaments) ; 3,8 % (taux spécial pour l'hébergement).

FA101 Escompte

Une petite entreprise d'électricité générale accorde un escompte de 2 % sur ses factures si celles-ci sont payées dans un délai de 8 jours, au lieu du délai standard de 30 jours.

Quel montant est-il possible d'économiser, grâce à l'escompte, sur une facture de 2500 francs ?

FICHIER **FA102** et **FA103**

FA104 Compte d'épargne

Adriana décide de placer une somme de 12 000 francs, sur un compte d'épargne, à un taux d'intérêt de 1,5 % par année.

a) Calcule le montant des intérêts rapportés par ce capital placé pendant huit mois.

b) Calcule la somme dont Adriana disposera au bout de deux ans et demi, si elle ne retire rien de son compte.

Unités composées

FA105 A l'aide d'un chronomètre

En expliquant ta démarche, détermine expérimentalement :

a) la vitesse d'une personne qui court ;

b) la vitesse d'une personne qui monte les escaliers ;

c) la vitesse d'une voiture dans la rue ;

d) la vitesse d'une gomme qui tombe d'un meuble ;

e) la vitesse d'un ascenseur.

FA106 La marathonienne

Une marathonienne court les 42,195 km du parcours en 2 h 48 min.

Quelle est sa vitesse moyenne en kilomètres par heure ?

FA107 L'autoroute

Un enfant, assis à l'arrière de la voiture de ses parents, regarde les bornes kilométriques au bord de l'autoroute. Il constate ainsi que 14 km ont été parcourus en 7 min.

Quelle est la vitesse à laquelle la voiture se déplace ?

FA108 Plus ou moins de 60 km/h ?

Pour chacune des situations ci-dessous, indique si la vitesse est supérieure ou inférieure à 60 km/h.

a) Un cycliste qui parcourt 200 m en 11 s.

b) Un orage qui se déplace de 5 km en 15 min.

c) Un criquet pèlerin qui parcourt 5 hm en 120 s.

d) Un lièvre qui parcourt 6 m en 0,5 s.

e) La montagne russe « Formula rossa » où les véhicules se déplacent de 1 km en 15 s.

f) Un parachutiste qui descend de 50 m en 1 s.

FA109 InterCity

Un train InterCity roule pendant 1 h à la vitesse de 160 km/h, puis, à cause de travaux sur les voies, il doit ralentir et roule à 70 km/h pendant encore 30 min avant d'atteindre sa destination.

Quelle a été la vitesse moyenne du train sur ce trajet ?

InterCity pendulaire ICN, double traction.

FA110 Qui va le plus vite ?

Qui va le plus vite ?

Alfred, qui parcourt 100 m en 16 s, Benoît qui se promène à vélo à 20 km/h ou Chantal qui fait du skate-board à 6 m/s ?

FA111 Randonnée à bicyclette

Eddy : « Nous voilà déjà à mi-parcours, notre vitesse moyenne est de 10 km/h. »

Felice : « Quelle lenteur ! Un bon coup de pédale et, sur l'ensemble du trajet, nous aurons roulé à une vitesse moyenne de 20 km/h. »

A quelle vitesse doivent-ils rouler sur la deuxième moitié du parcours ?

FICHIER FA112 et FA113

FA114 Tonnerre de Zeus !

Un soir d'orage, on entend le tonnerre 14 s après avoir vu l'éclair.

a) Sachant que la foudre est tombée à 4,76 km, calcule en mètres par seconde la vitesse de propagation du son dans l'air.

b) Quelques instants plus tard, la foudre tombe de nouveau. On entend le son 8 s après avoir vu l'éclair. A quelle distance se trouve l'impact de la foudre ?

Il est courant de diviser par trois le nombre de secondes séparant l'éclair du coup de tonnerre pour évaluer la distance, en kilomètres, nous séparant d'un orage.

Cela s'explique facilement : la vitesse de la lumière est d'environ 300 000 km/s, celle du son dans l'air d'environ 340 m/s. Si un phénomène orageux se produit à une distance de 3 km, l'éclair sera visible quasiment instantanément, alors que le son mettra 9 s environ (3000 : 340) pour nous parvenir.

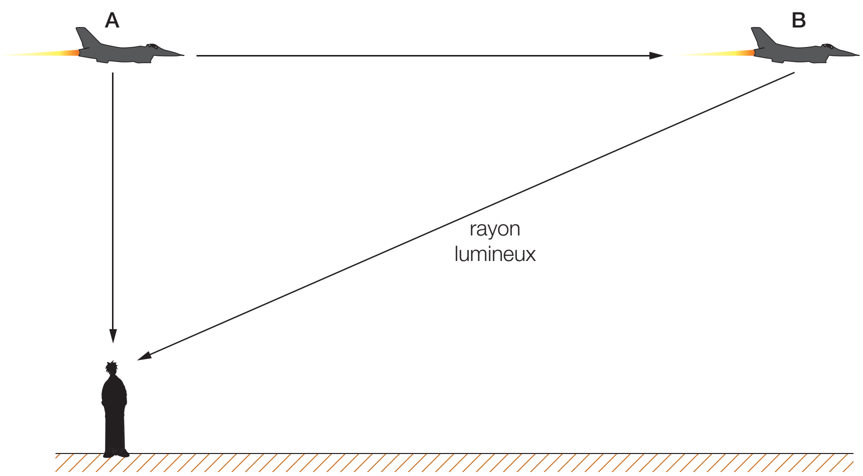
FA115 Mach 2

Un avion vole à une altitude de 5000 m au-dessus du sol. Sa vitesse est de Mach 2, c'est-à-dire de deux fois la vitesse du son dans l'air.

Lorsque l'observateur entend le son émis par l'avion au point A et lève la tête, l'avion se trouve déjà au point B.

Quelle est la pente du rayon lumineux ?

La vitesse du son dans l'air : 340 m/s
La vitesse de la lumière : 300 000 km/s



FA116 Les tours de piste

Lors de la dernière édition des « 24 heures sur piste », Yves a parcouru la distance de 204 km.

L'année dernière, sur cette même piste de 400 m, Michel avait accompli 480 tours.

a) Combien de tours Yves a-t-il effectués ?

b) Quelle est la vitesse moyenne de chaque coureur ?

FA117 La vitesse du son

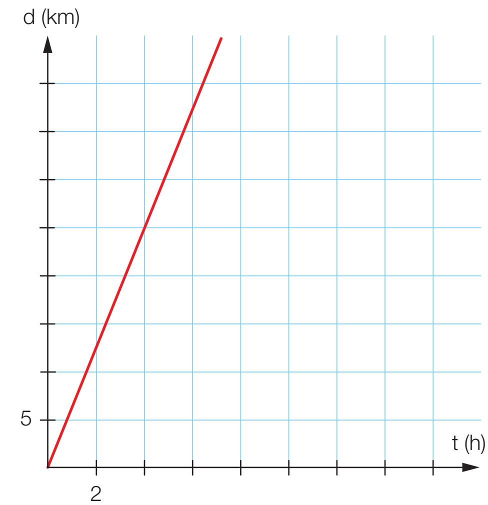
La vitesse du son dans l'air est de 340 m/s, alors que dans l'eau elle est de 5346 km/h.

Dans quel milieu les ondes sonores se déplacent-elles le plus rapidement ?

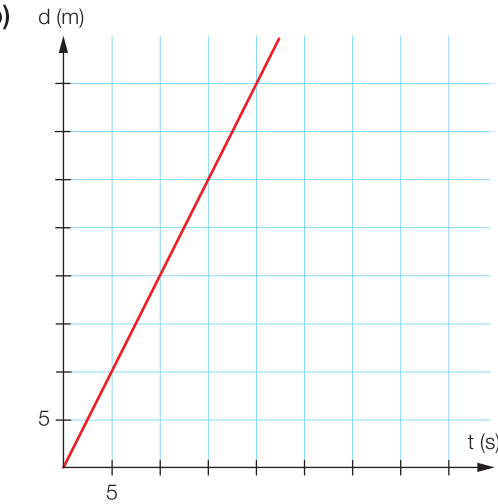
FA118 Classement de vitesses

Voici les vitesses moyennes de course de quatre animaux différents, représentées chacune à l'aide d'un graphique :

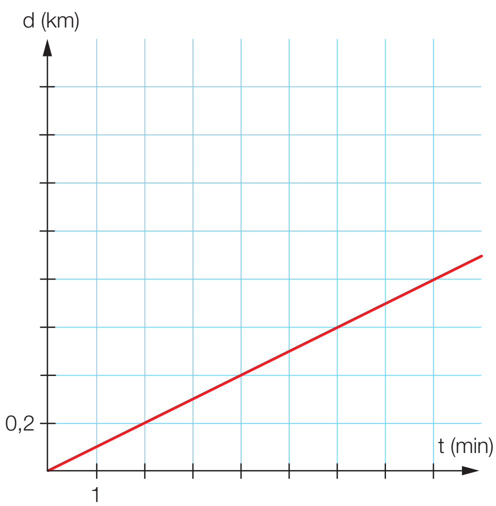
a)



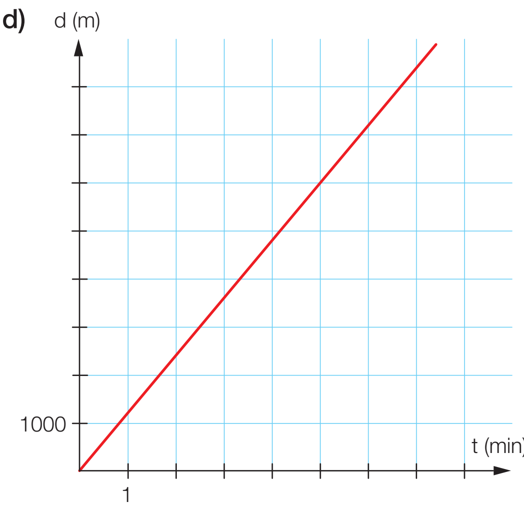
b)



c)



d)



Classe ces animaux en fonction de leur vitesse.

Quelques vitesses d'animaux :

Limace	0,002 km/h	Dauphin	60 km/h
Tortue	0,25 km/h	Libellule	80 km/h
Araignée	2 km/h	Antilope	98 km/h
Chameau	25 km/h	Guépard	115 km/h
Chien	33 km/h	Aigle	160 km/h
Sanglier	48 km/h		

FA119 Auto–rhino

a) Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 50 km/h.

Quelle distance, en mètres, parcourt-il en 1,5 s ?

b) Un rhinocéros peut se déplacer à une vitesse de 15 m/s et un chat à une vitesse de 48 km/h.

Quel est le plus rapide des deux ?

Temps de réaction
Il faut environ une seconde à un automobiliste pour réagir après la perception d'un danger ou d'un signal, et c'est seulement après cette durée que le freinage effectif débute.

FA120 La citerne

Une citerne de 500 l de capacité est remplie de 80 l de mazout.
On sait que 1 l de mazout a une masse de 840 g.

a) Quelle est la masse du mazout qui se trouve dans la citerne ?

b) Si on ajoute 126 kg de mazout, combien de litres contiendra la citerne ?

FA121 Le cube d'acier

Un cube d'acier a une arête de 10 cm et une masse de 7,7 kg.

a) Calcule la masse volumique (ρ) de ce cube en grammes par centimètre cube.

b) On partage ce cube en deux parties égales. Quelle est la masse volumique de ces demi-cubes ?

FA122 Masse, volume et masse volumique

a) L'ébène est l'un des bois les plus denses qu'on puisse trouver. C'est un bois noir et très dur, qui est notamment utilisé pour réaliser des sculptures.
Tu sais qu'une statue en ébène de 15 dm^3 à une masse de 17 kg.

Détermine la masse de 1 m^3 d'ébène.

b) 30 dm^3 de sable pèsent 45 kg.

Quelle est la masse volumique du sable ?

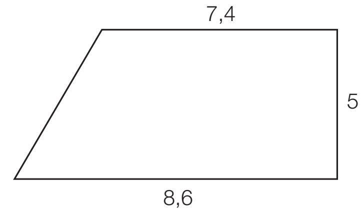
c) La masse volumique d'un morceau de chêne est 0,8 g/cm^3.

Quel est son volume si sa masse est de 4,5 kg ?

FA123 La neige

La terrasse d'une maison a la forme d'un trapèze rectangle dont les dimensions, en mètres, figurent sur le dessin ci-contre.
Il y tombe 25 cm de neige dont la masse volumique est égale à 0,130 kg/dm^3.

Calcule la masse de la neige accumulée sur cette terrasse.



FICHIER FA124

FA125 L'inondation

Imagine que ta salle de classe puisse être fermée hermétiquement.

Si tu laissais le robinet du lavabo ouvert, en combien de temps l'eau atteindrait-elle une hauteur égale à ta taille ?

FA126 La rivière

Une rivière a un débit de 18 000 m^3/h.

a) Quel est son débit en mètres cubes par minute ?

b) Quel est son débit en litres par seconde ?

FA127 La fontaine

Pour remplir un seau d'eau de 12 l à une fontaine, il a fallu 2 min.

a) Quel est le débit de la fontaine en litres par secondes ?

b) Quelle quantité d'eau s'écoule en 1 h ?

c) Combien de temps met-on pour remplir une vache à eau de 22,5 l ?

FA128 L'Amazone et le lac Léman

Le débit moyen du fleuve Amazone est de 200 000 m^3/s à son embouchure.

a) Calcule la quantité d'eau qui s'écoule chaque jour à cet endroit.

b) Sachant que le volume d'eau du lac Léman est de 89 km^3, calcule en combien de temps l'Amazone le remplirait s'il était vide.

FICHIER Faire le point p. 64

Encore quelques problèmes

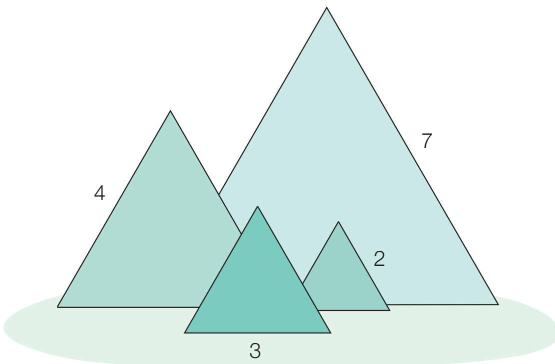
FICHIER FA129

FA130 Forêt de triangles

Tous ces triangles sont équilatéraux.

a) Comment peux-tu déterminer la hauteur de chacun d'entre eux ?

b) Trouve une méthode pour répondre à la même question dans le cas d'un triangle équilatéral de n'importe quelle dimension.



Mesures en centimètres

FA131 Le quatre-quarts

Le quatre-quarts est un gâteau breton qu'on appelle ainsi parce que les quatre ingrédients principaux qui le composent (farine, sucre, beurre, œufs) sont utilisés en quantités égales.

Voici les ingrédients nécessaires à la confection d'un gâteau pour 5 personnes :

- 5 œufs
- 200 g de sucre
- 200 g de beurre
- 200 g de farine
- 1 pincée de sel

a) Combien de beurre faut-il prévoir pour confectionner un quatre-quarts pour 12 personnes ?

b) Combien d'œufs faut-il prévoir pour confectionner un quatre-quarts pour 9 personnes ?

c) Combien de personnes peut-on régaler si l'on dispose de deux douzaines d'œufs, deux paquets de farine de 1 kg chacun, trois paquets de sucre de 0,5 kg chacun, une plaque de beurre de 500 g et 1 kg de sel ?

FA132 La Seine et le Rhin

A Paris, chaque quart d'heure, il s'écoule en moyenne 270 000 m^3 d'eau sous les ponts enjambant la Seine. Le Rhin, à Bâle, débite en moyenne 54 000 000 de litres d'eau à la minute.

Quel fleuve a le débit le plus important ?

FA133 Directe ou inverse ?

Pour chaque ligne, indique si les grandeurs dans les deux colonnes de droite sont proportionnelles, inversement proportionnelles ou ni l'une, ni l'autre.

A propos…	Grandeurs en jeu	
a) d'un véhicule	distance parcourue	quantité d'essence consommée
b) d'un récipient à remplir	débit	temps
c) d'une carte topographique	distance sur la carte	distance sur le terrain
d) d'une distance à parcourir	vitesse	temps
e) d'un cube	mesure de l'arête	volume
f) d'un carré	mesure du côté	périmètre
g) d'une fouille à creuser	nombre d'ouvriers	temps
h) d'un livre	nombre de pages lues	nombre de pages restant à lire
i) d'un capital	taux	intérêt annuel
j) d'une longueur donnée sur un plan	échelle	longueur réelle

FICHIER FA134

Diagrammes

FA135 La population mondiale

En 2011, une estimation de la population mondiale donnait les résultats ci-contre.

Calcule le pourcentage d'habitants dans chaque continent et dessine un diagramme circulaire qui représente cette situation.

Monde – Estimations 2013

Continents	**Population totale** (en milliers)
Afrique	1 095 504
Amérique latine et Caraïbes	609 554
Amérique septentrionale	353 387
Asie	4 292 970
Europe	740 535
Océanie	38 227
Monde	**7 130 174**

Source : World Population Prospects, *Nations Unies, 2011*

FA136 Les langues

Dans une école, les options pour l'apprentissage d'une troisième langue sont au nombre de quatre.

126 élèves ont choisi l'anglais, 72 ont choisi l'italien, 51 ont choisi l'espagnol, tandis que 21 ont choisi le russe.

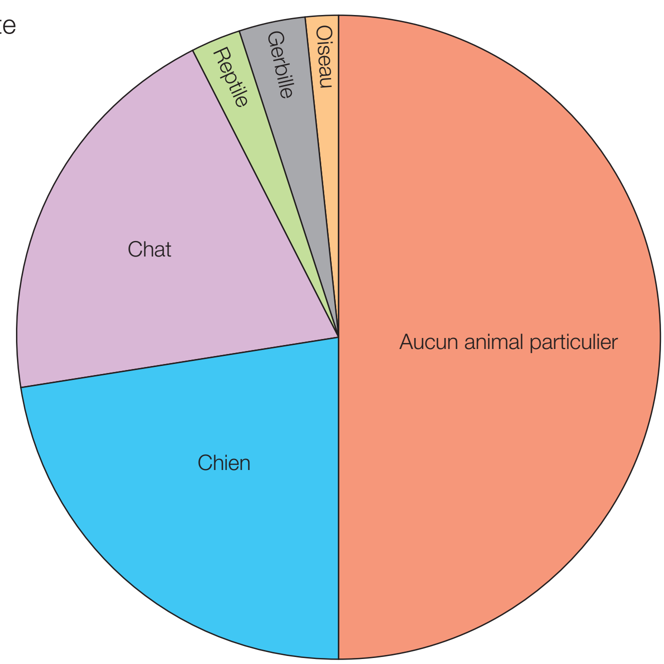
Représente cette situation par un diagramme en barre.

FA137 Les animaux domestiques favoris

Le diagramme circulaire ci-contre représente la répartition des élèves d'un collège en fonction de leur animal domestique favori. 600 élèves ont répondu au questionnaire.

Estime le nombre d'élèves qui préfèrent :

- un chien
- un chat
- un reptile
- une gerbille
- un oiseau



FA138 Les moyens de transport

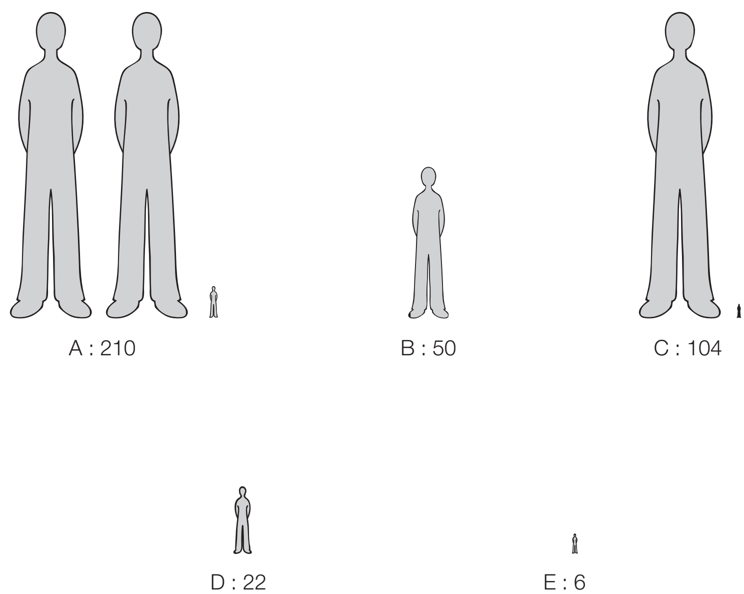
Dans une grande ville de Suisse romande, un institut de sondage a demandé à 600 habitants, choisis au hasard, quel était leur moyen de déplacement habituel. Voici leurs réponses :

Représente cette situation par un diagramme circulaire.

Moyen de transport habituel	
Voiture	178
Vélo	90
Transports en commun	215
Marche	98
Taxi	19

FA139 C'est figuratif

Voici une représentation du nombre d'habitants d'un village abonnés aux journaux A à E :



En quoi cette représentation est-elle ambiguë ?

FA140 Le CO_2

Il est possible de classer différents moyens de transport en fonction de la quantité de CO_2 qui est émise par personne et pour chaque kilomètre parcouru.

Représente cette situation par un diagramme circulaire.

Charge climatique selon le moyen de transport

Moyen de transport	Charge climatique par kilomètre
Trafic ferroviaire longue distance	7 g CO_2
Trafic ferroviaire régional	11 g CO_2
Car de tourisme	53 g CO_2
Bus régional	107 g CO_2
Voiture de tourisme	194 g CO_2

Source : Union des transports publics

FA141 Les quatre réseaux

En 2011, sur les 50,6 millions de mètres cubes d'eau potable consommés sur l'ensemble du canton de Genève, aucune analyse qualitative n'a dépassé les normes réglementaires pour les paramètres physico-chimiques reportés ci-dessous.

1
Réseau eaux mélangées (lac et nappe)

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	2.0	5.5	9.7
Dureté de l'eau* (en degrés français)	12.8	18.6	25.4
Calcium (en mg/l)	42.3	63.9	89.6
Magnésium (en mg/l)	5.2	7.1	8.4

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, peu minéralisée avec une faible teneur en nitrates.

2
Réseau eau du lac

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	2.0	2.7	3.1
Dureté de l'eau* (en degrés français)	12.8	14.0	15.1
Calcium (en mg/l)	42.5	45.3	48.2
Magnésium (en mg/l)	5.2	6.4	7.5

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, faiblement minéralisée et a une très faible teneur en nitrates.

3
Réseau eau de la nappe du Genevois

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	6.9	11.6	24.5
Dureté de l'eau* (en degrés français)	22.8	27.1	35.0
Calcium (en mg/l)	70.0	79.8	100.1
Magnésium (en mg/l)	12.9	17.5	24.1

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité. Son contenu en sels minéraux est susceptible de varier en fonction du lieu de pompage alimentant le réseau.

4
Réseau eau de la nappe de l'Arve

	Min.	Moy.	Max.
Nitrates (en mg/l) Valeur de tolérance : 40mg/l	3.3	5.7	6.5
Dureté de l'eau* (en degrés français)	20.5	23.0	24.9
Calcium (en mg/l)	61.2	69.4	78.1
Magnésium (en mg/l)	9.3	13.8	17.6

L'eau de ce réseau est d'excellente qualité, moyennement minéralisée et a une teneur en nitrates peu élevée.

Données microbiologiques pour les quatre réseaux d'eau potable

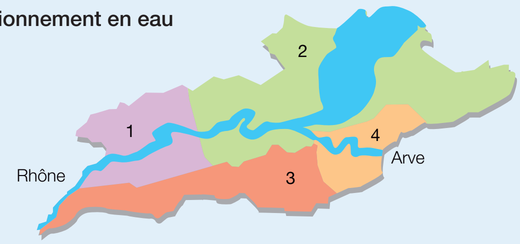
Prélèvements	6390
Anomalie confirmée sans gravité avec retour rapide à la normale	1
Analyses nécessitant l'arrêt d'une installation	0

La qualité de votre eau à la loupe

Les analyses microbiologiques permettent d'assurer que l'eau potable distribuée ne contient aucune trace de bactéries susceptibles de porter atteinte à la santé et qu'elle est traitée conformément à l'ordonnance fédérale sur les denrées alimentaires.

Pour assurer le contrôle continu de la qualité de l'eau potable, le laboratoire SIG (accrédité ISO 17025) a effectué **98 550 analyses** en 2011 et transmis régulièrement les résultats au service de la consommation et des affaires vétérinaires (SCAV), l'autorité cantonale de contrôle des denrées alimentaires.

Les 4 réseaux d'approvisionnement en eau



Dureté de l'eau potable (en degrés français)

0 – 15	15 – 25	25 – 42	42 –
Eau douce	Eau moyennement dure	Eau dure	Eau très dure

a) A fin 2011, le canton de Genève comptait 466 000 habitants. Quel est le volume d'eau potable consommé, en moyenne, par chaque habitant du canton ?

b) Le réseau **eaux mélangées** distribue-t-il de l'eau plus riche en calcium que le réseau **eau de la nappe du Genevois** ?

c) Quelle est la quantité de nitrates ingérée en 15 ans par un habitant qui boit en moyenne 300 l d'eau du robinet par année, si celle-ci provient de la **nappe de l'Arve** ?

d) Quel est le réseau qui distribue de l'eau dont les caractéristiques varient le moins ?

FICHIER FA142

FA143 Sierre – Zinal

Sur un trajet plat, Ethan court à une moyenne d'environ 12 km/h. En montagne, il parvient à monter de 500 m de dénivelé par heure et à descendre 800 m de dénivelé par heure. Bien entraîné, il souhaite réaliser la course Sierre-Zinal, illustrée par son tracé sur la carte ci-contre et par son profil ci-dessous.

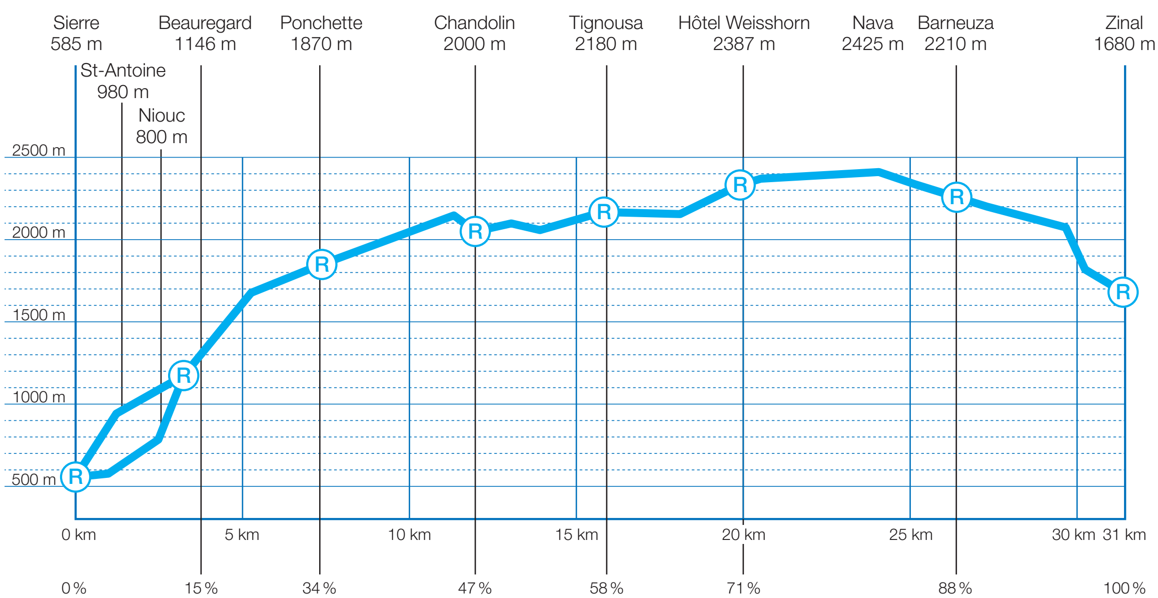
a) Estime le dénivelé des montées et celui des descentes.

b) Estime la durée probable du trajet Sierre – Zinal d'Ethan.

c) Le record de la course est détenu par le Néo-Zélandais Jonathan Wyatt, qui a mis 2 h 29 min pour terminer la course. Estime au bout de combien de temps environ il est passé à l'hôtel Weisshorn.

d) Estime la pente moyenne entre Sierre et Ponchette.

Profil de la course



Les pourcentages indiqués sur ce graphique permettent aux concurrents d'estimer leur temps de course final. Par exemple, à Tignousa, les coureurs ont effectué les 58 % de leur temps final.

La course Sierre – Zinal est un « trail » de 31 km, c'est-à-dire une course à pied se déroulant dans la nature et qui relie la ville valaisanne de Sierre au village de Zinal, au fond du val d'Anniviers. Elle est également appelée la « Course des cinq 4000 », puisque le tracé empruntant le versant est de la vallée permet de voir cinq montagnes culminant à plus de 4000 m d'altitude : le Cervin, l'Ober-gabelhorn, le Zinalrothorn, le Weisshorn et la Dent-Blanche.

FA144 Records de vitesse

Voici un tableau indiquant quelques records du monde masculins en athlétisme :

Sport	Résultats	Athlète	Année	Ville
100 m	9″58	Usain Bolt (JAM)	16.08.2009	Berlin
200 m	19″19	Usain Bolt (JAM)	20.08.2009	Berlin
400 m	43″18	Michael Johnson (USA)	26.08.1999	Séville
800 m	1′40″09	David Lekuta Rudisha (KEN)	09.08.2012	Londres
1500 m	3′26″00	Hicham El Guerrouj (MAR)	14.07.1998	Rome
3000 m	7′20″67	Daniel Komen Kipchirchir (KEN)	01.09.1996	Rieti
5000 m	12′37″35	Kenenisa Bekele (ETH)	31.05.2004	Hengelo
10 000 m	26′17″53	Kenenisa Bekele (ETH)	26.08.2005	Bruxelles
Marathon	2 h 03′38″	Patrick Makau Musyoki (KEN)	25.09.2011	Berlin
4 x 100 m	36″84	Jamaïque (JAM)	11.08.2012	Londres

Date d'établissement du tableau : 15 septembre 2012

a) Calcule le temps moyen mis par chaque athlète pour parcourir 100 m.

b) Calcule la vitesse moyenne de chaque athlète en mètres par seconde.

c) Si le champion qui détient le record du monde du 800 m avait pu courir le 1500 m au même rythme, aurait-il battu le record du monde du 1500 m ?

d) Si le champion qui détient le record du monde du 3000 m avait pu courir le 10 000 m au même rythme, aurait-il battu le record du monde du 10 000 m ?

e) Qu'y a-t-il d'étonnant si l'on compare les records du 100 m et du 4 x 100 m ?

FA145 Que de chambres !

La Suisse est un pays touristique et les infrastructures hôtelières accueillent de nombreux hôtes étrangers ou indigènes pour une ou plusieurs nuits.

Le tableau ci-contre indique l'offre d'hébergement de quatorze communes.

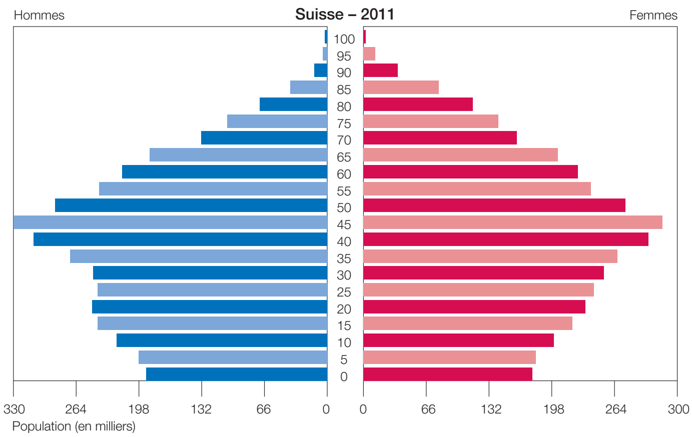
Représente l'ensemble de ces données par un diagramme de ton choix.

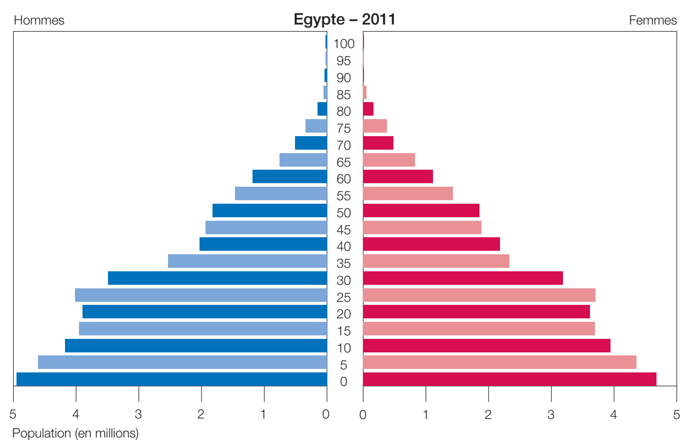
Destination	Chambres	Lits
Zurich	7 538	12 875
Genève	6 195	10 067
Zermatt	3 205	6 235
Lucerne	2 925	5 521
Bâle	3 730	6 304
Davos	2 858	5 494
Lausanne	2 176	3 879
Saint-Moritz	2 250	4 255
Berne	2 080	3 591
Interlaken	1 615	3 112
Lugano	1 620	3 042
Opfikon	1 422	2 481
Grindelwald	1 434	3 028
Lauterbrunnen	1 350	2 703
Suisse	**128 719**	**245 072**

Source : OFS, 2011

FA146 La Suisse et l'Egypte

Voici les pyramides des âges de la Suisse et de l'Egypte.





«Une pyramide des âges est un diagramme qui indique la composition d'une population par classes d'âges et par sexe, à un moment donné.

La population concernée peut être celle d'un pays (c'est le cas le plus fréquent), mais aussi celle d'un groupe de pays, d'un continent, ou d'unités spatiales plus petites, par exemple une ville. Quelle qu'en soit la présentation au niveau des détails (effectifs des classes présentés en chiffres absolus, en pour-cent de la population totale ou en pour-cent de la population de chaque sexe), une pyramide des âges donne des renseignements très précieux sur l'histoire de la population concernée: elle montre en particulier la répartition entre jeunes, adultes et personnes âgées, répartition qui dépend en premier lieu de l'évolution de la natalité et de la mortalité; elle peut aussi mettre en évidence d'éventuels déséquilibres entre femmes et hommes, et elle porte la trace des 'accidents' qui ont pu toucher la population étudiée.»

Source: Un monde, des mondes, *LEP, 1998, Livre du maître, module 2: «Démographie et géographie», p. 11.*

a) Combien y a-t-il de personnes entre 10 et 15 ans en Suisse? Et en Egypte?

b) Pour les deux graphiques, indique quand sont nées les personnes faisant partie des tranches d'âge avec le plus grand effectif.

c) Dans quelles tranches d'âge y a-t-il plus d'hommes que de femmes?

d) Quelles sont les différences entre ces deux populations?

FA147 Entre Bienne et Moutier

226 Biel/Bienne–Sonceboz–Tavannes–Moutier

←													
Bern 303	1613	1643	1713	1743	1813	1843	1913	1943	2013	2043	2113	2130	2213
Biel/Bienne 303 o	1638	1708	1738	1808	1838	1908	1938	2008	2038	2108	2138	2206	2238
		RE		RE		RE		RE		RE			
	5082	2882	5084	2886	5086	2888	5090	2890	5292	2892	5294	5094	5296
Biel/Bienne 4	1650	1717	1750	1817	1850	1917	1950	2017	2050	2117	2150	2217	2250
Frinvillier-Taubenloch	1654		1754		1854		1954		2054		2154		2254
Reuchenette-Péry	1700		1800		1900		2000		2100		2200		2300
La Heutte	1702		1802		1902		2002		2102		2202		2302
Sonceboz-Sombeval o	1708	1729	1808	1829	1908	1929	2008	2029	2108	2129	2208	2229	2308
Sonceboz-Sombeval	1710	1730	1810	1830	1910	1930	2010	2034		2134		2234	
La Chaux-de-Fonds 225 o	1746	1757	1846	1857	1946	1957	2046	2109		2209		2309	
La Chaux-de-Fonds	1613	1702	1713	1802	1813	1902	1913		2002		2053		2153
Sonceboz-Sombeval 225 o	1648	1728	1748	1828	1848	1928	1948		2028		2126		2226

	5256	5260	5262	5266	5268	5274		5282						
Sonceboz-Sombeval	©1635	1710	1735	1810	1835	1910		2010		2110		2210		2310
Tavannes o	1642	1717	1742	1817	1842	1917		2017		2117		2217		2317
Tavannes	1643	1719	1743	1819	1843	1919		2019		2119		2219		2319
Reconvilier	1646	1722	1746	1822	1846	1922		2022		2122		2222		2322
Pontenet	1648	1724	1748	1824	1848	1924		2024		2124		2224		2324
Malleray-Bévilard	©1652	1729	1752	1829	1852	1929		2029		2129		2229		2329
Sorvilier		1731		1831		1931		2031		2131		2231		2331
Court		1734		1834		1934		2034		2134		2234		2334
Moutier o		1743		1843		1943		2043		2143		2243		2343
Moutier		1754		1854		1954		2054		2154		2254		2354
Solothurn 411 o		1825		1925		2025		2125		2225		2325		025
Moutier		1808		1908		2008		2108		2208		2308		008
Delémont o		1818		1918		2018		2118		2218		2318		018
Basel SBB 230 o		1853		1953		2053		2153		2253		2353		

a) Si je prends le train de 18 h 50 à Bienne, à quelle heure arriverai-je, au plus tôt, à Reconvilier ?

b) Je prends le train de 17 h 10 à Sonceboz-Sombeval, à destination de Moutier. En chemin, je m'arrête à Malleray-Bévilard, pendant au moins trente minutes, pour y rencontrer une amie. A quelle heure arriverai-je, au plus tôt, à Moutier ?

c) Pour les deux trajets ci-dessus, indique combien de temps je vais passer en déplacement. Et en attente ?

FA148 Les smartphones

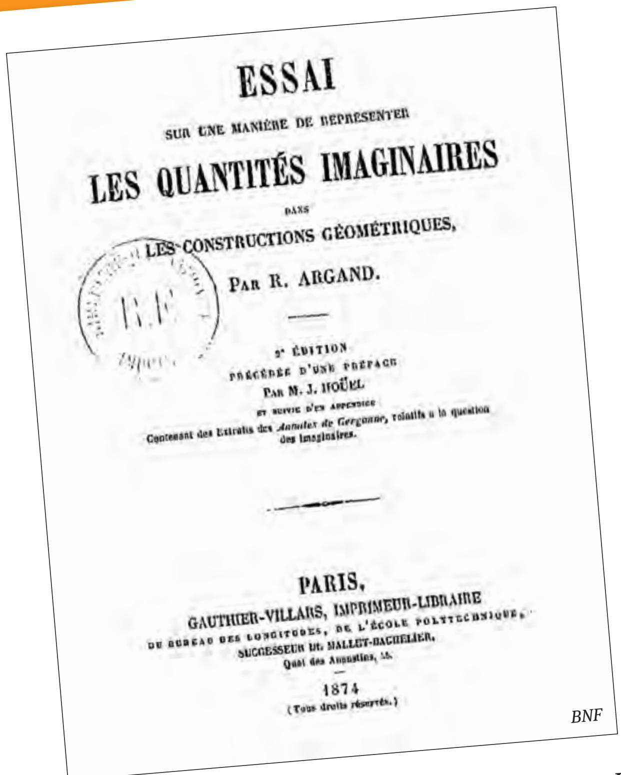
Ce tableau représente le nombre d'utilisateurs de smartphones dans six pays.

Représente cette situation par un diagramme en barre.

Nombre d'utilisateurs de smartphones

Pays	Utilisateurs (millions)
Etats-Unis	97,8
Grande-Bretagne	25,4
Allemagne	21,3
Italie	21,1
France	18,8
Espagne	17,9

Source : comScore MobiLens – décembre 2011



ESSAI

SUR UNE MANIÈRE DE REPRÉSENTER

LES QUANTITÉS IMAGINAIRES

DANS

LES CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES,

PAR R. ARGAND.

2e ÉDITION

PRÉCÉDÉE D'UNE PRÉFACE

PAR M. J. HOÜEL

ET SUIVIE D'UN APPENDICE

Contenant des Extraits des *Annales de Gergonne*, relatifs à la question des imaginaires.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1874

(Tous droits réservés.)

BNF

Dès l'Antiquité et jusqu'à la fin du Moyen-Age, Perses, Egyptiens, Grecs et Arabes ont contribué au développement du calcul littéral ou calcul algébrique. Puis, les mathématiciens d'Europe, entre autres, ont poursuivi ces travaux d'algèbre. L'un d'entre eux s'appelait Jean Robert Argand (1768-1822).

Né à Genève, juge et comptable, il a pratiqué les mathématiques comme un amateur, pour son plaisir, mais cela n'empêche pas qu'on lui doit des découvertes importantes, par exemple dans le domaine des nombres appelés « complexes » et pour le calcul algébrique.

Argand a proposé des approches nouvelles et a complété les travaux de grands mathématiciens comme Gauss ou d'Alembert. On lui doit en particulier une démonstration du Théorème fondamental de l'algèbre, en 1814 : « Tout polynôme peut se factoriser en produit de facteurs du premier degré. »

Calcul littéral

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d'écriture algébrique
- Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale
- Elaboration d'expressions littérales à partir d'énoncés de problèmes, de figures géométriques ou d'expressions verbales
- Interprétation d'expressions littérales et identification de celles qui sont équivalentes
- Connaissance de la terminologie
- Ecriture réduite et ordonnée de polynômes
- Opérations avec des monômes et des polynômes
- Connaissance et utilisation d'identités remarquables du deuxième degré
- Décomposition de polynômes en produit de facteurs
- Utilisation du calcul littéral comme outil de preuve

Sommaire

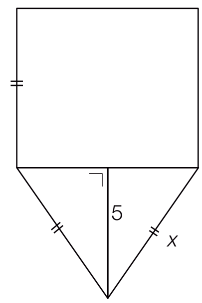
FICHIER Que sais-je ? p. 68

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER FA149

FA150 Figure composée

Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre de la figure composée de deux triangles rectangles et d'un carré.



FICHIER FA151

Ecrire et réduire des expressions littérales

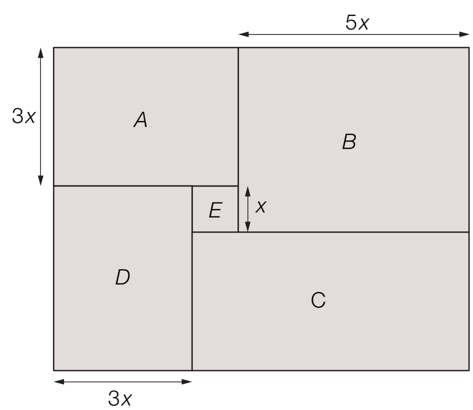
FA152 Des rectangles et un carré

Les rectangles *A* et *D* ont la même aire et *E* est un carré.

a) Exprime le périmètre de chacune des surfaces *A*, *B*, *C*, *D*, *E*.

b) Exprime l'aire de chacune des surfaces *A*, *B*, *C*, *D*, *E*.

c) Exprime l'aire totale du rectangle extérieur.



FA153 Associations

Ecris ces expressions littérales sous une forme réduite.

a) $6y \cdot (-5)$

b) $-7a \cdot 2a$

c) $5y \cdot 5y$

d) $x \cdot 4x$

e) $x \cdot x \cdot 7z$

f) $6b \cdot 2$

g) $9y \cdot 3x$

h) $2z \cdot 2{,}5 \cdot 3z$

i) $4 \cdot 3c \cdot 2$

j) $z \cdot 6y \cdot 0{,}5$

k) $p \cdot 3p \cdot p$

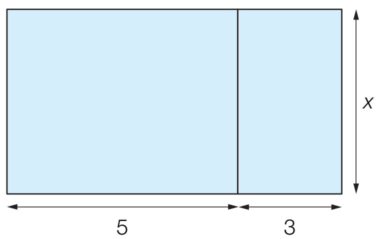
l) $-9 \cdot 9a$

FICHIER FA154 et FA155

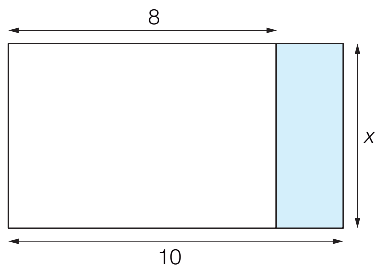
FA156 De deux manières différentes

Exprime, en fonction de x et de deux manières différentes, l'aire des rectangles colorés.

a)



b)



FA157 Egal ?

1. Soit $A = 2x^2 - 3x + 1$ et $B = x^2 - 1$
   - **a)** Calcule A et B lorsque $x = 1$, puis lorsque $x = 2$.
   - **b)** Les expressions A et B sont-elles égales ?

2. Soit $A = 3x^2 - 2x + 4$ et $B = 13x - 14$
   - **a)** Calcule A et B lorsque $x = 2$, puis lorsque $x = 3$.
   - **b)** Les expressions A et B sont-elles égales ?

FA158 Expressions égales

Les expressions littérales suivantes sont-elles égales ?

a) $13y$ et $6 + 7y$

b) $6y + 4 - 2y - 2$ et $3y + 7 + y - 5$

FICHIER FA159 et FA160

Additions et soustractions de polynômes

FA161 On supprime les parenthèses

Voici deux expressions littérales :

1. $(19x + 6) + (15x - 4)$
2. $(22x + 7) - (9x - 3)$

a) Calcule la valeur numérique des deux expressions littérales pour $x = 4$.

b) Réduis ces deux expressions littérales, puis calcule leur valeur numérique pour $x = 4$; le résultat obtenu est-il égal à celui que tu as trouvé sous **a)** ?

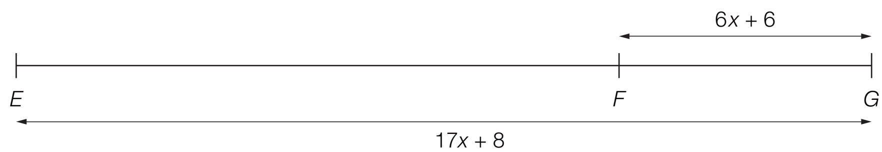
c) Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

FA162 Avec des segments

a) Calcule la longueur du segment AB pour $x = 5$.

b) Exprime le plus simplement possible la longueur AB en fonction de x et calcule la valeur numérique de cette expression littérale pour $x = 5$.

c) Calcule la longueur du segment EF pour $x = 5$.



d) Exprime le plus simplement possible la longueur EF en fonction de x et calcule la valeur numérique de cette expression littérale pour $x = 5$.

e) Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

FICHIER FA163

FA164 Opposés

Trouve les polynômes opposés de :

$A = 9c - 3$ $B = -14a + 3$ $C = -10c - 7$ $D = 2 + y$ $E = x - 1$

FA165 Magiques ?

Ces carrés sont-ils magiques pour l'addition ?

$5x + 2$	0	$4x + 1$
$2x$	$3x + 1$	$4x + 2$
$2x + 1$	$6x + 2$	x

$2x$	$3x + 10$	$4x + 2$
$5x + 6$	$3x + 3$	$x + 3$
$2x + 6$	$3x - 1$	$4x + 7$

FICHIER FA166 à FA168

FA169 Additionner et soustraire des polynômes

Voici six polynômes :

$A = 4x + 8$ $C = -1 - 6x$ $E = 5x - 2,5$

$B = 9 - 3x$ $D = 2x - 1$ $F = -2x + 1$

Effectue et réduis.

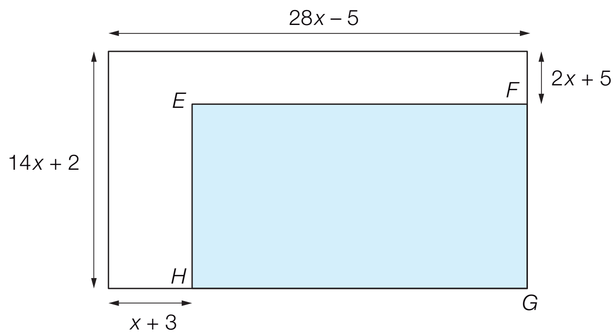
1. $A - D$ **3.** $B + E$ **5.** $F - D$

2. $A + F$ **4.** $C - B + F$ **6.** $C + F$

FA170 Périmètre littéral

a) Exprime le plus simplement possible le périmètre du rectangle *EFGH*.

b) Calcule ce périmètre si $x = 1$, puis si $x = 2,5$.



FICHIER Faire le point p. 74

Pour aller plus loin

FICHIER FA171

FA172 Encore l'opposé

Trouve les polynômes opposés de :

$A = 6c^2 + 9c - 3$ $C = -10c^3 + 0,5c - 7$ $E = \frac{1}{3}x^2 - x$

$B = -14a + 2,4$ $D = 2 + \pi d$

FICHIER FA173 à FA175

FA176 Encore des sommes et des différences

Voici six polynômes :

$A = 4x + 8$

$B = 9x^2 - 3x$

$C = -x^3 - 6x^2$

$D = x^3 - 2x^2 + 1$

$E = 7x^2 - 5x^3 + x - 2{,}5$

$F = x^2 - 2x + 1$

Effectue et réduis.

1. $A - C$

2. $A + F$

3. $B + E$

4. $C - B + F$

5. $F - D$

6. $C + F$

FA177 Louise et Josette

Louise et Josette écrivent un même nombre.

Louise le multiplie par 3, puis ajoute 5 au produit obtenu. Josette lui ajoute 5, puis multiplie la somme obtenue par 3.

Elles recommencent avec d'autres nombres, sans changer d'opérations, et s'étonnent alors des résultats qu'elles obtiennent.

Et toi, partages-tu leur surprise ?

FICHIER Que sais-je ? p. 77

Pour réactiver certaines connaissances

FA178 Valeur numérique

Calcule la valeur numérique des expressions suivantes :

$A = 3x^2$

$B = -2x^2 + 5x$

$C = 0{,}5x^2 - x + 10$

a) si $x = 10$

b) si $x = -1$

FICHIER FA179 et FA180

FA181 Choix de nombres

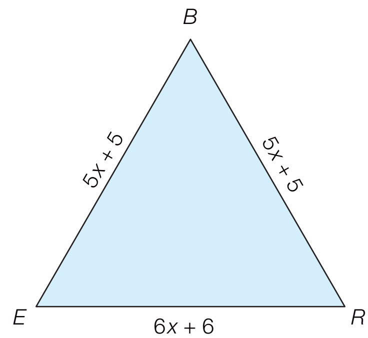
Une de tes camarades a choisi trois nombres. Elle ne te dit rien du premier, mais t'indique que le deuxième est inférieur de 36 au premier et que le troisième vaut le triple du deuxième.

a) Exprime le plus simplement possible leur somme.

b) Quels sont ces nombres si leur somme vaut 241 ?

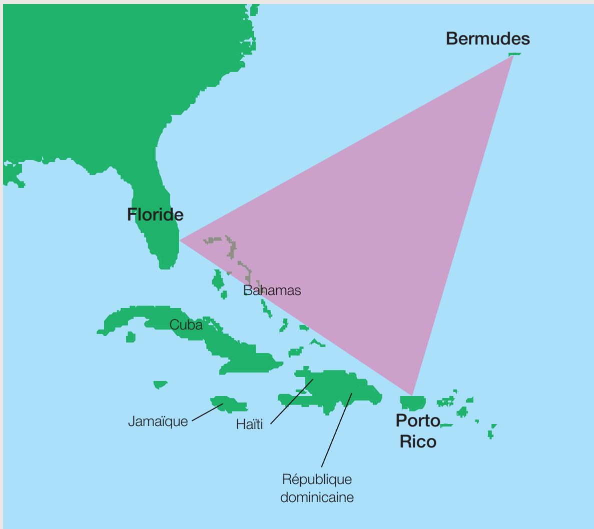
FA182 Le triangle des BER

Exprime le plus simplement possible l'aire et le périmètre de ce triangle sachant que la hauteur issue de B mesure $4x + 4$.



Trois lieux (Porto Rico, l'île des Bermudes et Miami) forment les sommets d'un grand triangle dans l'océan Atlantique, connu sous le nom de triangle des Bermudes.

Bien que de nombreuses légendes soient associées à cette zone, notamment celles liées à la disparition mystérieuse de navires et d'avions, une grande compagnie d'assurances de Londres indiquait, en 1975, que le triangle des Bermudes n'était pas une zone plus dangereuse qu'une autre. Il semble bien que plusieurs disparitions citées aient eu lieu ailleurs, et que celles survenues à l'intérieur de la zone sont explicables par des défaillances techniques ou par des conditions météorologiques défavorables, celles-ci n'ayant pas de caractère mystérieux.



Opérations avec des polynômes

FA183 Sacrées formules !

Vérifie l'exactitude de ces formules pour $n = 1$, $n = 4$ et $n = 10$.

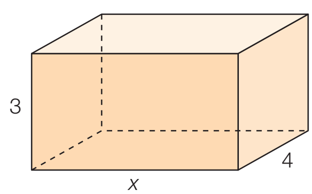
a) $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

b) $S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

c) $S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

d) $S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

FA184 Xtrême



a) Comment exprimer le plus simplement possible :

– la longueur totale des arêtes de cette boîte ?

– l'aire totale de ses faces ?

– son volume ?

– la longueur de la plus grande tige qu'on peut ranger dans cette boîte ?

b) Si le volume de cette boîte est 72, quelle est :

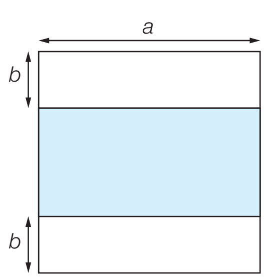
– la valeur de x ?

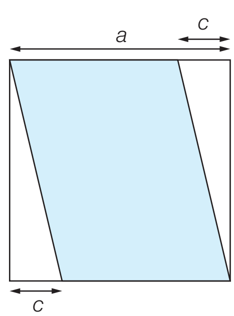
– la longueur totale des arêtes ?

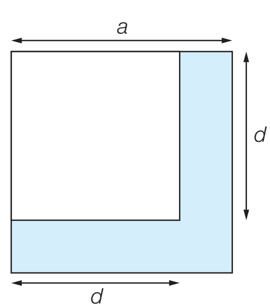
– l'aire totale des faces ?

FA185 Littéralement

Exprime l'aire de chaque surface colorée inscrite dans ces carrés.



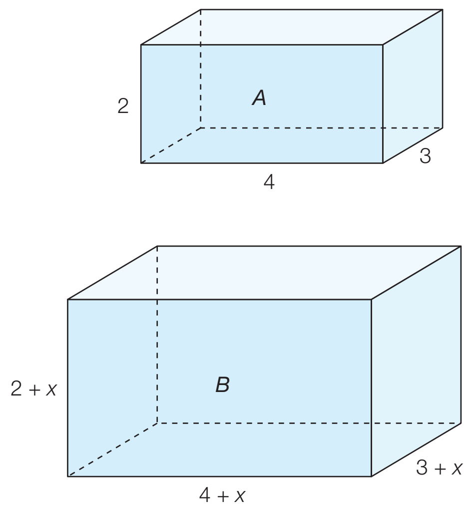




FA186 D'une boîte à l'autre

a) Exprime, à propos de ces deux parallélépipèdes rectangles, la différence :

1. des longueurs totales de leurs arêtes ;
2. des aires totales de leurs faces ;
3. de leurs volumes.



b) Quels résultats obtiens-tu lorsque $x = 3$?

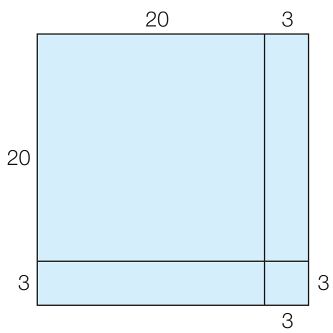
FICHIER FA187 à FA189

Identités remarquables

FICHIER FA190

FA191 Un carré pour les carrés

Pour élever facilement 23 au carré, Benjamin dessine la figure ci-contre, puis procède ainsi :



$$\begin{aligned} 23^2 &= (20 + 3)^2 \\ &= (20 \cdot 20) + 2 \cdot (20 \cdot 3) + (3 \cdot 3) \\ &= 400 + 120 + 9 \\ &= 529 \end{aligned}$$

Fais de même pour déterminer :

a) le carré de 45, puis celui de 101 ;

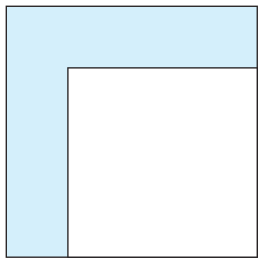
b) le carré de $(x + y)$.

FICHIER FA192 à FA196

FA197 D'un carré à l'autre

Cette figure est composée de deux carrés superposés dont les longueurs des côtés s'expriment par deux nombres entiers consécutifs.

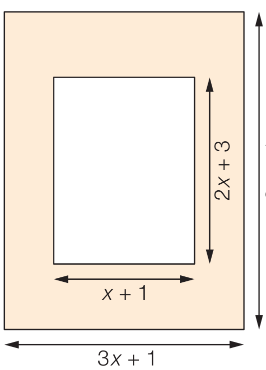
Détermine une formule permettant de calculer l'aire de la partie colorée d'une figure construite sur ce modèle, quelle que soit sa taille.



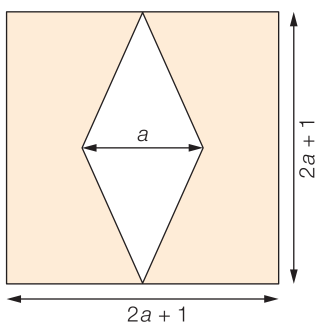
FA198 Avec des lettres

Exprime le plus simplement possible l'aire de la partie colorée de chaque figure.

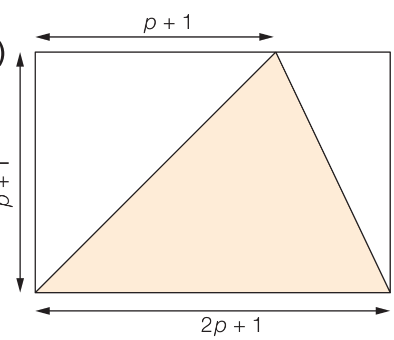
a)



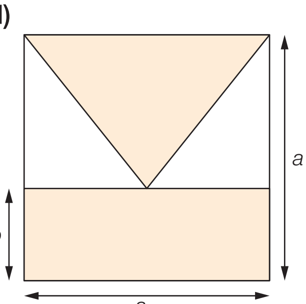
b)



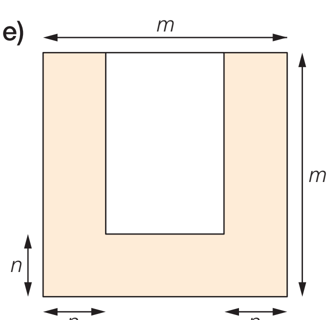
c)



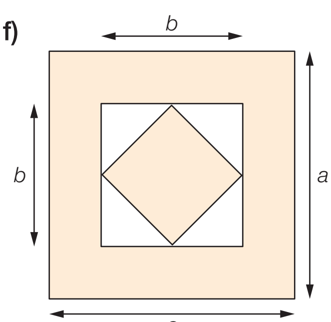
d)



e)



f)



FICHIER Faire le point p. 86

Pour consolider et aller plus loin

FA199 Sans calcul écrit

Avec les trois monômes :

$A = 3x^2$ $B = 12$ $C = 12x^3$

Calcule.

a) AC
b) $AC + B^2$
c) $AB + C$
d) $2A + C^2$
e) $(A + B) \cdot C$
f) $(A + B)^2$
g) $A^2 + 2AB + B^2$
h) $A^2 + B^2$
i) $(A + B)(A - B)$
j) $A^2 - B^2$

FA200 Encore des binômes

Avec les quatre binômes suivants :

$A = x + 2$ $B = x + 7$ $C = x^2 - 3$ $D = 3x + 1$

Calcule.

a) $A + B$
b) $B + D$
c) AD
d) $A(B + C)$
e) $(A + B)^2$
f) $A + C$
g) $C + D$
h) $AB + AC$
i) $A^2 + 2AB + B^2$
j) $A + D$
k) AB
l) BD
m) $D(A + B + C)$
n) $B + C$
o) AC
p) CD

FA201 Polynômes

Avec les quatre polynômes suivants :

$A = 3x^2 - 5x + 18$ $B = 4x + 1$ $C = 3x^3 - x + \frac{3}{4}$ $D = x^3 - x^2 + 5x - 1$

Calcule.

a) $3A$
b) $-2C$
c) $3B$
d) $-2D$
e) $A + B$
f) $-(2C + 2D)$
g) $3(A + B)$
h) $C - D$
i) $3A + 3B$
j) $D - C$
k) $A + A + A$
l) $2(C + D)$
m) $B + B + B$
n) $2C - 2D$

FICHIER FA202

FA203 Remarquables produits

Calcule.

a) $(\sqrt{50} + \sqrt{2})^2$

b) $(\sqrt{17} + \sqrt{8})(\sqrt{17} - \sqrt{8})$

c) $(\sqrt{32} \cdot \sqrt{2})^2$

d) $(\sqrt{25} - \sqrt{5})^2$

e) $(40 + 1)^2$

f) 99^2

g $(\sqrt{353} + \sqrt{287})(\sqrt{353} - \sqrt{287})$

Factorisation

FA204 Somme ou produit ?

Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits de polynômes ?

a) $5x + 6$

b) $3y \cdot 5x$

c) $-2x \cdot (5 + 6x)$

d) $68x - (5 \cdot x \cdot 4)$

e) $58x^2 + 41x - 9$

f) $(19b - 24)^2$

g) $(5y - 8)(5y + 8)$

h) $(5a - 8)(4a + 12) + (5a - 8)(1 - a)$

i) $25 \cdot xy^2 \cdot 2 - 7 \cdot xy \cdot 6$

FA205 D'une somme à un produit

Transforme chaque fois que c'est possible les sommes en produits.

a) $4y - 8$

b) $5x + 2x^2$

c) $7y - 14y^2$

d) $6x^2 - 18x^3$

e) $5x + 3y$

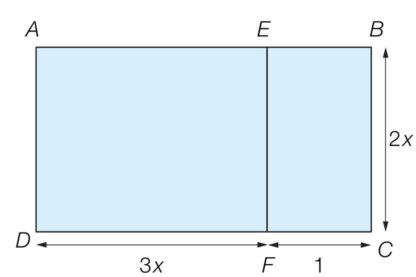
f) $5y^2 + 25y - 10y^3$

g) $36x - 48y$

h) $5(x + 1) + 2(x + 1)$

FA206 Avec un rectangle

L'aire du rectangle *ABCD* ci-contre peut s'écrire sous la forme de la somme des aires des rectangles *AEFD* et *EBCF*.



Aire_{ABCD} : $A = 6x^2 + 2x$

a) Ecris cette même aire sous la forme d'un produit.

b) Un autre rectangle a une aire de $20x^2 + 8x$. Représente ce rectangle à l'aide d'un croquis semblable à celui du rectangle *ABCD*.

FICHIER FA207 à FA209

FA210 Tiens, v'là l'facteur !

Factorise les polynômes suivants en te référant aux identités remarquables.

a) $9y^2 - 6y + 1$ c) $25a^2 + 20ab + 4b^2$ e) $x^2 + 2x + 1$

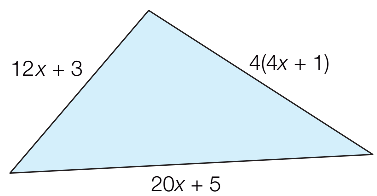
b) $4p^2 + 4p + 1$ d) $4x^2 - 9y^2$ f) $16x^4 - 1$

FICHIER FA211 à FA214

L'algèbre comme outil de preuve

FA215 Rectangle ?

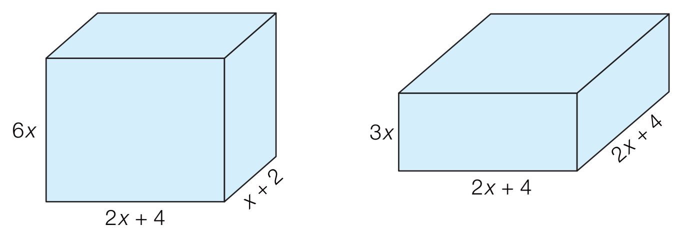
Ce triangle est-il toujours rectangle ?



FA216 Pavés droits

Les volumes de ces deux parallélépipèdes rectangles sont-ils égaux quelle que soit la valeur de x ?

Et leurs aires totales ?



FA217 Choix sans conséquence

Les affirmations au bas de chacune des cartes sont-elles vraies quel que soit le nombre choisi au départ ? Justifie tes réponses.

a)

Choisis un nombre

➡ Ajoute 4

➡ Multiplie par 2

➡ Retranche 8

Le résultat est le double du nombre choisi.

b)

Choisis un nombre

➡ Ajoute 1

➡ Multiplie par 5

Le résultat est supérieur de 1 au quintuple du nombre choisi.

c)

Choisis un nombre différent de zéro

➡ Elève-le au carré

➡ Ajoute le triple du nombre que tu as choisi

➡ Divise par le nombre que tu as choisi

Le résultat est toujours supérieur de 3 unités au nombre choisi au départ.

FA218 Egalités toujours vraies ?

1. Voici une série d'égalités correctes :

$3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 = 4^3$ $\qquad 8 \cdot 9 \cdot 10 + 9 = 9^3$ $\qquad 19 \cdot 20 \cdot 21 + 20 = 20^3$

a) Ecris trois égalités analogues à celles-ci.

b) Prouve que ce type d'égalités est toujours vrai.

2. Fais de même pour ce type d'égalités :

$5^2 - 4^2 = 5 + 4$ $\qquad 12^2 - 11^2 = 12 + 11$ $\qquad 38^2 - 37^2 = 38 + 37$

FA219 Preuves

Prouve que les énoncés suivants sont vrais quels que soient les nombres choisis.

a) La somme de deux multiples d'un nombre est encore un multiple de ce nombre.

b) La somme de trois nombres naturels consécutifs est un multiple de 3.

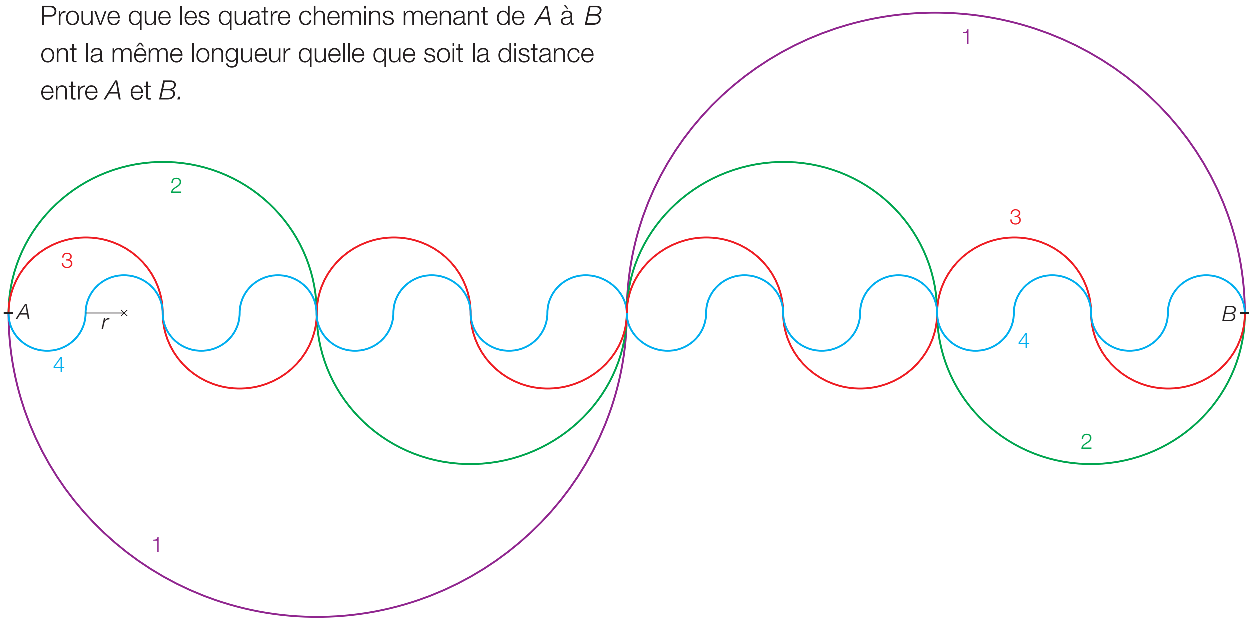
c) Le carré d'un nombre pair est pair.

d) Le carré d'un nombre impair est impair.

e) Quand on multiplie les dimensions d'un rectangle par 3, son aire est multipliée par 9.

FA220 Tous égaux

Prouve que les quatre chemins menant de *A* à *B* ont la même longueur quelle que soit la distance entre *A* et *B*.



FICHIER Faire le point p. 92

Encore quelques problèmes

FICHIER FA221 et FA222

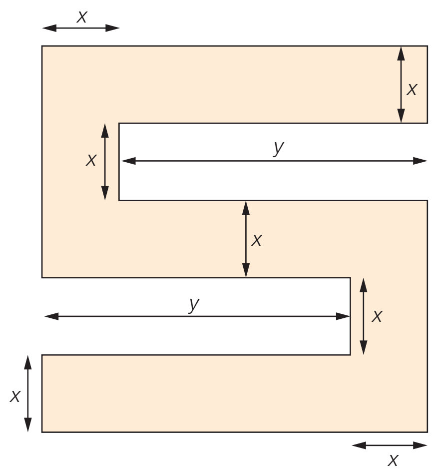
FA223 Est-ce général ?

La lettre « S » est inscrite dans un carré.

a) Exprime son périmètre et son aire.

b) Si $x = 2$ cm, que vaut y ?

c) Si l'aire colorée est égale à 3825 cm^2, combien mesurent x et y ?

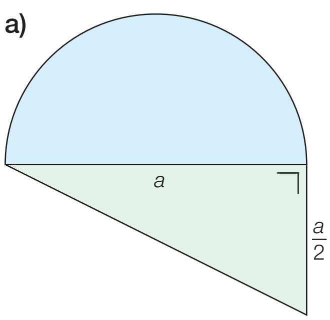


FICHIER FA224

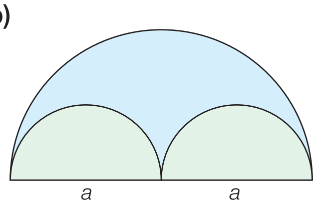
FA225 π... le retour

Dans chaque cas, l'aire de la surface bleue et celle de la surface verte sont-elles égales ?

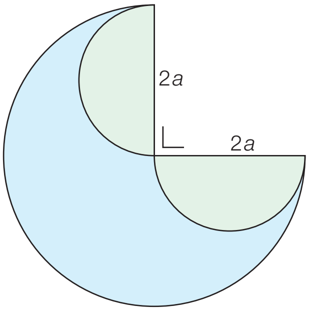
a)



b)



c)



FA226 Curiosités polynomiales !

a) Développe et réduis les expressions suivantes :

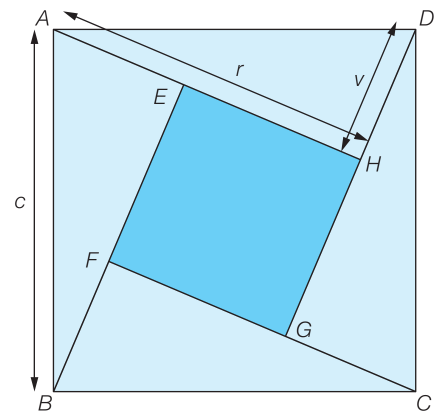
$(x + 1)$ $(x + 1)^2$ $(x + 1)^3$ $(x + 1)^4$

b) Peux-tu, sans poursuivre les calculs sur les polynômes, connaître le résultat associé à $(x + 1)^{10}$?

FA227 Histoire de carrés

ABCD est un carré pavé par quatre triangles et un carré *EFGH*.

Exprime algébriquement l'aire du carré *EFGH*.



FA228 Carré d'un nombre

Dominique affirme :

« Je peux calculer rapidement le carré d'un nombre qui se termine par 5.
Par exemple, pour 75^2, je prends 7, je calcule $7 \cdot 8$, puis à côté j'écris 25.
Donc : $75^2 = 5625$ »

Prouve que cette manière de calculer un carré est correcte pour n'importe quel nombre à deux chiffres se terminant par 5.

FICHIER FA229

FA230 Polynômes en évidence

1. Observe ces deux factorisations :

a) $5(x + y) - (x + y)a = (x + y)(5 - a)$

b) $4ax + 3ay + 4bx + 3by = 4x(a + b) + 3y(a + b) = (4x + 3y)(a + b)$

Décris et explique les procédures appliquées pour passer de l'expression de gauche à celle de droite.

SUITE ➜

2. Factorise.

a) $7(2p + t) - r(2p + t)$

b) $ax + ay + bx + by$

c) $(3y - 4)\,2x + (3y - 4)5y$

d) $10xy + 7ay + 10xz + 7az$

e) $-28(12x - 1) + (12x - 1)9x$

f) $5cd + 5ef - 5de - 5cf$

g) $6a(10 - 5y) - 5b(10 - 5y)$

h) $11bx - 11by - ax + ay$

FICHIER FA231

FA232 Ah, ces facteurs !

1. Observe ces deux factorisations :

a) $(x - 5)\,(x^2 + 2) + (28 - 2x)\,(x^2 + 2) = (x^2 + 2)\;(-x + 23)$

b) $(x - 5)\,(x^2 + 2) - (27 - 2x)\,(x^2 + 2) = (x^2 + 2)\;(3x - 32)$

Décris et explique les procédures appliquées pour passer de l'expression de gauche à celle de droite.

2. Factorise les expressions suivantes :

a) $(4 - x)\,(3y - 1) + (4 - x)\,(16 - 2y)$

b) $(4 - x)\,(3y - 1) - (4 - x)\,(16 - 2y)$

c) $(2y - 1)\,(5x^2 - 1) + (3y - 2)\,(5x^2 - 1)$

d) $(5x - 2)^2 - (5x - 2)\,(7x^2 - 25y)$

e) $(x + 2)\,(y - 5) - (y - 5)$

FA233 Y a l'facteur qui sonne !

On peut factoriser certains des trinômes dont le coefficient de x^2 est 1, selon la procédure suivante :

$$x^2 + 7x + 12 \quad = \quad (x + 3)\,(x + 4)$$

$3 \cdot 4$

$3 + 4$

Fais de même, pour factoriser les trinômes suivants :

a) $x^2 + 3x + 2$

b) $x^2 - 5x + 6$

c) $z^2 + 15z + 56$

d) $y^2 - 14y + 49$

e) $x^2 + x - 72$

f) $x^2 + x - 12$

g) $x^2 + 17x + 72$

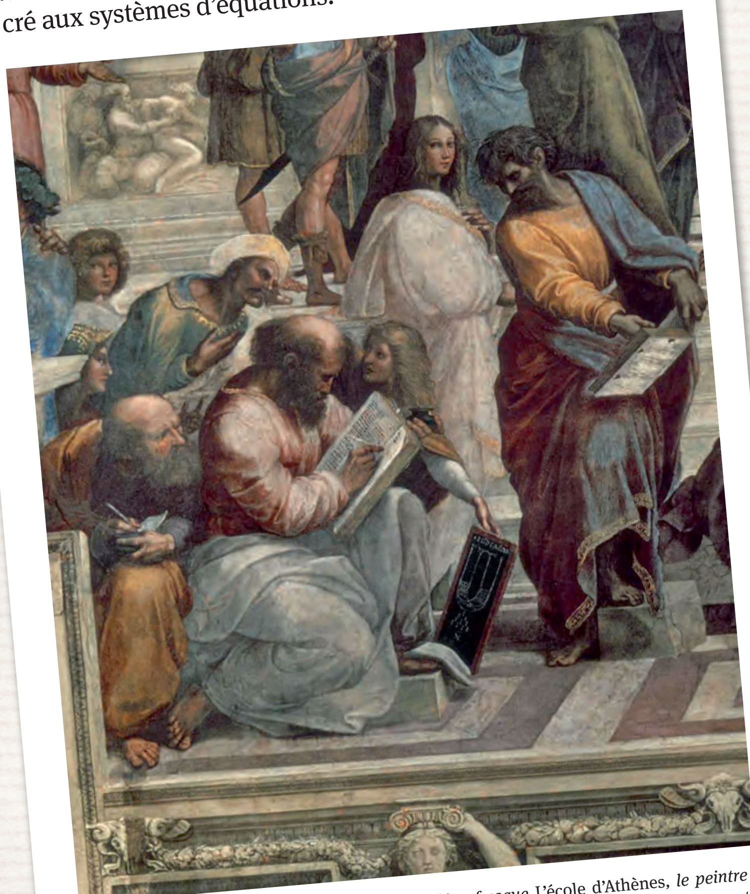
h) $x^2 - 9x + 20$

FICHIER FA234 à FA236

A la suite du Perse Al Kwarzami, les mathématiciens arabes ont marqué de leur empreinte la résolution des équations. Deux voies différentes de résolution des équations se présentent : d'une part, on trouve les géomètres algébristes – comme Al Huwarism (vers 820) – cherchant à utiliser des constructions géométriques pour illustrer les équations et leurs résolutions et, d'autre part, les algébristes arithméticiens qui utilisent l'arithmétique au service de l'algèbre pour résoudre les équations, rendant ainsi hommage aux techniques d'« Arithmétique » de Diophante, mathématicien grec, considéré comme le père de l'algèbre (vers le III^e^ siècle apr. J.-C.).

Al Harrani (836-901), astrologue et mathématicien, est le premier à distinguer clairement ces deux méthodes de résolution : une par l'algèbre et l'autre grâce à la géométrie. Il démontre que toutes deux permettent d'atteindre les mêmes solutions.

Shuja Abu Kamil (850-930) développe les travaux sur les équations du deuxième degré et son livre *Kita bat-tara'if l-hisab (Livre des choses rares en calcul)* est entièrement consacré aux systèmes d'équations.



A défaut de représenter Diophante dans sa célèbre fresque L'école d'Athènes, *le peintre italien de la Renaissance Raphaël (1483-1520) a laissé une place à la mathématicienne et philosophe grecque Hypatie d'Alexandrie (vers 370-415) – debout en blanc – qui, en particulier, a apporté de nombreux commentaires à l'œuvre de Diophante.*

Equations

Apprentissages visés

- Résolution de problèmes nécessitant le recours à l'algèbre
- Traduction d'une situation par une ou des équations
- Résolution :
  - d'équations du premier degré à une inconnue à l'aide des règles d'équivalence
  - de systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues à l'aide des méthodes de combinaison linéaire et de substitution
  - d'une équation du deuxième degré à une inconnue par factorisation ou à l'aide de la formule de Viète
- Expression de chacune des variables d'une formule en fonction des autres

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 98

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER FA237 et FA238

FA239 Expressions littérales

Traduis par une écriture littérale, en précisant ce que désigne la lettre que tu as choisie.

a) Je prends le quart d'un nombre, puis j'enlève 16 au résultat.

b) J'enlève 16 à un nombre, puis je prends le quart du résultat.

c) Le triple du carré d'un nombre.

d) Le carré du triple d'un nombre.

e) Un nombre de deux chiffres dont le chiffre des unités est 6.

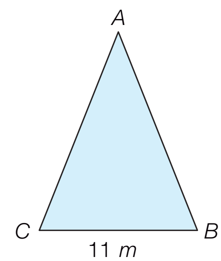
f) Une somme d'argent formée de billets de 10 francs.

g) L'aire d'un triangle dont la mesure d'une des hauteurs est 10 cm.

h) L'âge d'une fille dont la mère a 25 ans de plus qu'elle.

FA240 Isocèle en *A*

Quelle est la mesure des deux côtés isométriques AB et AC du triangle isocèle ABC si son périmètre mesure 42 m ?



FICHIER FA241

Pour approcher les équations

FA242 Avec des essais ?

a) La somme de trois nombres naturels consécutifs est 174.
Quels sont ces nombres ?

b) Ricardo pense à un nombre. Il le multiplie par 6, puis ajoute 3 au produit. Il obtient alors le même résultat que s'il avait ajouté 27 au nombre de départ.
A quel nombre a-t-il pensé ?

c) Morgane et Sven affichent le même nombre sur l'écran de leur calculatrice.
Morgane multiplie ce nombre par 8, puis soustrait 2,5 du résultat obtenu.
Sven, lui, ajoute 21,5 au nombre affiché.
Ils obtiennent alors exactement le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FICHIER FA243 et FA244

FA245 Grâce à des x

a) Alice a dépensé x francs. Sa cousine a dépensé 35 francs de moins qu'elle.
Ecris en fonction de x ce qu'a dépensé sa cousine.

b) Dans un champ, il y a 46 animaux : x vaches et des moutons.
Ecris en fonction de x le nombre de moutons qu'il y a dans ce champ.

c) Adriana, qui est âgée aujourd'hui de x années, est née quand son papa avait 35 ans.
Ecris, en fonction de x, l'âge de son papa aujourd'hui.

d) Maxime a parcouru x kilomètres de moins que Malika avec la même quantité d'essence dans le réservoir de sa voiture.
Exprime, en fonction de x, le nombre de kilomètres effectué par Malika si Maxime a parcouru 362 km.

e) Doris possède x pièces de deux francs. Elle a aussi quelques pièces de 1 franc. En tout, cela fait 33 pièces.
Ecris en fonction de x le nombre de pièces de 1 franc que possède Doris.

f) Je possède x francs, mon frère le triple de ce qui est en ma possession et ma sœur 40 francs de plus que mon frère.
Exprime en fonction de x la somme totale en notre possession.

g) Sur le premier rayon d'une bibliothèque, il y a x livres. Sur le deuxième, il y en a 12 de moins ; sur le troisième, il y en a trois fois plus que sur le deuxième.
Ecris en fonction de x le nombre total de livres.

h) Dans un triangle, le plus petit côté mesure x centimètres et le plus grand vaut le double de celui-ci. Le dernier côté mesure les trois quarts du plus grand.
Ecris la longueur de chaque côté en fonction de x.

i) Besim possède x pièces de 20 centimes ; exprime, en fonction de x, la somme d'argent qu'il possède.

j) Dans un magasin, on accorde un rabais de 30 % sur tous les articles de sport. J'achète une raquette de tennis qui coûte initialement x francs.
Ecris en fonction de x le rabais accordé et le prix à payer.

FA246 Le même résultat

Dans chaque cas, trouve un nombre qui, selon les consignes de l'étiquette de gauche et selon celles de l'étiquette de droite, conduit au même résultat.

a)	enlever 7 de ce nombre, puis ajouter 12 à ce résultat	ajouter 12 à ce nombre, puis enlever 7 de ce résultat
b)	diviser ce nombre par 2, puis ajouter 16 à ce résultat	ajouter 16 à ce nombre, puis diviser ce résultat par 2
c)	multiplier ce nombre par 5, puis ajouter 5 à ce résultat	ajouter 3 à ce nombre, puis soustraire 2 de ce résultat
d)	ajouter 20 à ce nombre, puis soustraire 7 de ce résultat	multiplier ce nombre par 3, puis ajouter 5 à ce résultat
e)	enlever 6 de ce nombre, puis ajouter 27 à ce résultat	multiplier ce nombre par 9, puis enlever 3 de ce résultat

FA247 Etranges égalités

Jonathan a écrit sur une feuille les égalités suivantes :

a) $2x + 7x = 9x$

b) $y - 6 = -12$

c) $3z + 3 = 5z + 2 - 2z + 1$

d) $x + y = x + z$

e) $3g - 5 = 13$

f) $a + b = b + c$

g) $11 + 3z = -8z$

h) $x \cdot 2 = x + x$

Sont-elles toujours vraies ?

FA248 Quand est-elle égale à ?

a) Pour quelle valeur de x, l'expression $8x - 5x + 3x$ est-elle égale à 9 ?

b) Pour quelle valeur de c, l'expression $11c - 3c + 2c - 4c$ est-elle égale à 27 ?

c) Pour quelle valeur de y, l'expression $2{,}5y + 7y - y$ est-elle égale à 17 ?

d) Pour quelle valeur de p, l'expression $p + 3p + 9 - 2p - 6$ est-elle égale à 83 ?

e) Pour quelle valeur de x, l'expression $17 - 16x - 14 + 8x - 3x - 1$ est-elle égale à 24 ?

FA249 Des *x* et des *x*

Dans chacun des exemples suivants, par quel(s) nombre(s) peut-on remplacer x pour que l'égalité soit vérifiée ?

a) $13 + x = 35$

b) $36x + 4 = 36 + 4x$

c) $6 + x = x + 8$

d) $x - 21 = 4x$

e) $0x = 131$

f) $5x = 22{,}5$

g) $63 - 21x = 25 - 2x$

h) $6x - 7 = x + 8$

i) $x = -x$

j) $30 = 3x + 21$

k) $\frac{x}{8} = 2{,}5$

l) $42 + 8{,}5x = 1{,}5x - 7$

FA250 Associe

1. Associe chaque équation à son ensemble de solutions.

Equations

a) $x = 5$

b) $-19 + x = -24$

c) $\frac{x}{5} = 1$

d) $0{,}5x = 10x$

e) $x + 5 = 0$

f) $x + 5 = 5$

g) $2x - 6 = x - 1$

h) $x + 5 = x$

i) $4 = x + 9$

j) $x - 5 = x + 5$

k) $5x = 0$

l) $x = -x$

Solutions

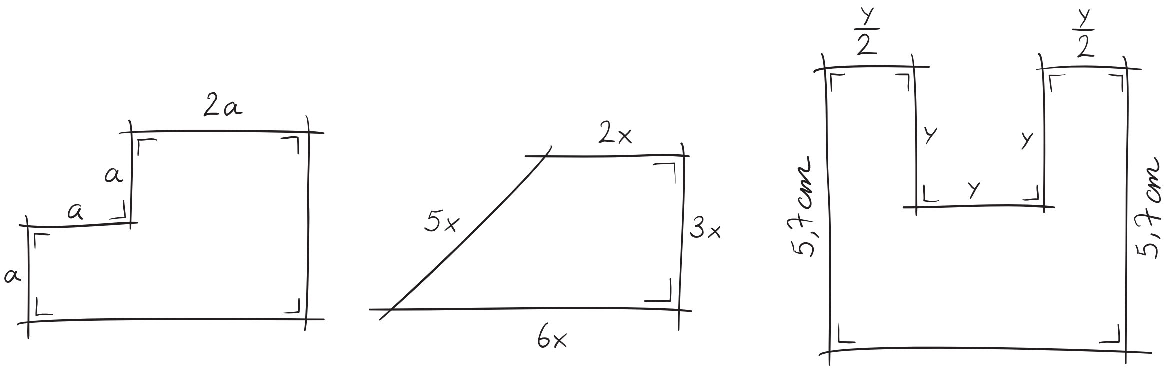
$S_1 = \{0\}$ $S_2 = \{5\}$ $S_3 = \{-5\}$ $S_4 = \varnothing$

2. Parmi les équations précédentes, détermine celles qui sont équivalentes.

Résoudre des équations

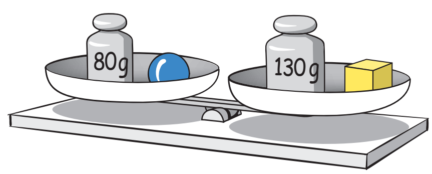
FA251 Toujours 36

Le périmètre de chaque figure est 36 cm. Construis-les en vraie grandeur.



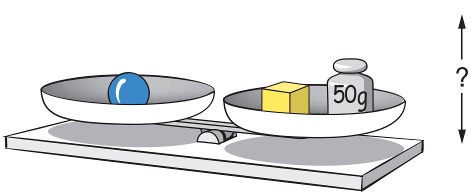
FA252 Toujours en équilibre ?

Cette balance est en équilibre.

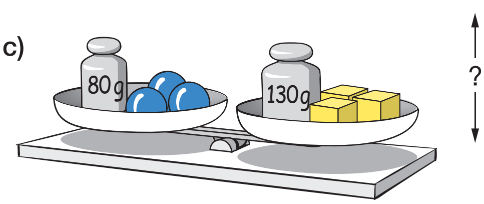


Et celles-ci ?

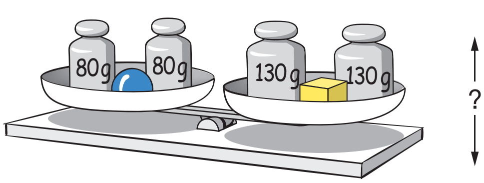
a)



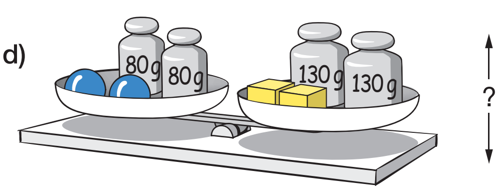
c)



b)



d)



FA254 Dix équations

Résous ces équations.

a) $17x = 153$

b) $5x - 35 = 120$

c) $16x + 11 = 9x + 67$

d) $7{,}5x - 4 = -28 + 1{,}5x$

e) $71{,}1x = 389{,}2 + 1{,}6x$

f) $4x - 48 = 64$

g) $19x = 23x$

h) $x = 31x + 75$

i) $2{,}5x = 250$

j) $72 + 4x = 0$

FA255 Dix équations supplémentaires

Résous ces équations.

a) $4x = 32$

b) $45 = 9{,}5x - 12$

c) $29 - 7{,}8x = 29$

d) $12x + 5 = 29x + 5 - 17x$

e) $6x + 32 - 8x = 58$

f) $10x - 15 = 15$

g) $x - 6 = 4x + 5 - 3x$

h) $30\,000 = 600 + 100x$

i) $2x + x = x - 11$

j) $7x - 15 = (18x + 12) + (2x + 12)$

FA256 De tête !

Résous ces équations mentalement.

a) $12x = 60$

b) $18 = 5x$

c) $4x - 7 = 3x$

d) $19 - 8{,}2x = 19$

e) $3x - 3 = x$

f) $x - 2x = -8$

g) $6x + 22 = 6x + 22$

h) $32x + 7x = 42x - 12$

i) $140 = 8 + x$

j) $19 - 2x = 9$

k) $200 = 360 - 2x$

l) $3x + 4 = 28$

m) $10x + 60 = 88$

n) $7x + 8 = 9x + 5 - 2x$

o) $5x + 19 = -6$

p) $8 - x = 10$

FICHIER FA257

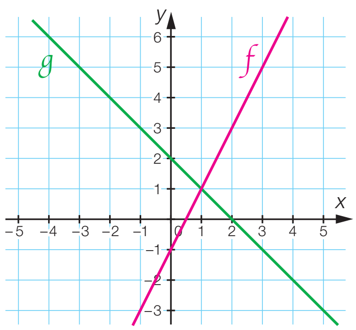
FA258 C'est plus visuel !

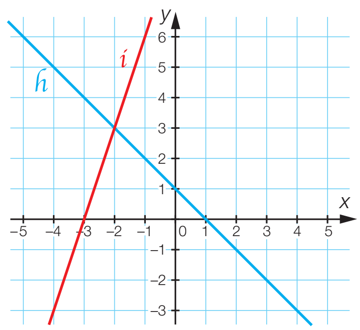
Ces trois graphiques représentent chacun les deux fonctions associées aux deux membres d'une équation.

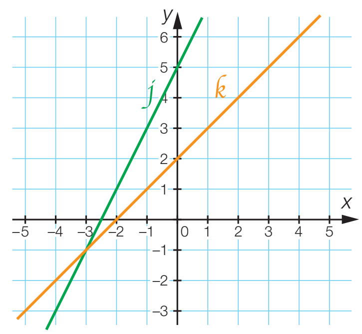
$f : x \longmapsto 2x - 1$
$g : x \longmapsto -x + 2$

$h : x \longmapsto -x + 1$
$i : x \longmapsto 3x + 9$

$j : x \longmapsto 2x + 5$
$k : x \longmapsto x + 2$







Ils permettent de trouver la solution de chacune des trois équations suivantes:

$2x - 1 = -x + 2$
$S = \{1\}$

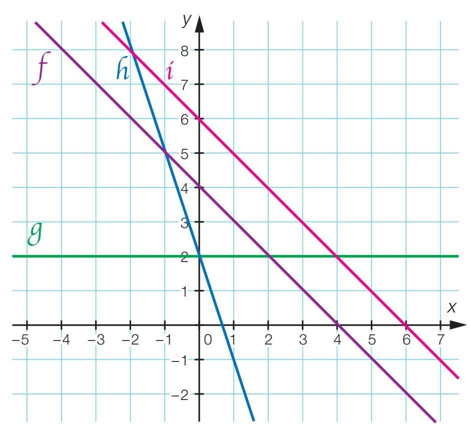
$-x + 1 = 3x + 9$
$S = \{-2\}$

$2x + 5 = x + 2$
$S = \{-3\}$

1. Comment ces solutions peuvent-elles être lues sur le graphique ?

2. Détermine l'ensemble de solutions des équations ci-dessous en te fondant sur cette représentation graphique.

$f : x \longmapsto -x + 4$
$g : x \longmapsto 2$
$h : x \longmapsto -3x + 2$
$i : x \longmapsto -x + 6$



a) $-x + 4 = 2$
b) $-x + 6 = -3x + 2$
c) $-3x + 2 = -x + 4$
d) $2 = -x + 6$

3. Résous ces équations par voie graphique.

a) $2x + 2 = -3 + x$
b) $x = 5 - 2x$
c) $x + 3 = x + 2$
d) $-3 = 4x - 3$

FICHIER Faire le point p. 104

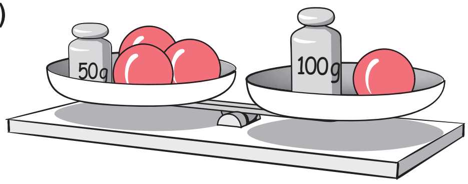
Résoudre des problèmes à l'aide d'équations

FA259 Les masses

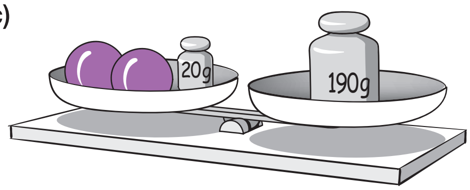
Dans chaque situation, les balances sont équilibrées.

Détermine la masse de chaque boule.

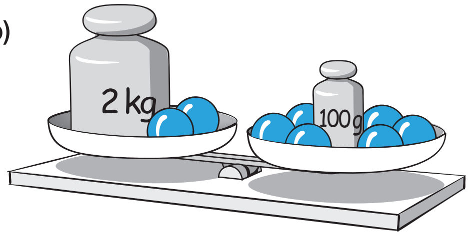
a)



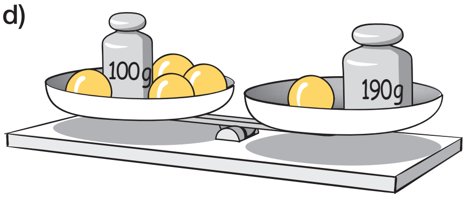
c)



b)



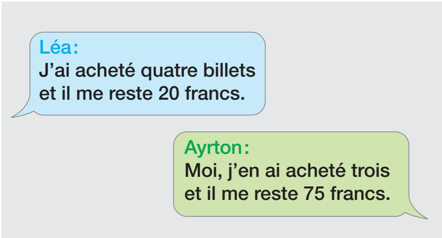
d)



FA260 Le concert de hip-hop

Léa et Ayrton s'envoient des SMS au concert de hip-hop.

Sachant que Léa et Ayrton avaient la même somme d'argent dans leur porte-monnaie, calcule le prix d'un billet.



FA261 La somme vaut 790

La somme de cinq nombres naturels consécutifs est 790.

Quel est le plus petit de ces nombres ?

FA262 Trois angles à déterminer

D'un triangle rectangle, on sait qu'un angle aigu est égal au quadruple de l'autre angle aigu.

Quelle est la mesure de chacun des trois angles ?

FA263 La mesure du petit côté

Le périmètre d'un triangle mesure 25 cm. Le grand côté de ce triangle est trois fois plus long que le petit côté et le moyen côté mesure 3 cm de moins que le grand.

Quelle est la mesure du petit côté de ce triangle ?

FA264 Le nombre de départ

Clémence et Max affichent le même nombre sur leur calculatrice.

Clémence multiplie ce nombre par 5, puis soustrait 7 au produit obtenu.

Max multiplie ce nombre par 3, puis ajoute 19 au produit obtenu.

Ils s'aperçoivent alors que le même résultat apparaît sur l'écran de leur calculatrice.

Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FA265 Ajouter et soustraire vingt-trois

Lorsqu'on ajoute 23 au quadruple d'un nombre, on obtient le même résultat qu'en retranchant 23 du sextuple du même nombre.

Quel est ce nombre ?

FA266 Nombres entiers consécutifs

Peux-tu trouver trois nombres entiers consécutifs tels que la somme du deuxième et du troisième soit égale au double du premier ?

FA267 120 à partager

Partage 120 en deux parties telles que la première augmentée de 6 soit égale à la deuxième partie.

FICHIER Faire le point p. 105

Encore quelques problèmes

FA268 Et encore dix équations de plus

Résous ces équations.

a) $4x = 55 - x$

b) $x + (x - 1) + (x - 2) = x - 2$

c) $6{,}7 - 2x = -0{,}5x + 3{,}7$

d) $6x + 42 = 7x + 56$

e) $8x + 9 - 3x = 7 + 5x + 2$

f) $1{,}4x + 8{,}4 = 3{,}6 + 3x$

g) $10x + 30 = -2x + 2 + 8x$

h) $x = x + 37$

i) $\frac{x}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

j) $\frac{3}{2}x + 35 = 35$

FA269 Minimaison

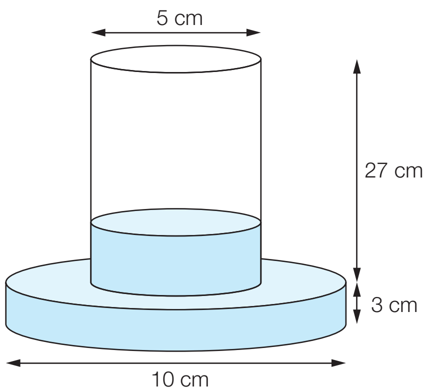
Cette maisonnette est formée d'un cube de 5 m d'arête surmonté d'un prisme droit à base triangulaire. Son volume est de 155 m^3.

Calcule sa hauteur totale.

FA270 Vase cylindrique

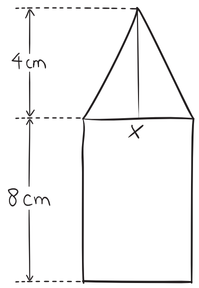
Ce vase est rempli d'eau à la moitié de sa capacité totale.

Quelle hauteur (en cm) atteint le liquide ?



FA271 Le clocher

Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire du triangle isocèle soit égale à l'aire du rectangle diminuée de 9 cm^2 ?



FA272 La gymnastique

Après une épreuve de gymnastique, on distribue 120 barres de céréales aux dix participants.

Le premier en reçoit le plus ; le deuxième en reçoit deux de moins que le premier, le troisième deux de moins que le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au dernier.

Combien de barres de céréales donne-t-on au septième ?

FICHIER Que sais-je ? p. 106

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER FA273 et FA274

FA275 Mentalement ?

Résous, si possible, ces équations mentalement.

a) $u + 7 = 2u$

b) $3(v + 1) = 3v + 3$

c) $5z + 5z = -30$

d) $x^2 + 1 = 0$

e) $y + y + 1 = 8$

f) $v - 3 = 12$

g) $t + 4 = 2t - 5$

h) $m^2 = m$

i) $(y - 3)(y + 2) = 0$

j) $\frac{x}{3} = 12$

k) $2x = x^2 + 1$

l) $3z = 12$

FA276 A résoudre

Résous les équations suivantes.

a) $-84x + 84 = 0$

b) $51 - 68x = -63x + 47$

c) $3x - 1 = 19 - (4x - 9)$

d) $\frac{2x + 2}{5} - 1 = 10$

FICHIER FA277

FA278 Identifications

Traduis chacune de ces situations par une équation, puis détermine sa ou ses solutions.

a) Si l'on ajoute 5 à mon quadruple, on obtient la moitié de mon triple.

b) Si l'on ajoute 15 à ma valeur, je deviens inférieur de 5 à mon carré.

c) Si l'on m'enlève 6, je deviens égal à ma moitié.

d) Si l'on multiplie par 2 la moitié du quart d'un nombre, on obtient le quintuple du quart de ce nombre.

Pour consolider et aller plus loin

FA279 Graphiques et Cie

Associe chaque équation à la représentation graphique qui convient,
puis à son ensemble de solutions.

Equations

a) $3x + 3 = 24 - x$

b) $x^2 = x + 2$

c) $\frac{1}{x} = 4x$

d) $\frac{x}{4} = 2x + 7$

e) $x + 3 = x - 1$

f) $\frac{x^3}{2} = 2x$

Ensembles de solutions

$S_1 = \{-0{,}5 ; 0{,}5\}$

$S_2 = \varnothing$

$S_3 = \{5{,}25\}$

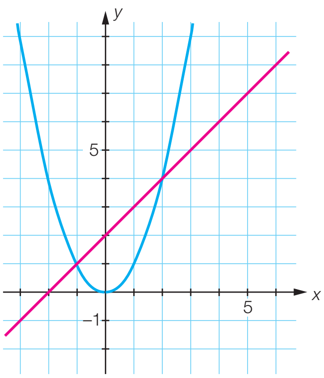
$S_4 = \{-2 ; 0 ; 2\}$

$S_5 = \{-1 ; 2\}$

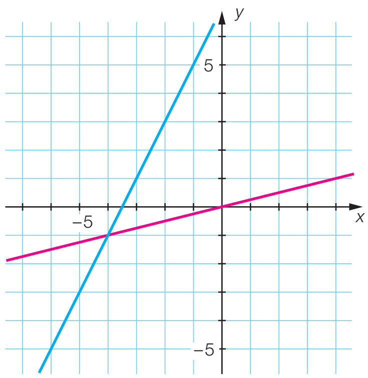
$S_6 = \{-4\}$

Représentations graphiques

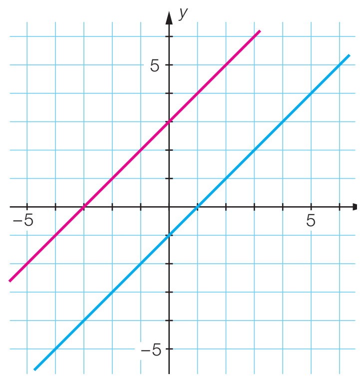
A



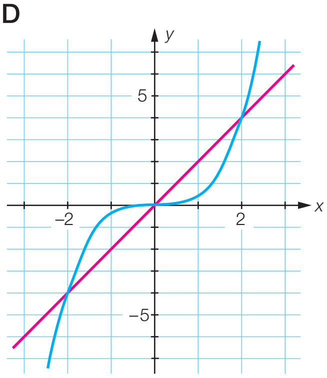
B



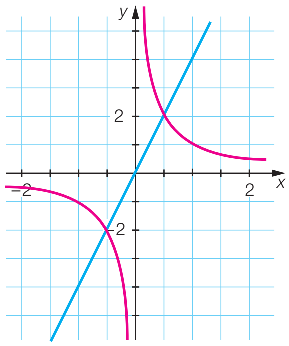
C



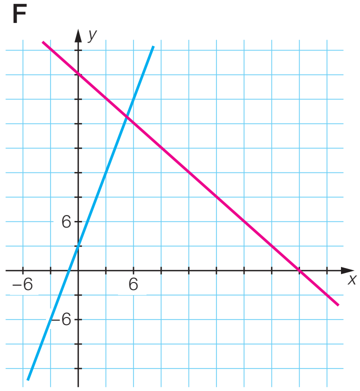
D



E



F



FA280 Un et un seul nombre

Si l'on élève un nombre au carré et qu'on additionne 8 au résultat, on trouve la même valeur que si l'on soustrait 4 à ce nombre et qu'on élève cette différence au carré.

Détermine ce nombre.

FICHIER **FA281**

FA282 Avec attention

Résous ces équations.

a) $7(3+x)-2(4x+5)=28-2x$

b) $(12-15x)+(14x+12)=23$

c) $-2(5x-1)=3(x+1)$

d) $3x-5=4(x-2)-(x-7)$

e) $5+(4x-10)=-5-2x$

f) $3(x-1)-(4x+2)=(6x+3)-4(3x-7)$

FA283 Avec des fractions

Résous ces équations.

a) $\frac{3}{4}x-\frac{1}{5}=\frac{2}{5}x+\frac{3}{4}$

b) $\frac{y-3}{3}=\frac{y+3}{5}$

c) $\frac{z-2}{3}=\frac{1-z}{2}+\frac{z}{4}$

d) $\frac{1}{3}-\frac{x+1}{2}=2x-\frac{3x+1}{4}$

e) $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}=-\frac{5}{4}x+3$

f) $\frac{x+3}{4}-\frac{x-3}{2}=3$

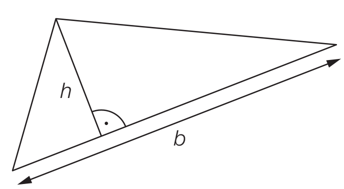
g) $\frac{x}{3}+\frac{13}{6}=\frac{5x+1}{6}$

h) $\frac{5-y}{4}-\frac{y}{2}=y-\frac{2y-1}{3}$

FICHIER **FA284**

FA285 D'une formule à l'autre

a) La formule $A=\frac{b\cdot h}{2}$ permet de calculer l'aire d'un triangle dont on connaît une base b et la hauteur correspondante h.



Parmi les formules ci-dessous, laquelle permet de calculer la base b d'un triangle dont on connaît la hauteur correspondante (h) et l'aire (A) ?

$b \stackrel{?}{=} \frac{A}{2\cdot h}$

$b \stackrel{?}{=} \frac{A\cdot h}{2}$

$b \stackrel{?}{=} A\cdot h$

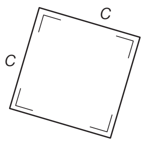
$b \stackrel{?}{=} 2\cdot A\cdot h$

$b \stackrel{?}{=} \frac{2\cdot A}{h}$

$b \stackrel{?}{=} 2\cdot A-h$

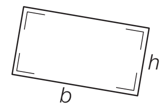
SUITE ➔

b) Pour les formules ci-dessous, exprime chaque variable en fonction des autres (ou de l'autre).



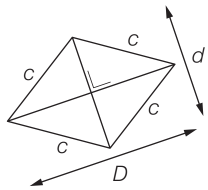
$p = 4c$

$A = c^2$



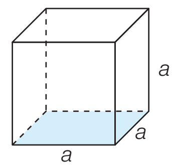
$p = 2(b + h)$

$A = bh$



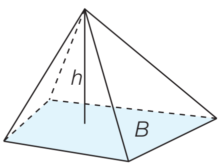
$p = 4c$

$A = \dfrac{Dd}{2}$

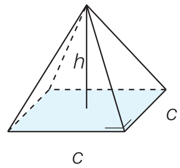


$A = 6a^2$

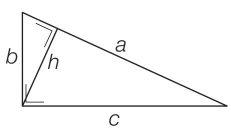
$V = a^3$



$V = \dfrac{1}{3}Bh$

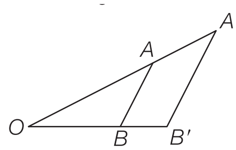


$V = \dfrac{c^2h}{3}$



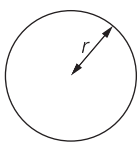
$a^2 = b^2 + c^2$

$ah = bc$



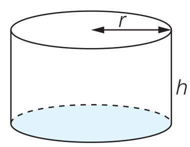
$AB \,//\, A'B'$

$\dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{OB'}{OB}$

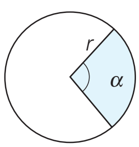


$p = 2\pi r$

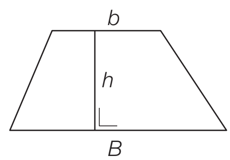
$A = \pi r^2$



$V = \pi r^2 h$



$A = \dfrac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$



$A = \dfrac{(B + b)}{2} \cdot h$

$d = v \cdot t$

$\rho = \dfrac{M}{V}$

Les formules permettant de déterminer l'aire d'une surface, le volume d'un solide ou toute autre mesure dans des domaines aussi divers que la physique, la chimie, la biologie ou les sciences humaines, ne sont rien d'autre que des fonctions dont les différents paramètres peuvent être appelés variables. Ainsi, lorsqu'on écrit la formule de l'aire du carré ($A = c^2$), cela signifie que l'aire est fonction du côté du carré ; on pourrait l'écrire $A(c) = c^2$ ou $A : c \longmapsto c^2$.

FA286 Ne perds pas la boule !

Tu dois calculer le rayon d'une boule dont tu connais le volume.

Trouve la formule te permettant de le faire quel que soit le volume de la boule.

FA287 Quel prix !

a) Des amis mangent ensemble au restaurant. Au moment de régler l'addition, ils constatent que, si chacun paie 20 francs, il manquera 22 francs 50. Mais si chacun payait 25 francs, il y aurait 7 francs 50 de trop.

Combien sont-ils ?

b) Une bibliothécaire achète 50 exemplaires d'un livre. Pour le même montant, une autre bibliothécaire en achète 5 de plus, car elle obtient un rabais de 2 francs par livre. Quel est le prix d'un livre acheté par la première bibliothécaire ?

FA288 Dans une autre langue

Traduis chacune de ces situations par une équation et détermine quelques-unes de ses solutions.

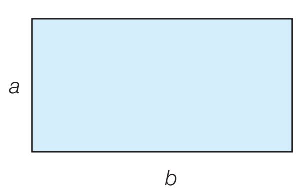
a) La moyenne arithmétique de deux nombres est 0,7.

b) Une somme de 60 € est constituée de pièces de 2 € et de pièces de 5 €.

c) La différence de deux nombres est –3.

d) Le prix d'un article est 90 % du prix d'un autre article.

e) Le périmètre de ce rectangle est 60 mm.



f) Une pyramide régulière à base carrée a un volume de 72 cm^3. La longueur d'un côté de sa base est x (en cm) et sa hauteur est y (en cm).

FA289 Triathlon

D'un triathlon, on sait que :

- sa longueur totale est 22 km ;
- à la nage, les concurrents parcourent 5 km de moins qu'à la course à pied ;
- le parcours à vélo est le triple de celui à effectuer en course à pied.

> Le triathlon est une compétition qui enchaîne trois épreuves : la natation, la course cycliste et la course à pied.

a) Lesquelles de ces équations traduisent cette situation ?
(x désigne la distance en kilomètres à parcourir à la nage, y la distance en kilomètres à parcourir à vélo et z la distance en kilomètres à parcourir à pied.)

1. $(z + 5) + 3z + z = 22$

2. $x + 3(x + 5) + (5 + x) = 22$

3. $(3y - 5) + y + 3y = 22$

4. $x + 3x + (x + 5) = 22$

5. $(z - 5) + 3z + z = 22$

6. $\left(\frac{y}{3} - 5\right) + y + \frac{y}{3} = 22$

b) Détermine la longueur de chacun des parcours.

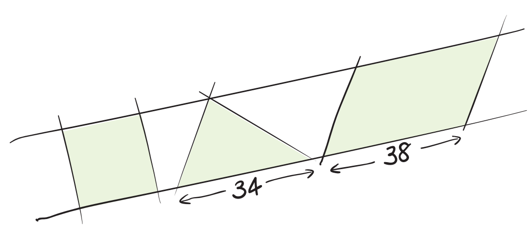
FA290 Comment procéder ?

a) A l'entraînement, Julie parcourt 1 km en 5 min et Léonie 1 km en 6 min. Cette dernière constate : « Aujourd'hui, nous avons couru durant le même intervalle de temps, mais tu as parcouru exactement 1,5 km de plus que moi. »

Quelle a été la durée de leur entraînement ?

b) L'aire du parallélogramme est égale à celle du carré et du triangle réunis.

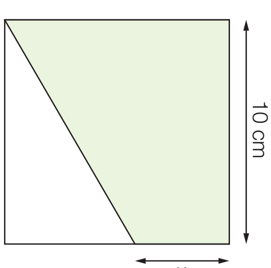
Quelle est la largeur de la bande dans laquelle ces trois polygones ont été dessinés ?



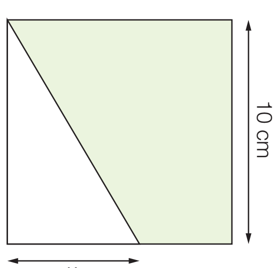
FA291 80 cm²

Pour chacun des carrés suivants, calcule la valeur de x pour que l'aire de la surface colorée soit égale à 80 cm².

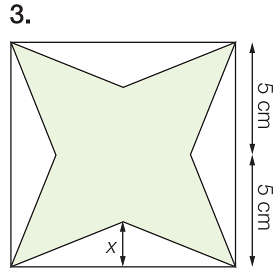
1.



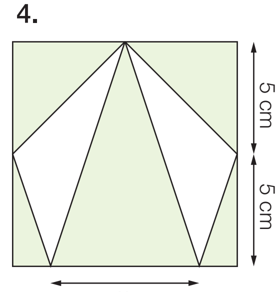
2.



3.



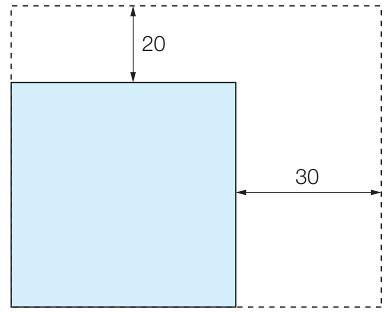
4.



FA292 D'un carré à un rectangle

Marc a un verger de forme carrée. Il décide de l'agrandir de 20 m dans un sens et de 30 m dans l'autre, de façon à obtenir un terrain rectangulaire. Il augmente ainsi la surface de son verger de 2100 m^2.

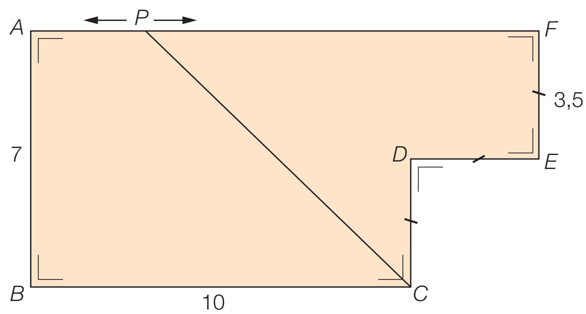
Quelle était la mesure du côté du terrain initial ?



FA293 Au bon endroit

a) Où faut-il placer le point *P*, le long du côté *AF*, pour que les polygones *PABC* et *PCDEF* aient la même aire ?

b) Et pour que ces polygones aient le même périmètre ?

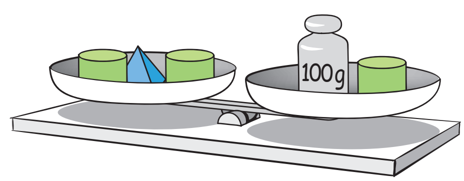


Systèmes d'équations

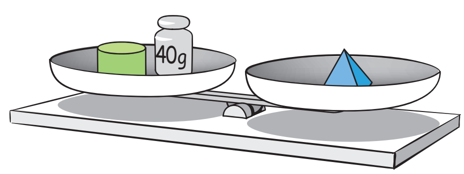
FA294 Balances

a) Cette balance est en équilibre. A l'aide de cette information, peux-tu trouver les masses d'un cylindre et d'une pyramide ?

Justifie et donne des exemples.

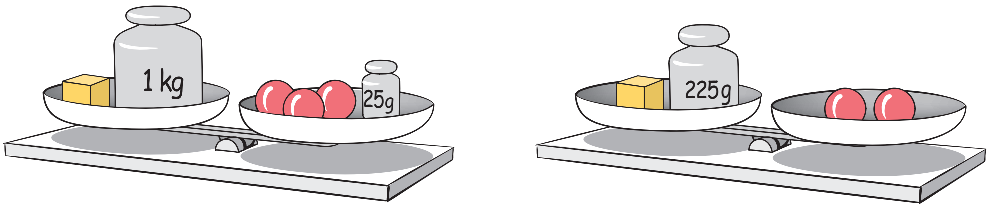


Et en rajoutant cette deuxième information ?



SUITE →

b) Ces deux balances sont en équilibre. A l'aide de ces deux informations, détermine la masse d'une boule et celle d'un cube.



FA295 Le paquet

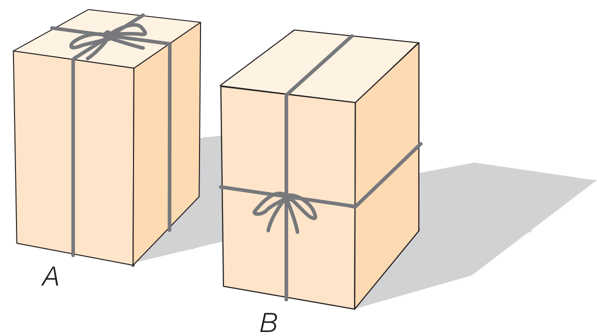
Ce paquet a la forme d'un prisme droit à base carrée.

Pour le ficeler, selon la manière *A*, il faut une ficelle de 220 cm.

180 cm suffisent pour le ficeler selon la manière *B*.

A chaque fois, on compte 20 cm pour le nœud.

Trouve les dimensions de ce paquet.



FA296 A ta manière

Dans chaque cas, peux-tu trouver un couple de nombres qui satisfait ces égalités ?

a) $\begin{cases} y = x \\ 4y + x = 18{,}2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 11 \\ x = 3y \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + y = 0 \\ 9x + y = 5 + 2y \end{cases}$

FA297 Deux et deux

Traduis chacune de ces situations par un système de deux équations et détermines-en les solutions.

a) La somme de deux nombres est 100. La différence de ces deux nombres est 68.
Quels sont ces nombres ?

b) Entendu de bon matin à la terrasse d'un café :
« Deux chocolats et trois croissants : Fr. 8.90. »
« Trois chocolats et cinq croissants : Fr. 13.90. »
Quel est le prix d'un chocolat ? Et celui d'un croissant ?

c) 350 spectateurs ont assisté à un spectacle.
Au parterre, la place revient à Fr. 20.– ; à la galerie, elle revient à Fr. 30.–.
Le montant de la recette des entrées est de Fr. 7850.–.
Combien y avait-il de spectateurs au parterre ? Et à la galerie ?

FICHIER FA298

FA299 A l'aide d'un graphique

Résous graphiquement ces trois systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y - 2x = 2 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4y - 8x - 16 = 0 \\ y - 2x = -16 \end{cases}$

FA300 Substituez !

1. Décris et explique chacune des étapes ci-dessous.

$$\begin{cases} x + 1 = 2y - 5 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 3(2y-6) + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 6y - 18 + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 10y - 18 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ 10y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \cdot 2{,}5 - 6 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2{,}5 \end{cases}$$

Vérification :

$$-1 + 1 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 2{,}5 - 5$$
$$3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2{,}5 \stackrel{?}{=} 7$$

La solution du système est : $S = \{(-1\,;\,2{,}5)\}$

2. Résous ces systèmes d'équations à l'aide de la même méthode.

a) $\begin{cases} y = 12 \\ x + y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = \frac{y}{2} - 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 5x - 5y = 20 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 100 \\ 0{,}15x = 40 - 0{,}2y \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x - 3 = y \\ 5y + 3x = 8 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{12x + 4}{3} = 2y \\ 3y - 7x = 0 \end{cases}$

FA301 On substitue encore

Résous ces systèmes d'équations par substitution.

a) $\begin{cases} 2y = 14 - 6x \\ 6x - 9y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 1{,}5x + 0{,}5y = 3{,}5 \\ x - 1{,}5y = 0{,}5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x = 8 - (2y + 2x) \\ 3x - 3y + 3 = -6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2(x - 5y) - (x + 1) = -2 \\ 5 - x + 2y = x + 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 9 = \dfrac{y}{2} \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{y}{10} - \dfrac{x - 3}{5} = 0 \\ 8y + 3(5 + x) = 5 \end{cases}$

FA302 Combinez !

1. Décris et explique chacune des étapes ci-dessous.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 5x - y = 4 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \cdot 5 \\ \cdot (-3) \end{vmatrix} \qquad\qquad \begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 5x - y = 4 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} \cdot 1 \\ \cdot 4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} 15x + 20y = 150 \\ -15x + 3y = -12 \end{cases} \qquad\qquad \begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 20x - 4y = 16 \end{cases}$$

$$23y = 138 \qquad\qquad 23x = 46$$

$$y = 6 \longrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \longleftarrow x = 2$$

Vérification :

$$3 \cdot 2 + 4 \cdot 6 \stackrel{?}{=} 30$$
$$5 \cdot 2 - 6 \stackrel{?}{=} 4$$

La solution du système est : $S = \{(2 ; 6)\}$

SUITE ➜

2. Résous ces systèmes selon la même méthode.

a) $\begin{cases} 2x + 4y = 13 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = -6 \\ 3y = 3 + x \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 6x - 11y = -4 \\ 8x - 2y = 20 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2y = 7x + 2 \\ 3y = 12 - 5x \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x - 2y = 10 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 0{,}5x + 2y = 5{,}4 \\ 5x - 5y = 49 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - 9y = 12 \\ 13x - 15y = 1 \end{cases}$

FA303 On combine encore

Résous ces systèmes d'équations par combinaison linéaire.

a) $\begin{cases} 7x - 3y = 21{,}5 \\ 5y + 10 = 14x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 10y = -32{,}7 \\ 2{,}5x - 12{,}8y = 45{,}06 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6(0{,}5x - 0{,}5y) = -1 \\ 3y - \left(2x - \frac{2}{3}\right) = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2(x - 1) - 5y = -x + 6 \\ 6x - 2(y - 1) = -4y + 6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{2y}{3} = 2 \\ 1{,}8x - y = 9 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x + y}{8} + \frac{x - y}{6} = 5 \\ \frac{x + y}{4} - \frac{x - y}{3} = 10 \end{cases}$

FA304 Comme bon te semble !

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 5u - 2v = 13 \\ 17 + 4v = 89 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x - 5y = 14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (z + t)^2 = 576 \\ 3z = t \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{3} + y = 20 \\ x + \frac{y}{4} = 16 \end{cases}$

e) $\begin{cases} a + b = 5 \\ 3a + 3b = 10 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 1{,}5m + 5n = 45 \\ m = n - 22 \end{cases}$

FA305 Comme il te plaît

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 4x = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 12 \\ x - y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x = y + 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + 4y = 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 2x + 6y = 2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y = \dfrac{x}{2} \end{cases}$

h) $\begin{cases} 17x + 15y = 2 \\ 23x + 20y = 3 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 4x - 7y = 13 \\ 3x + 2y = -12 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 4x + 5y = 13{,}8 \\ x - y = -0{,}6 \end{cases}$

k) $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 72 \end{cases}$

l) $\begin{cases} \dfrac{100x + 95y}{2} = -755 \\ 10x + \dfrac{y}{2} = 11 \end{cases}$

FA306 Ces quelques problèmes...

a) Trouve deux nombres dont la somme est 654 et la différence 456.

b) Trouve deux nombres dont la somme est 123 et la différence 321.

c) Trouve deux nombres dont la somme est 276, l’un étant le triple de l’autre.

d) La somme de deux nombres est 140. La division du premier par le second donne un quotient de 7 et un reste de 4.

Quels sont ces nombres ?

e) Un terrain rectangulaire a un périmètre de 110 m. On diminue sa longueur de 1 m et on augmente sa largeur de 1 m. Son aire augmente ainsi de 4 m^2.

Quelles étaient les dimensions initiales du terrain ?

f) Une boîte contient des billes jaunes et des billes vertes.
Si l’on ajoutait une bille jaune, les billes jaunes représenteraient le quart du nouveau contenu de la boîte.
Si l’on en retirait une, elles n’en représenteraient plus que le cinquième.

Combien cette boîte contient-elle de billes vertes ?

g) Une échelle est dressée verticalement contre un mur.
Le sommet de l’échelle dépasse de 10 cm le sommet du mur.
Si l’on écarte de 70 cm le pied de l’échelle du pied du mur, leurs sommets coïncident.

Quelle est la hauteur du mur ?

FA307 Question de bosses

Dans un troupeau composé de chameaux et de dromadaires, on compte 120 bosses et 75 têtes.

Combien y a-t-il de chameaux ?

Jacques Prévert , «Le dromadaire mécontent» in *Histoires et d'autres histoires.*

«Un jour, il y avait un jeune dromadaire qui n'était pas content du tout.

La veille, il avait dit à ses amis : 'Demain, je sors avec mon père et ma mère, nous allons entendre une conférence, voilà comme je suis moi !'

[...]

Depuis une heure trois quarts un gros monsieur parlait. [...] Le jeune dromadaire souffrait de la chaleur, et puis sa bosse le gênait beaucoup ; elle frottait contre le dossier du fauteuil, il était très mal assis il remuait.

Alors sa mère lui disait : 'Tiens-toi tranquille, laisse parler le monsieur', et elle lui pinçait la bosse ; le jeune dromadaire avait de plus en plus envie de pleurer, de s'en aller...

Toutes les cinq minutes, le conférencier répétait : 'Il ne faut surtout pas confondre les dromadaires avec les chameaux, j'attire, mesdames, messieurs et chers dromadaires, votre attention sur ce fait : le chameau a deux bosses mais le dromadaire n'en a qu'une !' [...]

Et puis le conférencier recommençait : 'Ce qui différencie les deux animaux c'est que le dromadaire n'a qu'une bosse, tandis que, chose étrange et utile à savoir, le chameau en a deux... '

A la fin le jeune dromadaire en eut assez et, se précipitant sur l'estrade, il mordit le conférencier :

'Chameau !' dit le conférencier furieux.

Et tout le monde dans la salle criait : 'Chameau, sale chameau, sale chameau !'

Pourtant c'était un dromadaire, et il était très propre.»

FA308 Et les bases ?

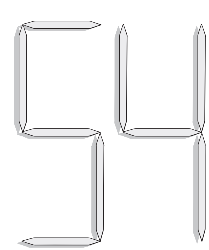
Un trapèze de 57 cm^2 a une hauteur de 8 cm.

La mesure de l'une de ses bases est le double de celle de l'autre.

Quelles sont les mesures des bases ?

FA309 A la baguette

Ces deux chiffres sont formés avec des baguettes, des petites, horizontales, et des grandes, verticales.



La longueur totale des baguettes du chiffre 5 est de 1 m.

Celle du chiffre 4 est de 87 cm.

Quelle est la longueur de chaque baguette ?

FA310 L'âne et le mulet

Au temps où les animaux parlaient, un âne se plaignant à un mulet lui disait : « Il ne me manque que de prendre un quintal de ta charge pour avoir un fardeau le double du tien. »

« De quoi te plains-tu ? » répondit le mulet. « Si tu me donnais un quintal de ta charge, je porterais le triple de celle qui serait alors la tienne. »

Quelles étaient les charges de l'âne et du mulet ?

FA311 Planche à voile ou catamaran

Un groupe de vingt-quatre adolescents fait un stage de deux jours dans une école de voile. Deux activités sont au programme : planche à voile ou catamaran. Le premier jour, dix jeunes choisissent la planche à voile et les autres le catamaran. La facture totale de ce premier jour s'élève à 560 francs. Le deuxième jour, ils sont douze à choisir la planche à voile et les autres font du catamaran. La facture du deuxième jour s'élève à 540 francs.

Quel est le prix par personne d'une journée de planche à voile et celui d'une journée de catamaran ?

FA312 A la confiserie

Un confiseur répartit des truffes dans des cornets de 200 g. S'il avait réparti ses truffes dans des cornets de 150 g, il y aurait eu 12 cornets de plus.

Quelle quantité de truffes a-t-il préparée ?

FA313 D'un terrain à l'autre

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 150 m. Si l'on augmente sa largeur de 5 m et si l'on diminue sa longueur de 3 m, alors son aire augmente de 120 m^2.

Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

FA314 Baisse générale

Céline regarde avec envie un pull et une robe présentés dans la vitrine d'une boutique. Malheureusement, le prix total de ces deux vêtements est de 137 francs 50 et dépasse son budget. Quelques temps après, le prix du pull baisse de 20 % et celui de la robe de 30 %. Céline calcule rapidement la dépense totale et constate que le prix total a baissé de 35 francs, ce qui lui permet d'acheter ces deux vêtements.

Quels étaient les prix du pull et de la robe avant la baisse ?

FA315 Deux catégories

Pour un concert, les places debout sont à 37 francs 50 et les places assises à 57 francs 50. Il y a 2500 places debout de plus que de places assises. L'organisateur du concert calcule que, si les places sont toutes vendues, la recette sera de 568 750 francs.

Combien y a-t-il de places de chaque sorte ?

FA316 Voyage en car

Pour organiser une sortie de fin d'année, un collège loue des cars. Il y a des grands cars de 56 places et des petits cars de 44 places. Il y a quatre grands cars de plus que de petits. 624 élèves participent à la sortie et tous les cars sont remplis.

Combien le collège a-t-il loué de cars de chaque catégorie ?

Equations du deuxième degré

FA317 Un peu de deuxième degré

1. Je choisis un nombre, je l'élève au carré et j'obtiens 4. Pour quel(s) nombre(s) cette affirmation est-elle correcte ?

2. Soit l'équation $x^2 = 4$.

a) Représente graphiquement les fonctions f et g définies par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4$.

b) Comment, à l'aide du graphique, retrouver les solutions de l'équation $x^2 = 4$?

3. Trouve l'ensemble de solutions de chacune des équations suivantes.

a) $x^2 = 100$ **b)** $x^2 - 64 = 0$ **c)** $x^2 + 64 = 0$ **d)** $x^2 = 0$

FA318 Toujours plus difficile

1. Françoise choisit un nombre. Elle l'élève au carré et trouve 81. Quel(s) nombre(s) peut-elle avoir choisi(s) ?

2. Claude choisit un nombre et le multiplie par 4. Il soustrait ensuite le double du carré du nombre de départ du résultat qu'il vient d'obtenir et trouve zéro. Quel(s) nombre(s) peut-il avoir choisi(s) ?

3. Michel doit résoudre les trois équations suivantes :

a) $x^2 - 14x + 49 = 0$

b) $x^2 - 36 = 0$

c) $12x^2 + 5x - 3 = 0$

Aide-le, si possible, à effectuer cet exercice.

FA319 Le retour du facteur

1. Pour quelle(s) valeur(s) de x, les égalités suivantes sont-elles vraies ?

a) $(x - 6)(x + 1) = 0$
b) $(x - 8)^2 = 0$
c) $(x + 8)^2 = 0$
d) $3x(x + 7) = 0$
e) $(x + 8)(x - 8) = 0$
f) $x(3x + 1) = 0$

2. Trouve chaque fois une équation du deuxième degré dont les solutions sont :

a) $x = 2$ et $x = -4$
b) $x = -5$ et $x = 5$
c) $x = \sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{5}$
d) $x = \frac{2}{7}$ et $x = -\frac{2}{7}$
e) $x = 10$ uniquement
f) $x = 0$ uniquement
g) aucun nombre réel

FA320 Equations produits

1. Résous les équations suivantes et décris la méthode que tu utilises.

a) $-2y(y - 5) = 0$
b) $(x + 9)(x - 9) = 0$
c) $(y - 4)^2 = 0$
d) $y(2y - 1) = 0$

2. Résous ces équations.

a) $y^2 - 8y = 0$
b) $4y^2 - 1 = 0$
c) $x^2 - 10x + 25 = 0$
d) $y^2 + 20y + 100 = 0$
e) $y^2 = -4y$
f) $9 + x^2 = 6x$
g) $16x + 16 + 4x^2 = 0$
h) $-8u - 16 = u^2$
i) $2 = 2z^2$
j) $x^2 - 81 = 0$
k) $10y = 2y^2$
l) $9x^2 - 4 = 0$

FA321 A différents degrés

Résous ces équations.

a) $(x - 1)(x + 1) = (x - 2)^2$
b) $(y - 3)(y + 4) = 0$
c) $2m^2 + 2 = 2(m^2 + 2)$
d) $x^2 - 9 = 0$
e) $10x^2 + 10 + 40x = 60 + 10x^2$
f) $m^2 + 5m = m^2$
g) $0 = 3(y - 7)^2 - 147$
h) $2x^2 = 2(x + 4)^2$
i) $(z + 1)^2 = z^2 + 2z + 1$
j) $5x^2 - 10x + 5 = 0$
k) $13u + 25 = 3u - u^2$
l) $\frac{x^2}{2} + 3x = \frac{x^2}{2} + 1$

FA322 Benoît et son nombre

Benoît pense à un nombre.

Il l'élève au carré, puis multiplie par 2 le résultat obtenu.

Il obtient alors le nombre auquel il avait pensé.

Quel est ce nombre ?

FA323 Avec la formule de Viète

Résous les équations suivantes.

a) $x^2 + 4x - 165 = 0$

b) $3x^2 - x - 10 = 0$

c) $3x^2 + 2x + 5 = 0$

d) $2x^2 + x - 10 = 0$

e) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$

f) $4x^2 - 4x - 4 = 0$

g) $\dfrac{x^2 - 12}{4} = 6$

h) $-3x^2 + 6x - 3 = 0$

i) $(x + 1)^2 = -3$

j) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

François Viète, mathématicien français (1540-1603), étudia d'abord le droit à l'Université de Poitiers et fut un avocat renommé ; il s'intéressa également à l'astronomie et se passionna pour les mathématiques, en étudiant, entre autres, le problème de la trisection de l'angle.

François Viète exprima, avec de symboles mathématiques, la formule de résolution de toute équation du deuxième degré, $ax^2 + bx + c = 0$, en se fondant en particulier sur les travaux de deux mathématiciens italiens, Niccolo Tartaglia (1500-1557) et Girolamo Cardano (1501-1576).

FA324 Forme non canonique

Résous les équations suivantes.

a) $26x = 9 - 3x^2$

b) $4x^2 = x + 5$

c) $4x - 10 = 6x^2$

d) $4x^2 + 12x = -9$

e) $-17x + 70 = -x^2$

f) $3{,}5x^2 + 1{,}5 = 6{,}8x$

g) $-x^2 = 1{,}5(x + 1)$

h) $(x + 1)(4x - 5) = 100$

i) $67x^2 + 5 = 80x - 20 + 3x^2$

j) $3x^2 = 9 + 26x$

FA325 Méthodes à choix

Résous ces équations en choisissant la méthode la plus efficace.

a) $5x^2 + 10x = 0$

b) $x^2 + 10x - 56 = 0$

c) $-9 = -4x^2$

d) $x^2 + x = 2$

e) $x^2 + 25 = 10x$

f) $2x^2 - 12x + 38 = x^2$

g) $x^2 = -36$

h) $4x^2 + 6x = 2x + 2x^2$

i) $12 - 12x = -3x^2$

j) $3x^2 = 12x + 36$

FA326 La solution ?

a) L'aire d'un carré double lorsqu'on augmente son côté de 1 m.

Quelle est la mesure du côté de ce carré ?

b) La différence entre le carré d'un nombre et ce nombre est 1980.

Quel est ce nombre ?

c) Les fonctions $x \longmapsto -x^2 + 9$ et $x \longmapsto \frac{3x}{2} + 2$ sont représentées dans un même système d'axes.

Détermine les coordonnées des points d'intersection de leurs représentations graphiques.

d) Deux palmiers poussent l'un en face de l'autre sur les berges opposées d'une rivière large de 45 aunes. La hauteur du premier palmier est de 33 aunes, celle du second de 42 aunes.

Au sommet de chacun de ces deux arbres est perché un héron.

Un poisson apparaît à la surface de l'eau, entre les palmiers. Aussitôt, les deux oiseaux fondent sur lui, à la même vitesse, et l'atteignent en même temps.

A quelle distance du premier palmier le poisson est-il apparu ?

Problème arabe, XI^e siècle

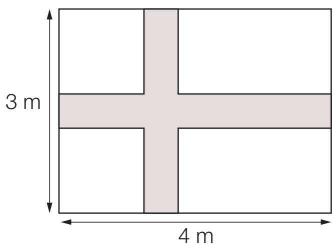
FA327 Carré aux côtés consécutifs

La somme des aires de trois carrés est de 15 125 cm^2.

Trouve les mesures de leurs côtés, sachant que ce sont des nombres entiers consécutifs.

FA328 Le drapeau

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?



FA329 Dimensions à trouver

La largeur d'un rectangle vaut le quart de sa longueur.

Si tu triples sa largeur et que tu diminues sa longueur de 8 cm, tu obtiens un second rectangle dont l'aire mesure 320 cm^2 de plus que celle du premier.

Quelles sont les dimensions du premier rectangle ?

FA330 On augmente et on diminue

Trouve les dimensions d'un rectangle tel que, si l'on augmente chacun de ses côtés de 5 m, l'aire augmente de 125 m^2, tandis que, si l'on diminue chacun de ses côtés de 5 m, l'aire diminue de 75 m^2.

FA331 Longueur et largeur ?

L'aire d'un rectangle est de 72 cm^2. Son périmètre est de 44 cm.

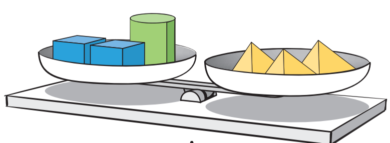
Quelles sont ses dimensions ?

FICHIER Faire le point p. 112

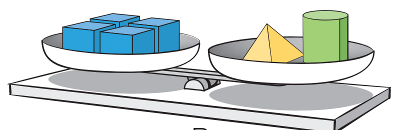
Encore quelques problèmes

FA332 En équilibre ?

Les balances A et B sont en équilibre.

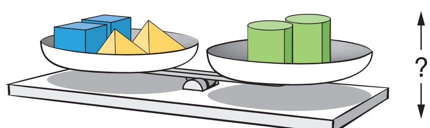


A



B

Et la balance C ?



C

FA333 Encore quelques systèmes

Résous ces systèmes selon la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x - 2y = 23 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y + x = -5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 12x + 6y = 42 \end{cases}$

d) $\begin{cases} (x + y)^2 = 36 \\ 4x = -7y \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 100 \\ 9x^2 - y^2 = -40 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x}{8} + 5y = \dfrac{1}{2} \\ x - 10y = -6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x = 3y \\ \dfrac{2x}{3} - \dfrac{4}{5}y = \dfrac{2 + y}{5} \end{cases}$

h) $\begin{cases} \dfrac{x - 3y}{9} = 5 + y \\ \dfrac{x}{3} = 15 + \dfrac{8}{3}y \end{cases}$

FA334 Un peu de tout

Résous ces équations selon la méthode de ton choix.

a) $x^2 + x + 1 = 0$

b) $9x^2 - 30x + 25 = 0$

c) $x^2 + 2{,}5x = 6$

d) $x^2 + 5x - 10 = 0$

e) $x^2 + 4x - 5 = 0$

f) $x^2 + 2 = 0$

g) $x^2 - 5 = 2x$

h) $x^2 - 10x + 16 = 0$

i) $12x^2 + 6x = 0$

j) $x^2 + 12x = -20$

k) $x^2 + 49 = 14x$

l) $7x - 10 = -3x^2$

m) $36x^2 - 100 = 0$

n) $2x^2 + 9x = -7$

o) $2x^2 - 50 = 0$

p) $5x^2 = 25x$

q) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

r) $9x^2 + 6x = 1$

s) $x(x + 6) = 3(x + 6)$

t) $4x^2 = 5x - 11$

FA335 Somme et différence

La somme de deux nombres positifs est 15. La différence de leurs carrés est 30.

Quels sont ces deux nombres ?

FA336 Promenade lacustre

Blerina et Aroz partent ensemble d'Estavayer-le-Lac pour une course de 24,5 km. Blerina progresse à la vitesse moyenne de 5,5 km/h, alors que son frère Aroz se contente de 3,5 km/h.

Quand la distance séparant les deux randonneurs sera-t-elle de 1,6 km ?

FA337 Rencontre

Un cycliste parti de Berne roule à la vitesse moyenne de 15 km/h, alors qu'un scootériste parti de Fribourg se déplace à la vitesse moyenne de 40 km/h.

Au bout de combien de temps vont-ils se croiser sachant qu'ils ont choisi la même route, qu'ils sont partis en même temps et que la distance séparant Berne de Fribourg est de 33 km ?

FA338 Permutations

La somme des trois chiffres d'un nombre est 13. On permute les centaines et les unités. On obtient alors un nombre inférieur au premier de 594.

Quels sont ces deux nombres si le chiffre des dizaines de chacun est 3 ?

FA339 A contre-courant

Une rivière a un débit de 50 m^3/s en moyenne. Un batelier met 1 h 20 pour parcourir 4 km dans le sens du courant. S'il remonte le courant, il met 3 h 20.

Quelle est la vitesse du courant ? Quelle est la vitesse propre du bateau ?

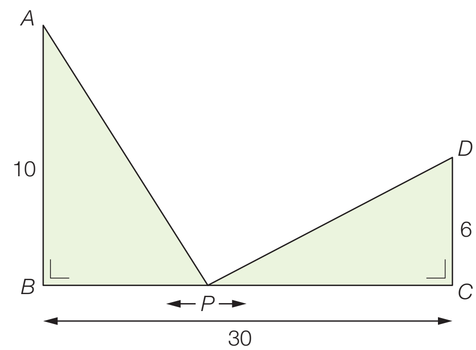
FICHIER FA340

FA341 Trouve P !

Où placer le point *P* le long du segment *BC* pour que :

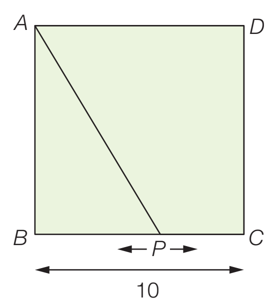
a) les triangles *ABP* et *CDP* aient la même aire ?

b) l'aire d'un triangle soit le double de celle de l'autre ?



FA342 Où est passé P ?

Sur le côté *BC* de ce carré, où faut-il placer un point *P* pour que l'aire du triangle *ABP* soit la moitié de celle du trapèze *APCD* ?



FA343 Cercles tangents

La distance entre les centres de deux cercles tangents extérieurement est de 6,6 cm. Si l'on déplace le petit cercle jusqu'à ce qu'il soit tangent intérieurement au grand, les centres se rapprochent de 5,8 cm.

Quelles sont les mesures des rayons de ces cercles ?

FA344 Caisse de classe

La caisse de la classe contient exactement Fr. 100.–, en pièces de Fr. 2.– et de Fr. 5.–.
Le caissier compte les pièces et en trouve 30.
Un autre élève les recompte et en trouve 29.

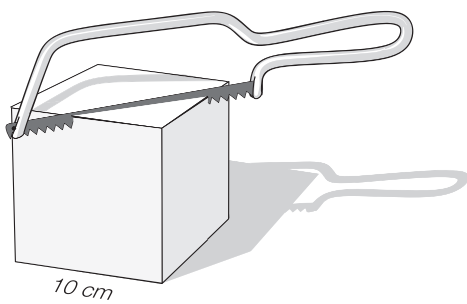
Qui s’est trompé ?

FA345 Différence de volumes

Cherche les dimensions de deux cubes, sachant que la différence de leurs volumes est 39 500 cm^3 et que l’arête de l’un mesure 20 cm de moins que celle de l’autre.

FA346 Découpage isocèle

Où faut-il scier ce cube de manière à obtenir un prisme dont la base est un triangle isocèle et dont le volume est le tiers de celui du reste du cube ?



FA347 Problème chinois

Au milieu d’un étang carré de dix pieds de côté croît un roseau qui s’élève, depuis le fond, à un pied au-dessus du niveau de l’eau. Lorsque l’on tire ce roseau vers le milieu d’un des côtés, il atteint juste le bord de l’étang.

Quelle est la profondeur de l’eau ?

Chine, il y a plus de 2000 ans

FA348 Diophante

Diophante était un remarquable mathématicien grec du IIIe siècle.
On rapporte que sur sa tombe, il était écrit :

> Passant, sous ce tombeau repose Diophante.
> Ces quelques vers tracés par une main savante
> Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
> Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
> Le sixième marqua le temps de son enfance ;
> Le douzième fut pris par son adolescence.
> Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
> Puis s'étant marié, sa femme lui donna
> Cinq ans après un fils, qui, du destin sévère,
> Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
> De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
> Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Diophante d'Alexandrie, qu'on appelle volontiers le père de l'algèbre, est un mathématicien grec qui vécut aux environs du IIIe siècle apr. J.-C. On ne sait pas grand-chose de sa vie qui ne nous est connue que grâce à deux de ses ouvrages. Le premier traite des nombres polygonaux (voir FA375 Nombres figurés) ; le second, *Arithmétique*, influença les mathématiciens arabes et ceux de la Renaissance.

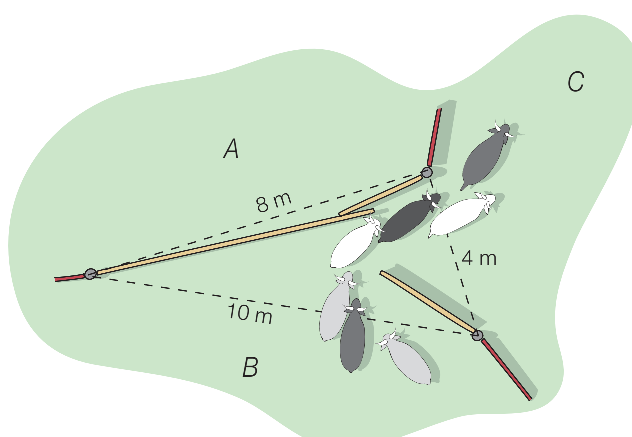
Il s'intéressa particulièrement aux équations dont les coefficients sont des nombres entiers et dont les solutions sont également entières. Ces équations portent son nom : les « équations diophantiennes ».

FA349 Parc au mètre

Pour orienter son troupeau de bovins d'un parc à bestiaux vers l'autre, Calamity Jack réalise un assemblage de portes à trois battants.

Celles-ci peuvent se rabattre tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Ainsi, elles ouvrent et ferment, en alternance, l'accès aux différents parcs A, B et C, dont les ouvertures mesurent, respectivement, 8, 10 et 4 m de large.

Quelles dimensions minimales Calamity Jack va-t-il donner à ses portes ?



FA350 Un problème difficile

Le tableau du peintre Bogdanov-Belsky *Un problème difficile* (1895) est très connu.

Peu de gens, par contre, se sont aperçus qu'il pose effectivement un problème difficile.

Il s'agit de trouver rapidement, par calcul réfléchi, le résultat de l'opération

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}$$

La solution est basée sur l'égalité $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$.

a) Quel est ce résultat ?

b) La suite (10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14) est-elle la seule suite de cinq nombres entiers consécutifs pour laquelle la somme des carrés des trois premiers termes est égale à la somme des carrés des deux derniers ?

Un problème difficile, *Nicolaï Bogdanov-Belsky, 1895*

Nikolaï Petrovich Bogdanov-Belsky (1868-1945) est un peintre russe. Il fut membre actif de l'Académie des arts dès 1914 ; ses tableaux impressionnistes représentent souvent des scènes de la vie rurale.

FA351 Défi !

Philippe prétend avoir trouvé un nombre exactement supérieur de 1 à son inverse.

Philippe a-t-il raison ?

Traduction de l'inscription en latin sur le côté pile de la médaille :
« Les mathématiciens rassemblés du monde entier ont remis cette récompense en raison de remarquables écrits. »
Dans l'arrière-plan, on peut reconnaître la tombe d'Archimède, avec la gravure de son théorème « De la sphère et du cylindre » derrière un rameau.

Les prix Nobel sont célèbres et mettent en évidence chaque année des représentants de multiples domaines (physique, chimie, médecine, économie, littérature) ainsi qu'une personnalité remarquée pour sa contribution au développement et au maintien de la paix dans le monde (Prix Nobel de la paix).

Souvent désigné comme le « Prix Nobel » pour les mathématiques, la *médaille Fields* est la plus prestigieuse des distinctions en mathématiques, mais la désignation de son destinataire suit des règles bien différentes de celles du Nobel : limite d'âge ; gain en argent relativement modeste (CHF 12 000.– environ, soit 100 fois moins que le Nobel), récompensant un travail exceptionnel d'un jeune chercheur et non toute une carrière.

Sur la face de la médaille Fields se trouve un portrait d'Archimède et une citation en latin : « Transire suum pectus mundoque potiri » – franchir tes limites et te rendre maître de l'Univers (par la connaissance) –. Sur la tranche est gravé le nom du lauréat.

Ce prix a été créé, en 1936, sur proposition du mathématicien John Charles Fields (1863-1932) ; ce dernier, à sa mort, a légué tous ses biens à la science pour le financement du prix. Attribué chaque quatre ans lors du Congrès international des mathématiciens, ce prix récompense, au plus, quatre mathématiciens devant avoir moins de 40 ans au 1er janvier de l'année en cours.

Fields, quant à lui, a laissé son nom dans l'histoire des mathématiques en raison, principalement, de ses travaux sur les fonctions algébriques.

Fonctions, algèbre… et problèmes

Le *prix Abel* a été récemment mis en place ; il s'agit d'une récompense décernée annuellement à des mathématiciens par l'Académie norvégienne des sciences et des lettres, par suite de la décision du gouvernement norvégien de célébrer la mémoire du grand mathématicien Niels Henrik Abel (1802-1829).

Ce prix se rapproche des prix Nobel dans la mesure où il récompense un chercheur en mathématiques pour l'ensemble de sa carrière, contrairement à la médaille Fields.

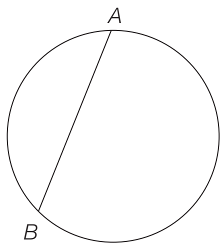
Abel est connu pour ses travaux en analyse mathématique, entre autres, sur les fonctions, les séries numériques, les suites et séries de fonctions, ainsi que, en algèbre, sur la résolution des équations.

Malgré sa très courte vie, il a marqué de son empreinte l'histoire des mathématiques et la résolution de problèmes en lien avec les fonctions et l'algèbre.

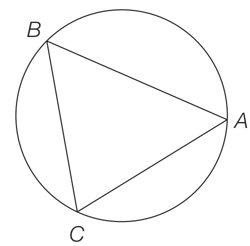
THE ABEL PRIZE

FA352 Un disque dans tous ses états

La corde AB partage ce disque en deux parties.



Les cordes AB, AC et BC le partagent en quatre parties.



En traçant toutes les cordes reliant deux à deux dix points du cercle, combien obtiendras-tu de parties au maximum ?

FA353 Bizarre

Choisis trois nombres consécutifs d'une suite arithmétique.

Calcule la différence entre le carré du nombre du milieu et le produit des deux autres nombres.

Que constates-tu ?

Suite arithmétique
Une suite arithmétique est une suite de nombres également espacés.
Par exemple :
- 5 ; 9 ; 13 ; 17 ; 21 ; 25 ; 29 ; 33 ; ...
- −2,5 ; −1 ; 0,5 ; 2 ; 3,5 ; 5 ; 6,5 ; 8 ; ...

Le nombre constant qui permet de passer, par addition, d'un terme au suivant s'appelle la raison.

FA354 Se coupent-elles ?

Voici deux fonctions : $f : x \longmapsto 5$ $\qquad g : x \longmapsto 3x$

a) Représente-les graphiquement dans un même système d'axes.

b) Quelles sont les valeurs de x qui conduisent aux mêmes images par f et par g ?

c) Fais de même pour les couples de fonctions suivants :

1. $h : x \longmapsto 5x$ et $i : x \longmapsto -3x$

2. $j : x \longmapsto 5x + 4$ et $k : x \longmapsto -3x$

3. $l : x \longmapsto 5x + 4$ et $m : x \longmapsto -3x + 12$

4. $n : x \longmapsto 2x$ et $o : x \longmapsto -3x^2$

5. $p : x \longmapsto 5x^2$ et $q : x \longmapsto -3x^2 + 8$

FA356 2013e terme

Prolonge cette suite de nombres et détermine la fonction qui te permet de calculer rapidement la valeur du 2013e terme.

1 ; 3 ; 9 ; 27 ; 81 ; 243 ; …

FA357 A chacun son aire !

On construit des boîtes ouvertes, de forme cubique, mais sans couvercle.

a) Représente graphiquement l'aire totale de ces boîtes en fonction de leur arête.

b) Trouve l'expression fonctionnelle de cette fonction.

c) Quelle doit être la longueur de l'arête d'une boîte pour que son aire totale mesure 20 cm^2 ? 1,20 m^2 ?

FA358 La consommation moyenne

La consommation moyenne de ma voiture est de 5,5 l de diesel aux 100 km.

a) Combien de kilomètres est-il possible de parcourir avec le plein, soit 50 l ?

b) Combien de kilomètres est-il possible de parcourir avec 1 l de carburant ?

c) Cet été, je pars en vacances du côté de Barcelone. Pour l'aller-retour, je prévois de faire environ 1800 km.

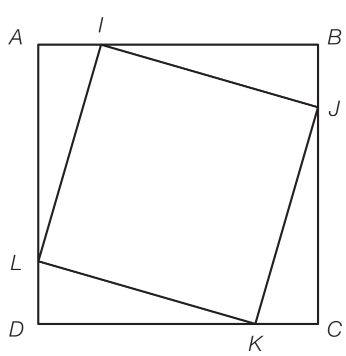
Combien de pleins d'essence cela va-t-il représenter ?

d) Si le prix moyen du carburant est de 1 franc 80 par litre, quelle somme cette escapade me coûtera-t-elle ?

FA359 Aire minimale

ABCD est un carré de côté 5 cm. Soit *I*, *J*, *K* et *L* des points situés respectivement sur *AB*, *BC*, *CD*, *DA* tels que $AI = BJ = CK = DL = x$ cm.

Déterminer pour quelle valeur de *x* l'aire du quadrilatère *IJKL* est minimale.



FA360 Aude, Damien et Noémie

Aude, Damien et Noémie tentent de résoudre ensemble quatre problèmes.
Voici les thèmes de ces problèmes et des extraits de leurs conversations.
Dans chaque cas, au moins un élève raisonne correctement.

A toi de retrouver les questions posées et l'élève (les élèves) qui a (ont) raison.

Aude
« Il faut multiplier l'arête par 6, puis élever le résultat au carré. »

THÈME 1
Un cube dont on connaît la longueur de l'arête.

Damien
« Mais non. Tu calcules tout d'abord le carré de l'arête, puis tu le multiplies par 6. »

Noémie
« A mon avis, ça revient au même. »

Aude
« Tu prends sa vitesse, tu la multiplies par 3600, puis tu divises le résultat par 1000. »

THÈME 2
La vitesse moyenne, en mètres par seconde, d'un coureur de 100 m.

Damien
« C'est plus facile de chercher combien de kilomètres il parcourt en 1 minute, puis en 1 heure. »

Noémie
« On pourrait tout simplement diviser sa vitesse par 3,6. »

Aude
« Le plus simple, c'est de diviser le prix par cinq. »

THÈME 3
« Supersoldes ! »

Damien
« Ah non, il faut diviser par vingt pour trouver le rabais. »

Noémie
« Moi, je multiplierais tout d'abord par vingt, puis je diviserais ensuite par cent. »

Aude
« Tu additionnes tous les nombres naturels qui sont plus petits que le nombre de personnes. »

THÈME 4
Des amis qui se serrent la main.

Damien
« Oui, mais il ne faut pas oublier de diviser cette somme par deux. »

Noémie
« Moi, je multiplierais simplement le nombre d'amis par deux. »

FA361 Le télésiège

Dans les Préalpes bernoises, un nouveau télésiège présente les caractéristiques suivantes :

Capacité :	**1600 personnes/h** (extensible à 2000 pers./h)
Durée du trajet :	**5 min 30 s**
Vitesse :	**5 m/s**
Dénivellation :	**418 m**
Nombre de pylônes :	**11**
Nombre de sièges à 6 places :	**47**

En utilisant ces informations, réponds aux questions suivantes :

a) Quelle est la longueur du trajet de ce télésiège ?

b) Si l'installation est ouverte de 9 h à 16 h, combien de personnes peuvent être amenées au haut des pistes ?

c) Sur une carte à l'échelle 1 : 25 000, quelle serait la longueur (en cm) du segment représentant ce télésiège ?

d) A plat, et à la vitesse de l'homme au pas (4 km/h), combien de temps mettrais-tu pour parcourir l'équivalent du trajet réel ?

e) Quelle est, approximativement, la distance entre deux sièges ?

f) Si la station de départ du télésiège est située à 1823 m d'altitude, à quelle altitude se situe la station d'arrivée ?

g) Ce télésiège a remplacé un téléski à arbalètes, qui prenait deux personnes toutes les 12 s. Combien de personnes étaient alors transportées de 9 h à 16 h ?

h) Exprime, en pour-cents, l'augmentation du débit, en nombre de personnes par heure, entre l'ancienne et la nouvelle installation.

FA362 A bicyclette

De Silvaplana au col du Julier, un cycliste roule à la vitesse moyenne de 10 km/h.

En sens inverse, il effectue le même trajet à la vitesse moyenne de 45 km/h.

Quelle est, en minutes, la durée des deux trajets ?

Et la vitesse moyenne du cycliste, exprimée en kilomètres par heure, sur l'ensemble des deux parcours ?

1 : 50 000

FA363 Les aéroports suisses

Ce tableau représente les mouvements d'avions (décollages et atterrissages) pour l'ensemble des aéroports suisses, en 2011.

Aéroport	Mouvements	Passagers locaux et en transfert	Passagers en transit	Total des passagers
Bâle-Mulhouse	62 169	5 020 987	22 482	5 043 469
Berne-Belp	7 185	169 288	477	169 765
Genève-Cointrin	133 755	13 003 611	45 349	13 048 960
Lugano-Agno	5 412	165 054	–	165 054
Sion	557	6 315	–	6 315
St-Gall-Altenrhein	3 043	94 834	–	94 834
Zurich-Kloten	238 569	24 313 250	62 892	24 376 142
Total	**450 690**	**42 773 339**	**131 200**	**42 904 539**

Source : Office fédéral de l'aviation civile, Office fédéral de la statistique

Représente, par un diagramme de ton choix, le pourcentage des mouvements d'avion de chacun des huit aéroports suisses par rapport au total de la Suisse.

FA364 Preuves à l'appui

Est-il vrai que :

a) la somme de deux nombres naturels consécutifs est toujours impaire ?

b) le produit de deux nombres naturels consécutifs est toujours pair ?

c) le produit de trois nombres naturels consécutifs est toujours pair ?

d) la somme de deux nombres impairs consécutifs est toujours un multiple de 4 ?

FA365 De la solution à l'équation

Dans chaque cas, invente une équation à une inconnue qui admet :

a) le nombre –2 comme solution ;

b) les nombres 3 et 5 comme solutions ;

c) une infinité de solutions ;

d) aucune solution.

Donne ces équations à résoudre à ton voisin.

Obtient-il les bonnes solutions ?

FA366 Cogito ergo sum

Justine : « Je pense à deux nombres. Leur somme est 12. »

Auguste : « Je manque d'informations pour trouver ces nombres. »

Justine : « Le carré du premier est égal au second. »

Auguste : « J'y suis presque. »

Justine : « Leur produit est négatif. »

Auguste : « J'ai trouvé ! »

Qu'a-t-il trouvé ?

FA367 Est-ce possible ?

Un système de deux équations du premier degré à deux inconnues peut-il avoir exactement deux solutions ?

Justifie.

FA368 Entrée au stade

Gaëlle a dépensé son argent en allant assister à deux matches et en s'achetant chaque fois une limonade à 2 francs. Serge a dépensé la même somme en n'assistant qu'à un seul match et en déboursant 10 francs pour un livre.

Quel est le prix de l'entrée au stade ?

FA369 Poursuite

Deux coureurs automobiles s'entraînent sur un circuit de 20 km. Le premier roule à une vitesse moyenne de 180 km/h. Le second, parti 5 min après, roule à une vitesse moyenne de 200 km/h.

Combien de temps faudra-t-il au second coureur pour rattraper le premier ?

FA370 Solution médiévale

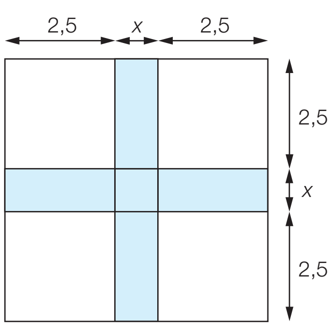
Al Huwarism, mathématicien arabe du IX^{e} siècle, résolvait l'équation $x^2 + 10x = 39$ de la manière suivante :

Autour d'un carré de côté x, il construisait quatre rectangles de côtés x et 2,5 (2,5 est le quart de 10).

Il complétait son dessin comme ci-dessous.

Il écrivait ensuite l'aire du grand carré de deux manières différentes et en déduisait la valeur positive de x.

Comment ?



Le développement des mathématiques prend son essor, du côté de l'Italie, au XV^{e} et XVI^{e} siècles. Les copies d'ouvrages de langue arabe parviennent dans ce pays grâce à de très nombreux marchands ayant besoin de manuels de calculs.

Ainsi, l'Italien Léonard de Pise dit Fibonacci (1170-1250) expose des éléments d'algèbre du passé dans son ouvrage « Liber Abaci » ; il l'enrichit également de nouveaux problèmes et de nouvelles méthodes.

En 1494, Luca Pacioli (1445-1517) énonce une solution générale des équations du premier degré, avec de nombreuses abréviations : il utilise par exemple les lettres *p* et *m* pour désigner respectivement une addition et une soustraction.

FA371 Les pots de confiture

Maria a fait des confitures et a placé les pots, petits, moyens et grands, sur trois rayons.

Il y a exactement 5 kg de confiture sur chaque rayon.

Combien pèsent un grand, un moyen et un petit pot ?

FA372 Les deux frères

Deux frères ont hérité d'un terrain triangulaire *ABC*, rectangle en *A*.

On sait que le côté *AB* = 84 m.

Ils décident de le partager équitablement, à l'aide d'une barrière *MN*, parallèlement au côté *AC*.

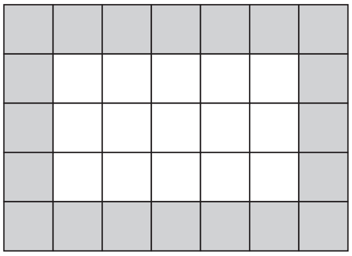
Où faut-il la placer exactement pour satisfaire leur souhait ?

FA373 Le marchand de tapis

Jean-Marie est marchand de tapis. Il aimerait créer un modèle qui ait autant de carrés gris touchant le bord que de carrés blancs à l'intérieur.

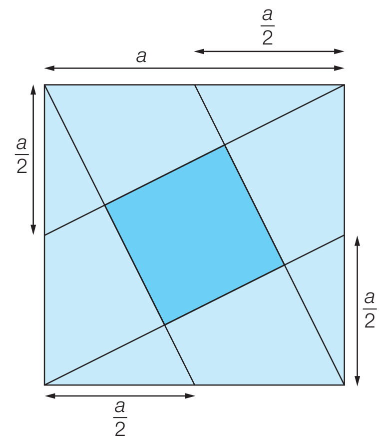
Son apprenti Maurice lui a proposé ce modèle qui, malheureusement, ne convient pas, car il a 15 carrés blancs intérieurs et 20 carrés gris sur la bordure.

Jean-Marie parviendra-t-il à créer des tapis à son idée ?



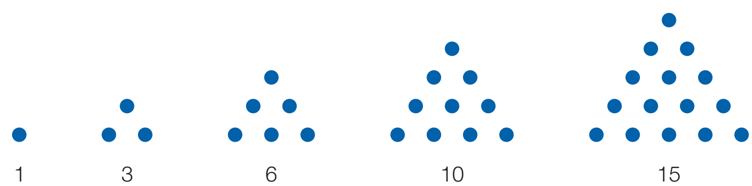
FA374 Carré bleu sur fond bleu

Exprime l'aire du carré bleu foncé en fonction de *a*.



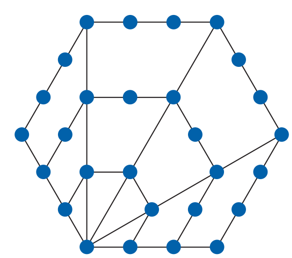
FA375 Nombres figurés

a) Voici les cinq premiers nombres triangulaires :



Que dire de la somme de deux nombres triangulaires successifs ?

b) Quelle relation existe-t-il entre les nombres triangulaires et les nombres hexagonaux ?



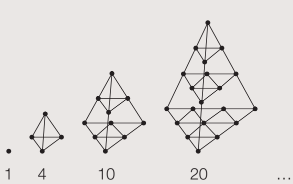
28 est le 4^{e} nombre hexagonal

c) Que dire de la somme des premiers nombres impairs ?

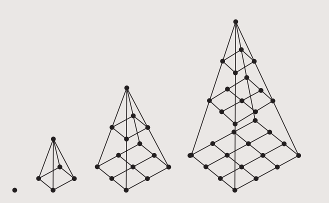
Comment justifier ce résultat à l'aide d'assemblages de points ?

Les nombres pyramidaux

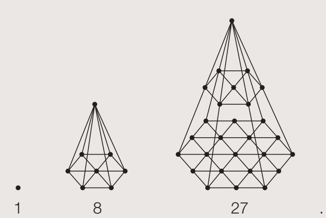
On peut aussi représenter certains nombres par des points disposés selon une pyramide :



Nombres formant un tétraèdre



Nombres formant une pyramide à base carrée



Nombres formant une pyramide à base hexagonale

Espace

Figures géométriques planes
Représentations de solides
Transformations géométriques
Espace… et problèmes

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Le Vitrail de la Paix à l'école du CO de Romont (canton de Fribourg) réalisé, avec la collaboration des élèves, par Jean-Pierre Demierre, artiste et enseignant de mathématiques à la retraite.

Des mots connus à glaner en un vitrail

Là-haut, figures géométriques planes
Entre les murs d'une école de la Glâne…

Segments de droites, sécants sinon parallèles
Perpendiculaires, tangents ; cercles et arcs
En ciel !

Triangles, quadrilatères, polygones,
Penta-, hexa-, hepta-, octo-, déca-, ennéa-
Gones ?
Convexes, réguliers, ou non.

Disques et secteurs…
Et puis…
D'autres formes encore, sans nom

Points, lignes, surfaces, en un plan, se répondent
Dessinant mers, terres, airs et êtres du monde

Transparence et lumière en sept couleurs
Esquissant une courbe toute de douceur

Du *Vitrail de la Paix*, ici, glane
En rigueur créative
Toutes ces figures planes !

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description et construction de figures planes selon leurs propriétés
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
  - tangente, angle au centre d'un cercle, angle inscrit dans un cercle, angles isométriques
  - cercle de Thalès
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 117

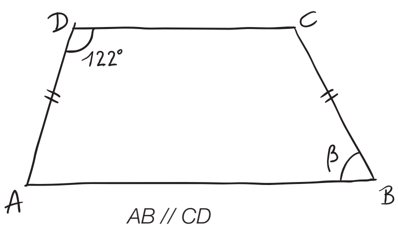
Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER ES1

ES2 Chaînons logiques

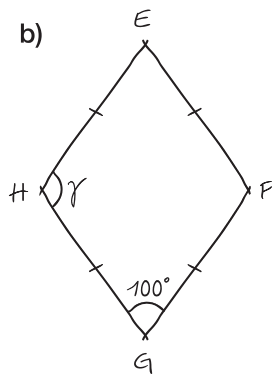
A l'aide des informations fournies, détermine la valeur des angles demandés des polygones ci-dessous.

a)

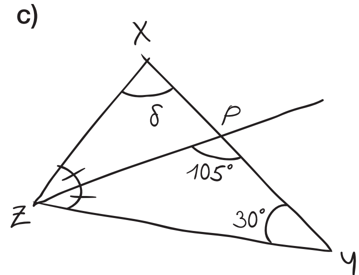


AB // CD

b)



c)



FICHIER ES3

Encore quelques problèmes

FICHIER ES4

ES5 A louer

Amélie visite un appartement situé au rez-de-chaussée d'une maison campagnarde.

Pourrais-tu l'aider à dessiner un plan de cet appartement en utilisant les informations qui suivent ?

La porte d'entrée, située sur la façade nord de l'habitation, mesure 1 m de largeur.

Elle ouvre sur un couloir de 3 m de longueur, en direction du sud.

Le long de celui-ci, exactement au milieu de la paroi de gauche en entrant, se situe l'entrée dans une cuisine de forme carrée.

La cuisine est illuminée par deux fenêtres de 60 cm de largeur, l'une située dans le mur de la porte d'entrée et l'autre dans la paroi est.

A l'extrémité du couloir, Amélie débouche sur un salon rectangulaire, d'une longueur de 9 m dans la direction ouest-est et d'une largeur de 4 m.

Une grande baie vitrée de 5 m × 1,60 m laisse entrer le soleil du matin au soir.

SUITE →

Le mur, situé au nord du séjour et à l'ouest du couloir, débute et se termine par deux portes de 90 cm :

- *la première donne accès à une chambre à coucher occupant la longueur du couloir, large de 3 m et qui donne, par l'intermédiaire d'une fenêtre de 60 x 60 cm, en direction du nord ;*
- *la seconde permet d'entrer dans la salle de bain de même longueur que la chambre à coucher.*

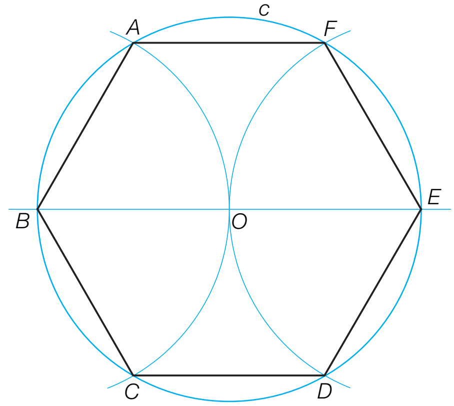
L'appartement forme un rectangle dont l'aire vaut 63 m².

ES6 Etape par étape

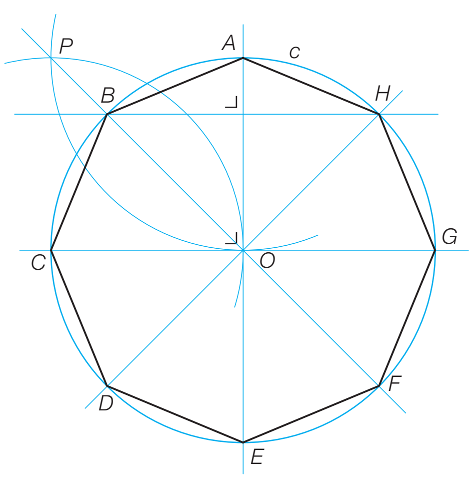
En observant les figures suivantes, cherche la façon dont on a procédé pour les construire.

Note, sur une feuille de papier, la marche à suivre qui décrit précisément cette construction.

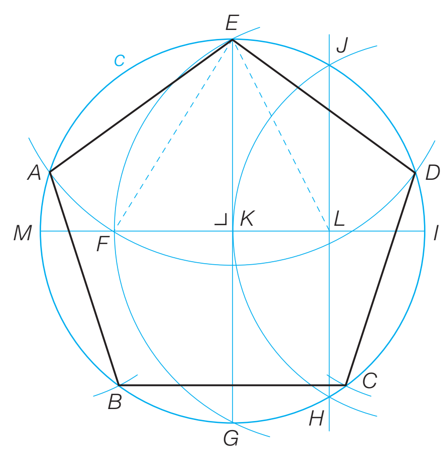
a) Hexagone régulier



b) Octogone régulier

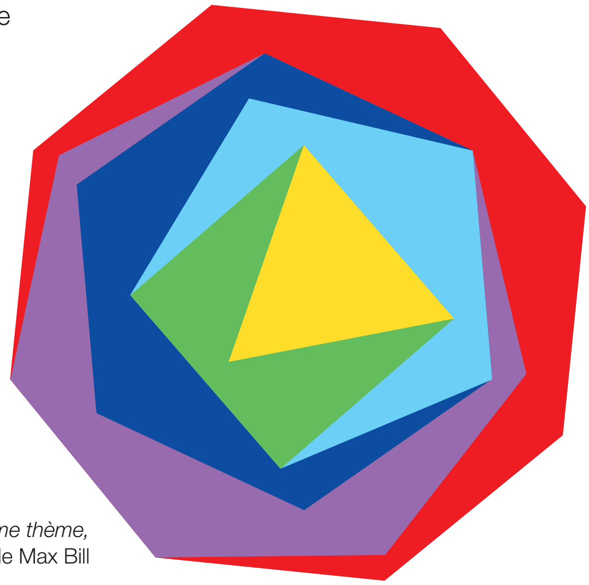


c) Pentagone régulier



ES7 Clin d'œil à un artiste : Max Bill

Construis la figure ci-contre ; le triangle jaune est équilatéral et son côté mesure 6 cm.



Quinze variations sur un même thème, Variation 01 de Max Bill

Max Bill (1908-1994), peintre, sculpteur, architecte et dessinateur suisse, est l'un des grands représentants de l'art concret, mouvement fondé en 1930 par Theo Van Doesburg qui prône l'utilisation des mathématiques, en particulier de la géométrie, dans la conception et la réalisation des œuvres d'art.

Max Bill a également créé quelques pièces de mobilier dont l'esthétisme se caractérise par la simplicité et la pureté des lignes, à l'image d'une de ses pièces maîtresses, la *Dreibeinstuhl* (chaise à trois pieds).

ES8 Côtés isométriques

Dessine trois segments OA, OB et OC de même longueur tels que :

$\widehat{AOB} = 80°$, $\widehat{BOC} = 40°$ et $\widehat{AOC} = 120°$.

Calcule la valeur des angles du triangle ABC.

Angles isométriques

ES9 Sécante

m et *n* sont deux droites parallèles coupées en *A* et *B* par la sécante *o*.
Les angles ainsi formés sont numérotés de 1 à 8.

Aline affirme que deux angles opposés l'un à l'autre par le sommet sont isométriques.

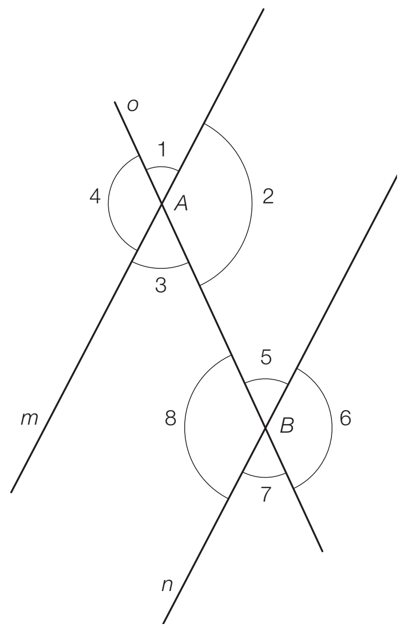
Marine prétend qu'il y a huit paires d'angles adjacents supplémentaires.

Seema pense qu'il y a plutôt quatre paires d'angles correspondants.

Barbara est certaine qu'il y a le même nombre de paires d'angles alternes-internes que de paires d'angles alternes-externes.

Sylvia dit que ses copines ont raison, mais que leurs affirmations ne sont plus valables si l'on modifie la direction de la droite *o*.

Qui a raison ?



ES10 Angles et droites

Trace une droite *d*.

Place un point *P* situé à 6 cm de *d*.

Construis une droite *e*, parallèle à *d*, qui passe par *P*.

Par *P*, trace une droite *f* qui fait un angle de 55° avec *d*.

Mesure les huit angles ainsi formés.

Obtiens-tu les mêmes résultats que ton voisin ?

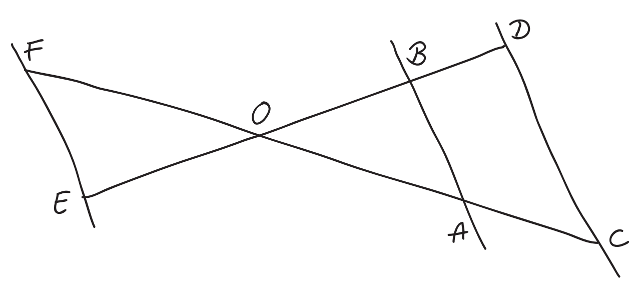
ES11 Isométrie d'angles

F, *O*, *A* et *C* sont alignés, tout comme *E*, *O*, *B* et *D*.

EF // *AB* // *CD*

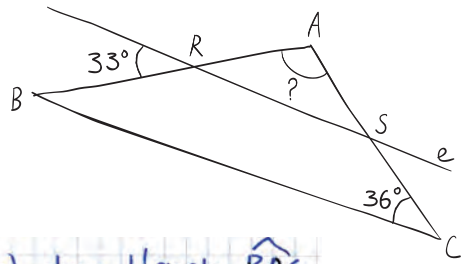
OE = *OB*

Quels sont les angles isométriques ?



ES13 Discussion autour d'un angle

Sachant que la droite *e* est parallèle à *BC*, calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Justifie chacune de tes déductions.



Voici le devoir de trois élèves sur le problème ci-dessus. Qui a raison ?

Alex : L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 33° (alterne-interne), donc l'angle $\widehat{BAC}$ vaut 180 - 36 - 33 = 111°.

Bertrand : L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 36° parce que le triangle ABC est isocèle en A, donc l'angle en A mesure 108°, puisque 36 + 36 + 108 = 180.

Carlos :

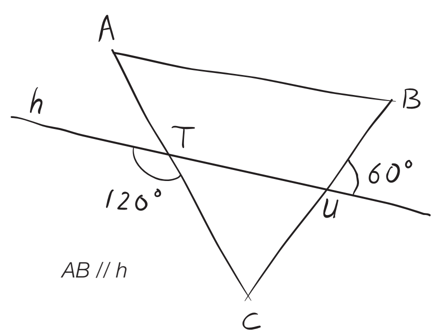
$\widehat{ARS}$ = 33° (opposé par le sommet)

$\widehat{RSA}$ = 36° (correspondant)

$\widehat{RAS}$ = 111° (180-36-33)

ES14 De quel type ?

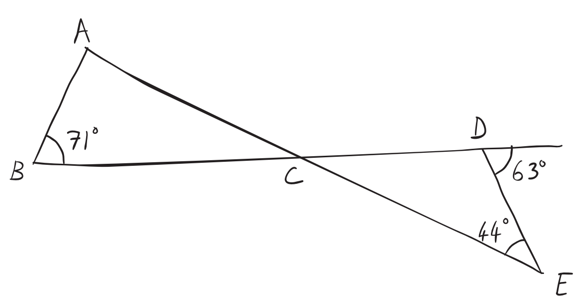
En utilisant les informations données sur le croquis, détermine le type du triangle *ABC*.



ES15 Perpendiculaire ou non ?

BD et *AE* se coupent en *C*.

AB est-il perpendiculaire à *AE* ?



FICHIER ES16 et ES17

ES18 Angles inscrits et angles au centre

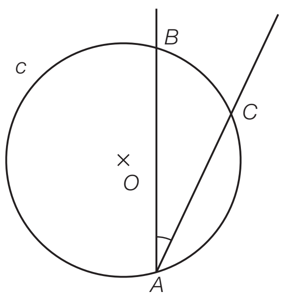
a) Dans les figures **1** et **2**, l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle inscrit dans le cercle *c*.
Dans les autres figures, ce n'est pas le cas.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle inscrit ?

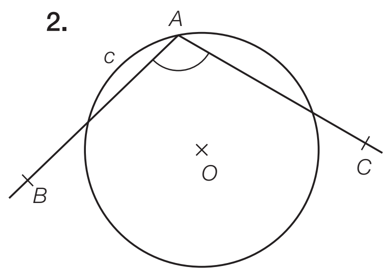
b) Dans la figure **3**, l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle au centre, ce qui n'est pas le cas dans les autres figures.

Quelles sont les caractéristiques d'un angle au centre ?

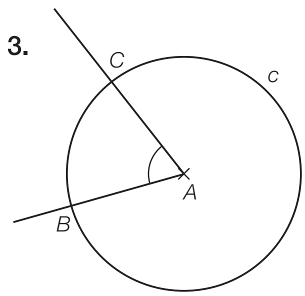
1.



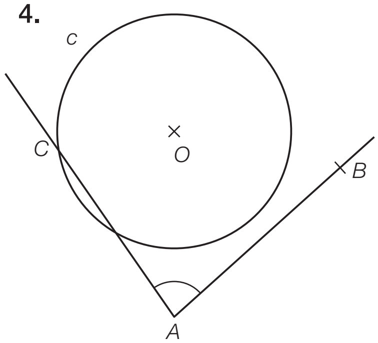
2.



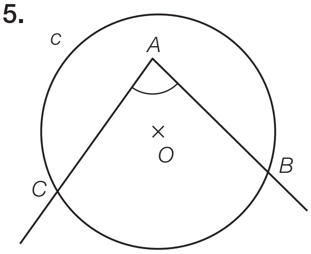
3.



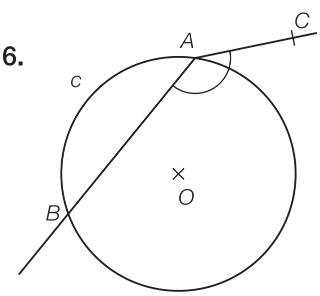
4.



5.



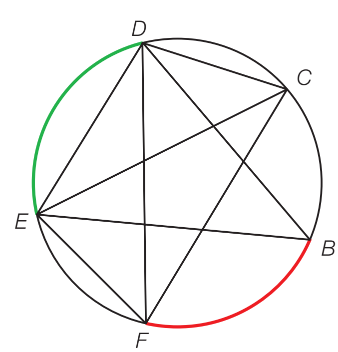
6.



c) Dans les figures **1**, **3** et **5**, l'angle $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{BC}$.
Et dans la figure ci-contre, quels sont les angles inscrits qui interceptent :

– l'arc $\overset{\frown}{ED}$?

– l'arc $\overset{\frown}{BF}$?



ES19 Quel angle de vue ?

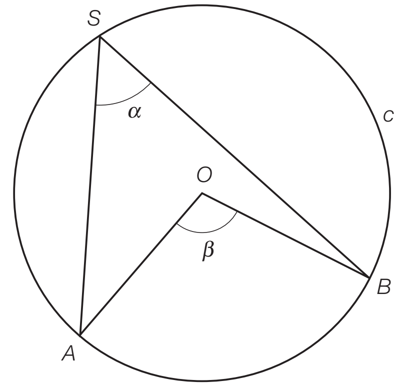
A, B et S sont trois points d'un cercle c de centre O.

Construis une telle figure dans ton cahier en modifiant plusieurs fois la position du sommet S.

Pour chaque nouvel emplacement de S, compare les mesures de l'angle inscrit α et de son angle au centre β.

a) Que constates-tu ?

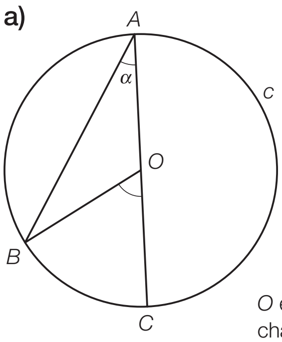
b) Quelle conjecture peux-tu faire sur la base de tes constatations ?



ES20 Théorème de l'angle inscrit

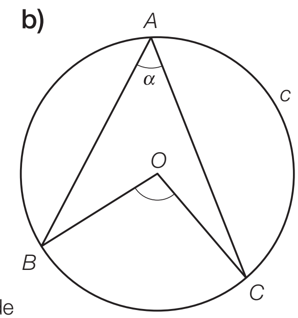
En observant ces figures, justifie pour chacune d'elles la propriété suivante : $\widehat{BOC} = 2\alpha$.

a)

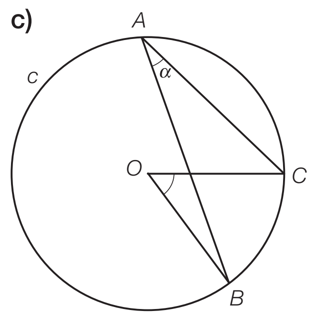


O est le centre de chaque cercle.

b)



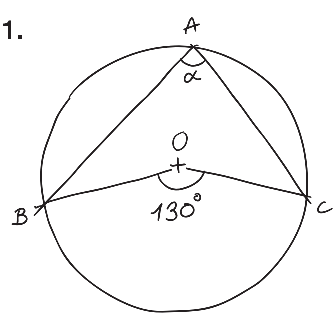
c)



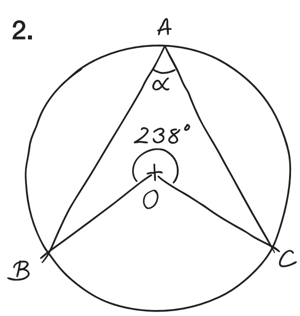
ES21 Cercles et angles

a) Pour chaque figure, les points A, B, C, et D pour la dernière, appartiennent au cercle de centre O. Calcule, dans chaque cas, la valeur de l'angle α.

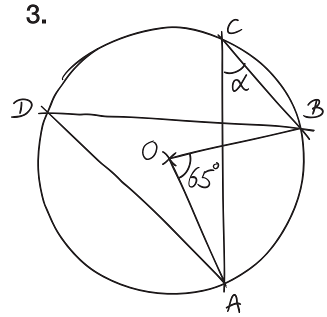
1.



2.



3.



b) Cite tous les angles inscrits isométriques de la figure de l'exercice ES18 c).

ES23 Isométriques ?

Dessine un quadrilatère *TUVW* inscrit dans un cercle *c*.

Trace ses deux diagonales *TV* et *UW*.

Dans la figure ainsi formée, quelles sont les paires d'angles isométriques ?

ES24 Quadrilatère inscrit

Dessine un quadrilatère *ABCD*, inscrit dans un cercle *c* de centre *O*, tel que :

$\widehat{AOB} = 110°$, $\widehat{BOC} = 70°$ et $\widehat{COD} = 100°$.

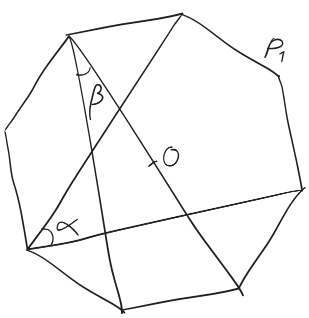
Calcule la valeur des angles du quadrilatère *ABCD*.

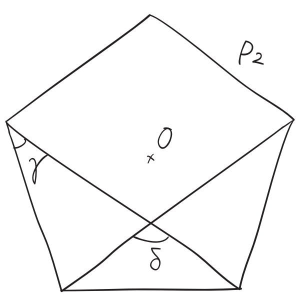
FICHIER ES25

ES26 Angles et polygones

Les deux polygones ci-dessous sont réguliers.

Calcule la mesure des quatre angles indiqués.





ES27 Où est-il ?

Trace un triangle isocèle *OAB*, tel que *OA* = *OB*.

Où placer un point *S* tel que l'angle $\widehat{ASB}$ mesure la moitié de l'angle $\widehat{AOB}$?

Tangente et cercle de Thalès

FICHIER **ES28**

ES29 Point de tangence

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O.

Place un point T sur le cercle.

Construis la tangente au cercle c qui passe par T.

FICHIER **ES30**

ES31 Pas n'importe quel cercle

Trace un cercle c de centre O et de diamètre AB.

Place trois points P, Q et R sur ce cercle.

Mesure les angles $\widehat{APB}$, $\widehat{AQB}$ et $\widehat{ARB}$.

Quelle conjecture peux-tu faire ? Prouve-la.

ES32 J'affirme !

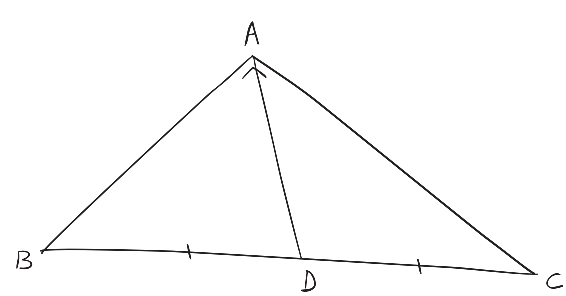
Que dire des affirmations suivantes ?

a) Le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle se trouve toujours au milieu de l'hypoténuse.

b) Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

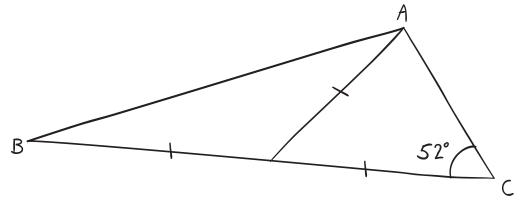
ES33 Le type d'*ABD*

De quel type est le triangle *ABD* ?



ES34 Le type d'*ABC*

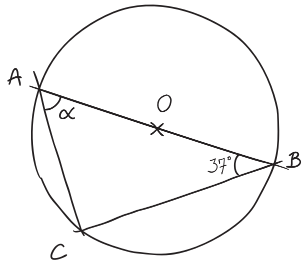
De quel type est le triangle *ABC* ?



ES35 Dans un cercle

A, *B* et *C* appartiennent au cercle de centre *O*.

Calcule la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$.

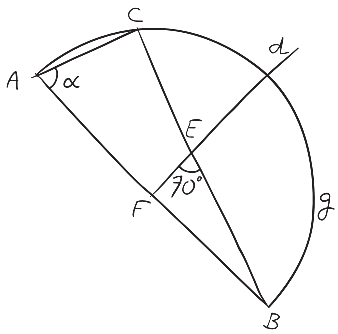


ES36 Dans un demi-cercle

g est un demi-cercle de diamètre *AB*, *C* est un point de ce demi-cercle.

La droite *d* est la médiatrice du segment *AB*.

Détermine la valeur de l'angle α.



FICHIER ES37 et ES38

ES39 Quoi ?

On donne un triangle *QRS*, rectangle en *Q*, ainsi que sa hauteur *QO*.

Le cercle de Thalès du segment *QO* coupe *QR* en *U* et *QS* en *I*.

Que dire du quadrilatère *QUOI* ?

ES40 Surprise

Dessine deux cercles, de rayons différents, qui se coupent en A et B.

Trace leurs diamètres d'extrémité A dont les deux autres extrémités sont, respectivement, P et Q.

Observe les points P, B et Q.

Que constates-tu ?

ES41 Des tangentes

Trace un cercle c de 3,5 cm de rayon et de centre O.

Place un point P, tel que PO = 7,5 cm.

Construis les tangentes au cercle c qui passent par P.

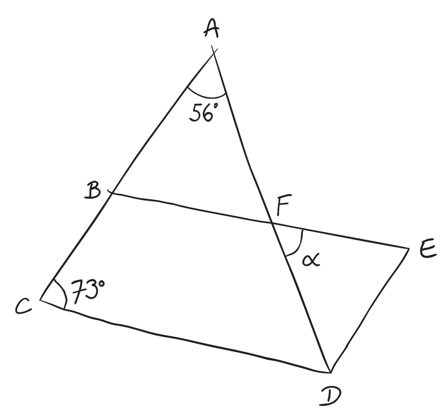
Encore quelques problèmes

FICHIER **ES42**

ES43 La preuve !

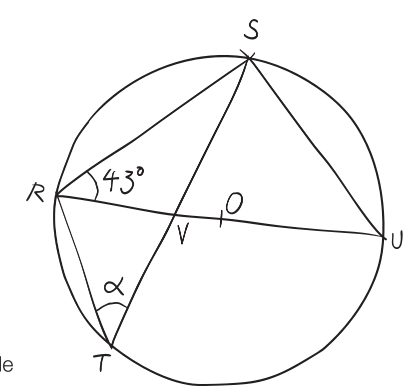
BCDE est un parallélogramme et *ACD* est un triangle.

Détermine la valeur de l'angle α.



ES44 Que vaut α?

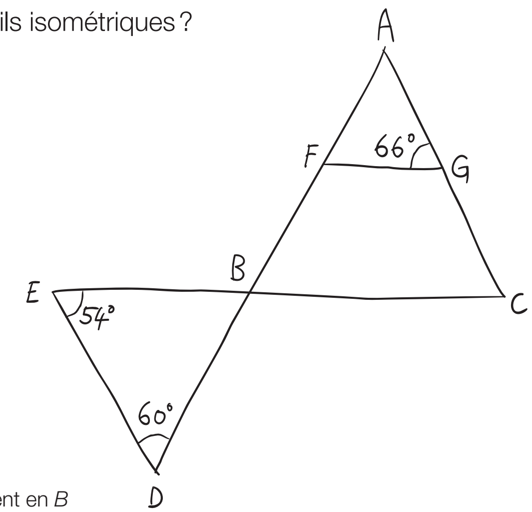
A l'aide des informations fournies, détermine la valeur de l'angle α.



O est le centre du cercle

ES45 *AB* = *AC* ?

Les segments *AB* et *AC* sont-ils isométriques ?



FG // *EC*

AD et *CE* se coupent en *B*

FICHIER ES46

ES47 Calculs de mesures

Trace un segment *XY* de 7,3 cm.

Construis la médiatrice *m* de *XY*.

Trace une demi-droite *Xn* qui fait un angle de 64° avec *XY*.

Construis la perpendiculaire *p* à la demi-droite *Xn*, qui passe par *X*.

Celle-ci coupe *m* en *O*.

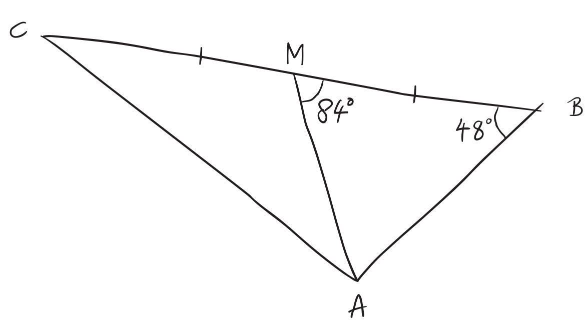
Trace le cercle *c*(*O* ; *OX*) qui coupe *m* en *K* et *L*.

Sur l'arc de cercle $\overset{\frown}{XKY}$, place deux points *R* et *S*.

Quelles sont les mesures des angles $\widehat{XRY}$ et $\widehat{XSY}$?

ES48 Quelconque ?

De quel type est le triangle *ABC* ?

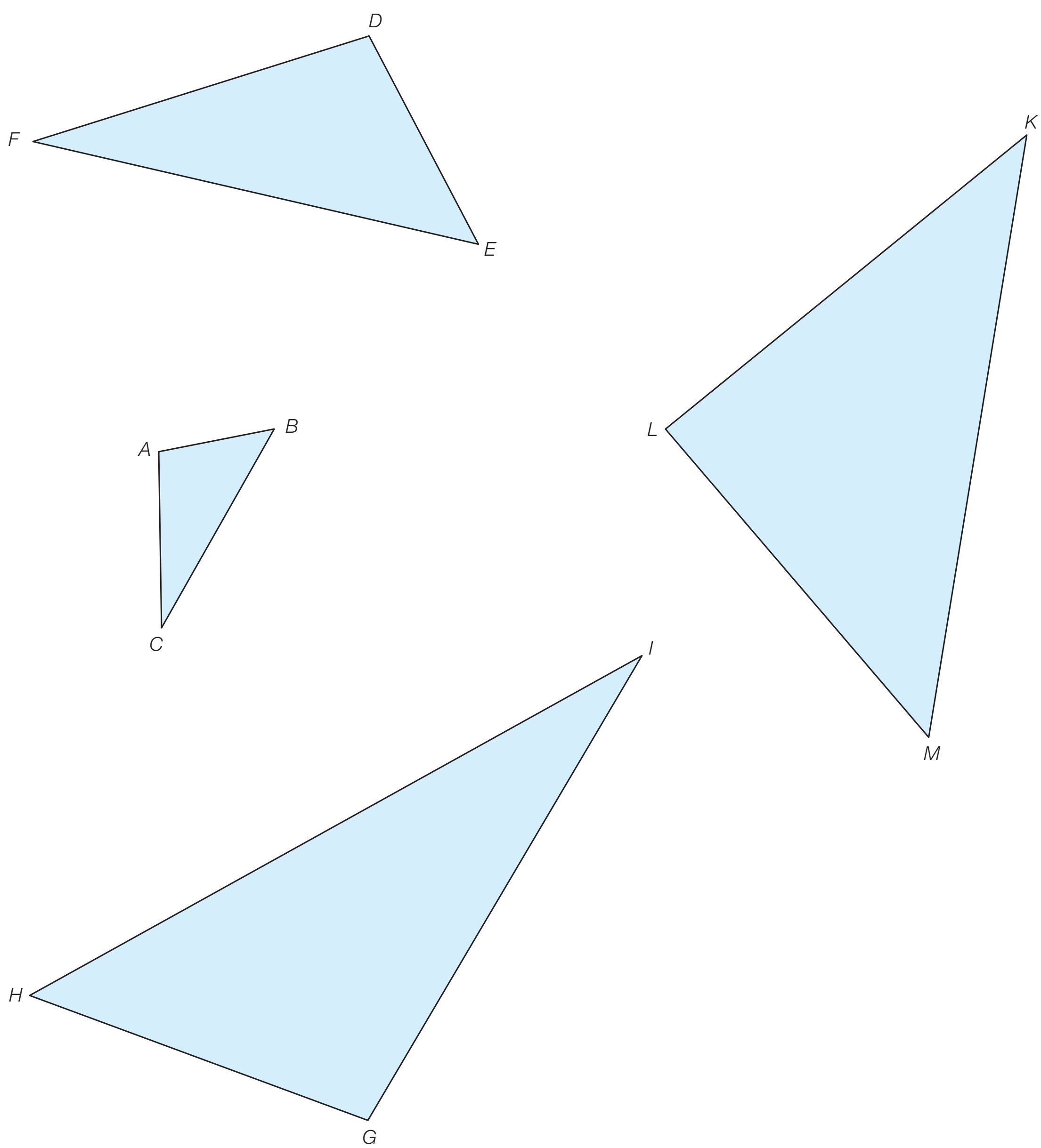


Triangles semblables

ES49 Semblables ou non ?

ABC, *DEF* et *GHI* sont des triangles semblables ; *KLM* n'est pas semblable aux autres triangles.

Comment reconnaître des triangles semblables ?



ES50 Toujours semblables ?

a) Construis un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 8 cm et 9 cm. Construis un agrandissement de ce triangle de telle façon que le côté de 8 cm mesure dorénavant 12 cm.

Mesure les angles de chaque triangle. Que constates-tu ?

b) Construis deux triangles *ABC* et *A′B′C′*, de grandeur différente, dont les angles mesurent :

$\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'} = 70°$, $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} = 50°$ et $\widehat{CBA} = \widehat{C'B'A'} = 60°$

Mesure les côtés de ces triangles, puis calcule les rapports suivants :

$\dfrac{AB}{BC}$; $\dfrac{AB}{AC}$; $\dfrac{BC}{AC}$; $\dfrac{A'B'}{B'C'}$; $\dfrac{A'B'}{A'C'}$; $\dfrac{B'C'}{A'C'}$

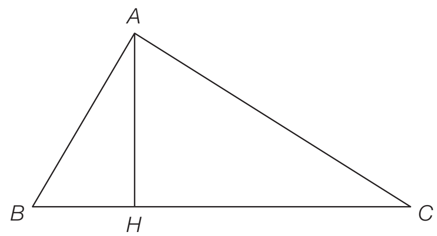
Que constates-tu ?

c) Fais de même pour les rapports : $\dfrac{AB}{A'B'}$; $\dfrac{BC}{B'C'}$; $\dfrac{AC}{A'C'}$

ES51 Trois triangles

Le triangle *ABC* est rectangle en *A* ; *AH* est une de ses hauteurs.

Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?

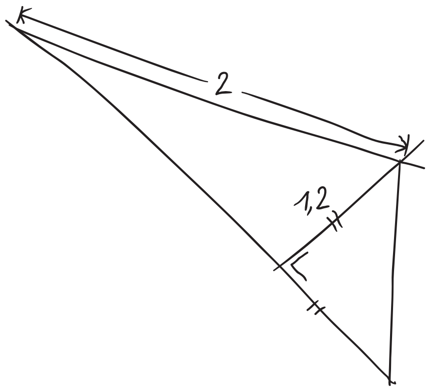


ES52 Tri

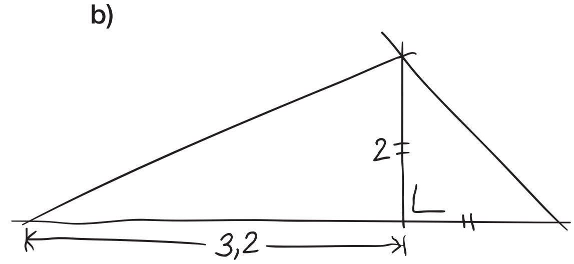
On considère des triangles dont on a tracé une des hauteurs.

Lesquels sont semblables ?

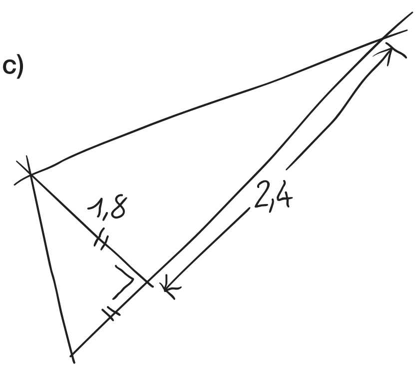
a)



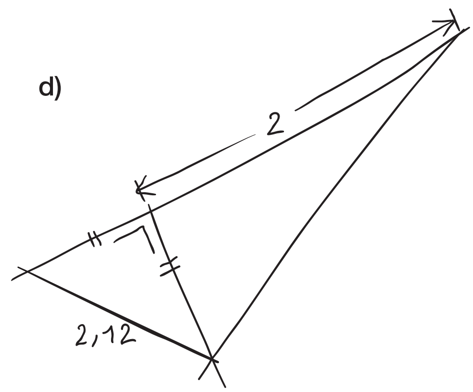
b)



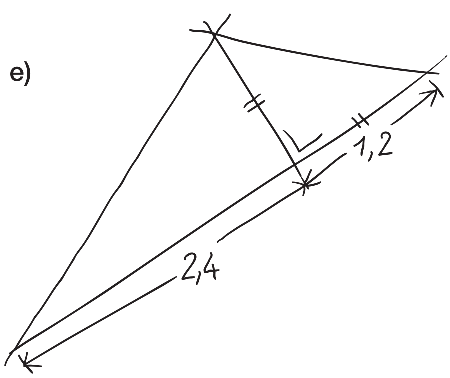
c)



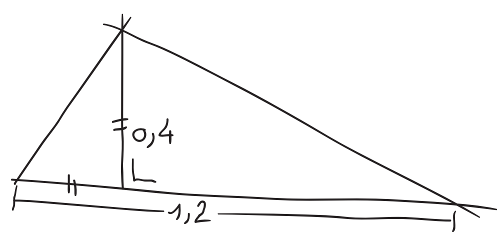
d)



e)



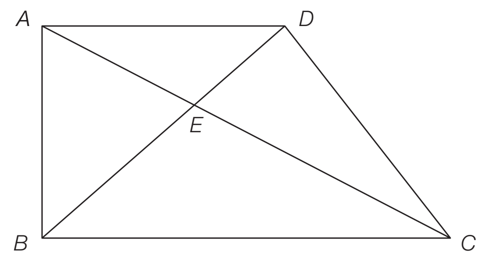
f)



ES53 Diagonales d'un trapèze

Les diagonales du trapèze rectangle *ABCD* se coupent en *E*.

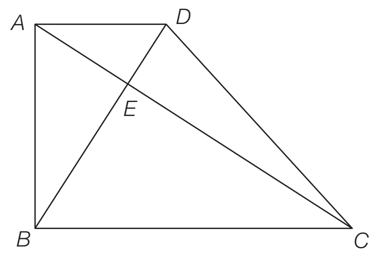
Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?



ES54 Encore des diagonales

Les diagonales du trapèze rectangle *ABCD* se coupent perpendiculairement en *E*.

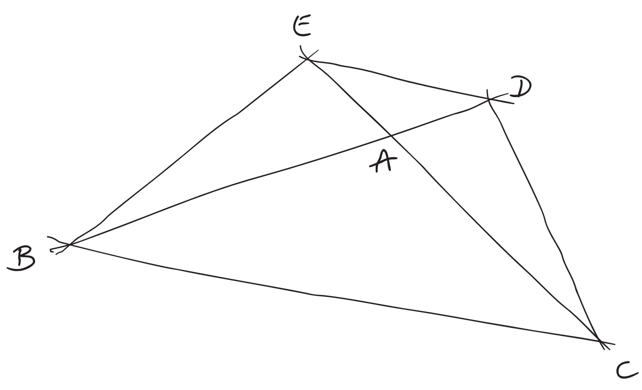
Quels sont les triangles semblables que tu peux trouver dans cette figure ?



ES55 Voilà la question !

Dans cette figure :

– l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus ;
– $\widehat{BEC}$ et $\widehat{CDB}$ sont deux angles droits.



a) Les triangles *BAE* et *CAD* sont-ils semblables ?

b) Les triangles *ABC* et *ADE* sont-ils semblables ?

FICHIER Faire le point p. 127

Les « maisons dansantes » à Prague (République tchèque).

Né en 1929, Frank O. Gehry est un architecte canadien renommé ; il a dressé en 1996, au cœur de la ville de Prague, un couple de bâtiments aux formes et aux mouvements des plus originaux.

Associant cônes tronqués, cylindres et prismes droits, Gehry, en collaboration avec l'architecte tchèque d'origine croate Vlado Milunic, s'est inspiré des mouvements ondulants de la rivière Moldau, qui coule à proximité.

Fred Astaire et Ginger Rogers.

Cette construction, qui semble danser sous nos yeux, est surnommée également *Ginger & Fred* pour rendre hommage au mythique couple de danseurs du cinéma des années 1930 à 1950 : Fred Astaire et Ginger Rogers.

Représentations de solides

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description de solides selon leurs propriétés : cylindre, pyramide, cône et sphère
- Réalisation de développements et construction de solides : cylindre, pyramide
- Représentation de solides en perspective
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 130

Pour réactiver certaines connaissances

ES56 Esquisse et développement

Esquisse une vue en perspective et un développement d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle.

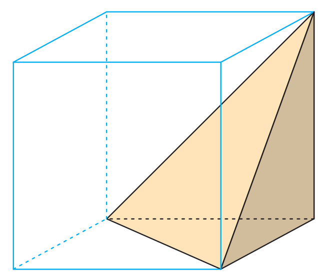
FICHIER ES57 et ES58

Encore quelques problèmes

ES59 Polyèdres inscrits

a) Représente quelques polyèdres convexes différents, dont les sommets sont des sommets du cube, comme cet exemple d'un tétraèdre.

b) Donne le nom de ceux que tu connais.



ES60 Tendres regards

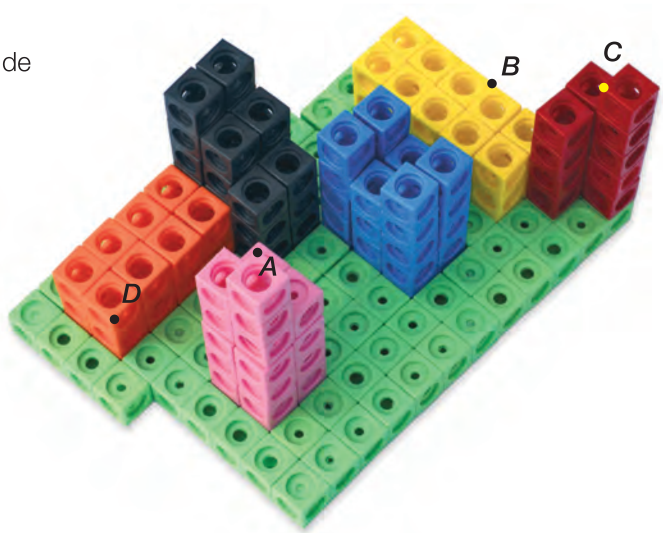
François est amoureux.

a) Ce soir, il a décidé de grimper sur le toit de son immeuble rose. Il se place en A, en espérant apercevoir Lucie, qui se trouve sur le toit de l'immeuble jaune, en B.

Son espoir est-il vain ?

b) La journée, François se languit au bureau (point D), dans la construction orange, alors que Lucie travaille au dernier étage de la tour bordeaux (point C).

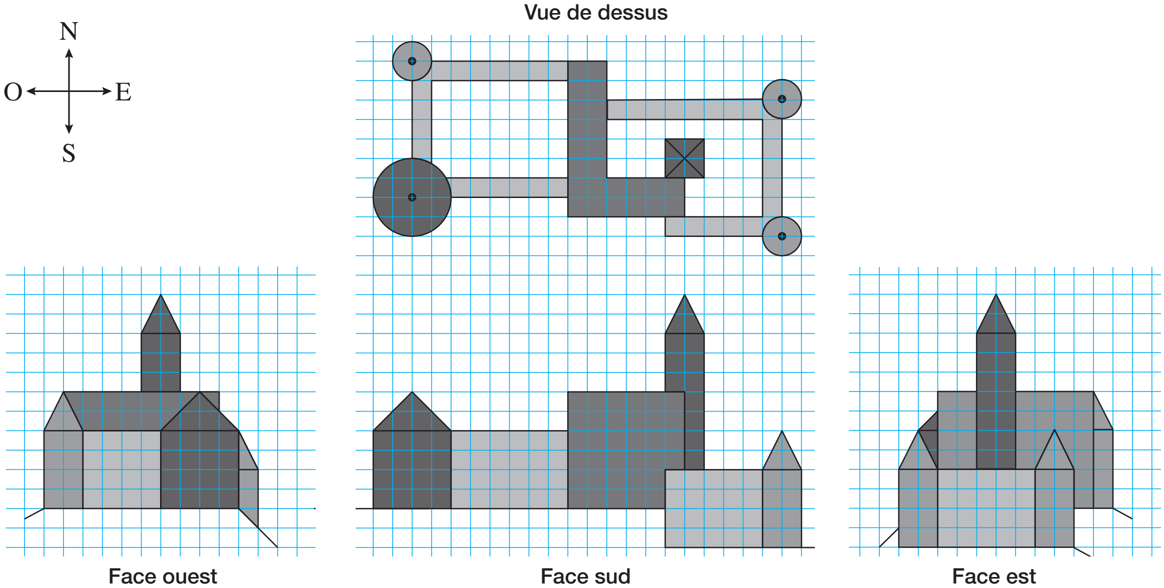
Pourrait-il tendre un fil, pour installer un petit téléphérique entre leurs deux bureaux, sans toucher l'immeuble bleu, afin de lui envoyer des billets doux ?



ES61 Haut-Koenigsbourg

A partir de photos du château du Haut-Koenigsbourg, Maxime réalise quatre dessins : face ouest, face sud et face est du château ainsi que la vue de dessus.

Réalise sur papier quadrillé le dessin de la face nord du château du Haut-Koenigsbourg.



Tiré de Mathématiques sans frontières, *2012.*

Le Haut-Koenigsbourg est un château médiéval qui se situe en Alsace, dans le département du Bas-Rhin. C'est l'un des sites touristiques les plus visités en France, avec près de 550 000 visiteurs par année.

En 1936, le château fut l'un des lieux de tournage du film *La Grande Illusion* de Jean Renoir.

FICHIER ES62 et ES63

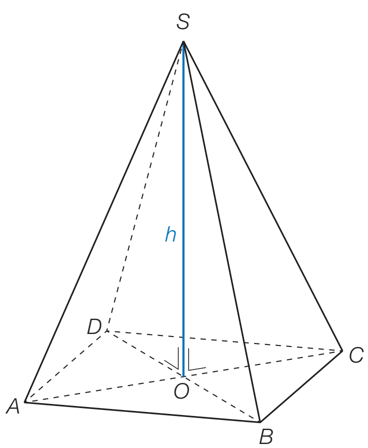
Pyramide, cylindre, cône, sphère et boule

ES64 Régulières ou non ?

Les pyramides **1** et **2** sont régulières, alors que la **3** et la **4** ne le sont pas.
Le segment *h* représente la hauteur de chaque pyramide.

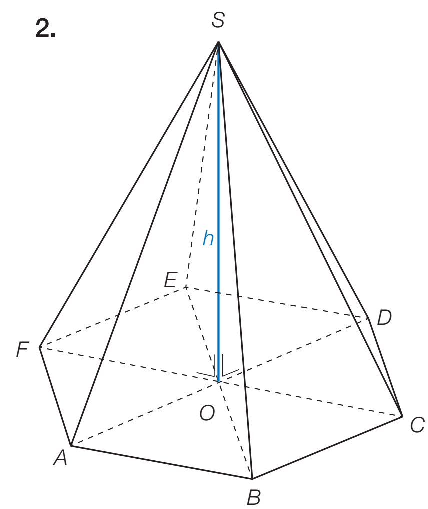
Comment reconnaître une pyramide régulière d'une pyramide non régulière ?

1.



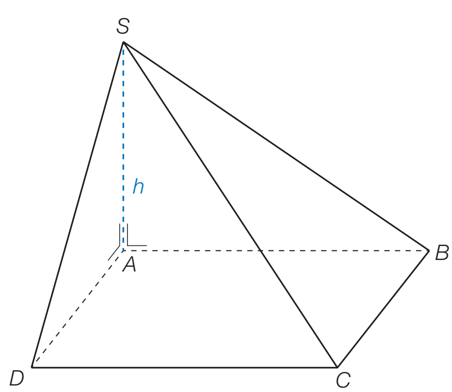
ABCD est un carré

2.



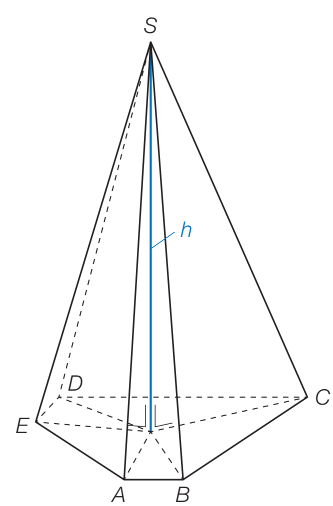
ABCDEF est un hexagone régulier

3.



ABCD est un carré

4.



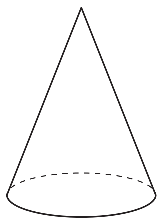
ABCDE est un pentagone non régulier

ES65 Pyramides et autres solides

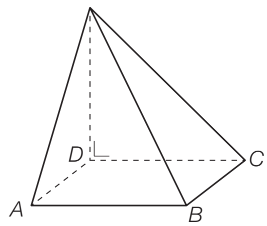
Parmi les figures suivantes, lesquelles représentent des pyramides ?

Précise chaque fois si elles sont régulières ou non.

a)

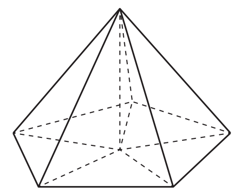


b)

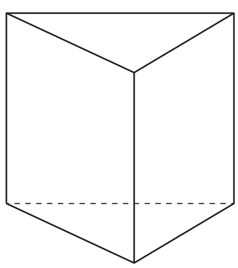


ABCD est un carré

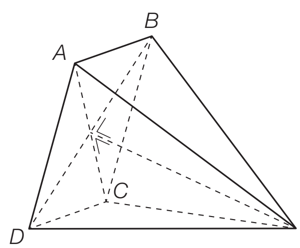
c)



d)

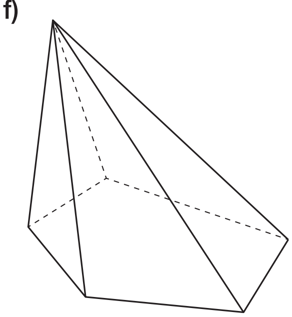


e)

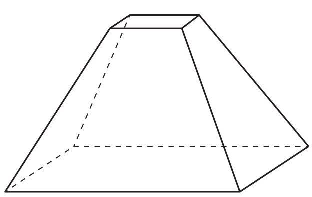


ABCD est un carré

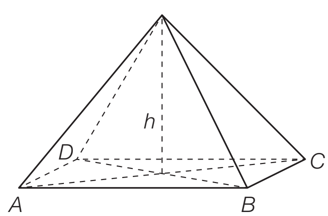
f)



g)

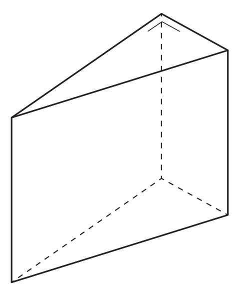


h)

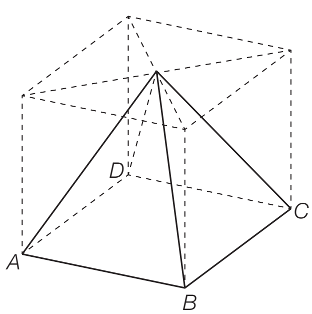


ABCD est un rectangle

i)

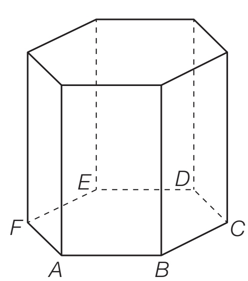


j)



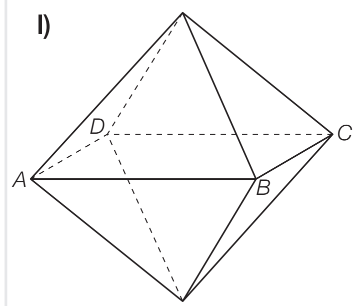
ABCD est un carré

k)



ABCDEF est un hexagone régulier

l)



ABCD est un carré

ES66 A main levée

Trace à main levée et en perspective :

a) une pyramide régulière à base carrée ;

b) une pyramide non régulière à base carrée ;

c) une pyramide non régulière dont la base n'est pas un carré ;

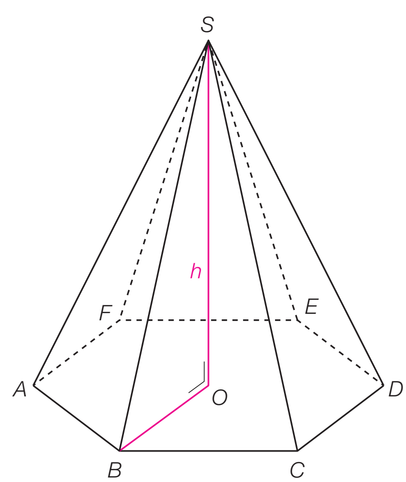
d) une pyramide régulière dont la base n'est pas un carré.

ES67 Tétraèdre développé

Construis deux développements non superposables du même tétraèdre dont la base est un triangle équilatéral de 4 cm de côté ; les autres faces sont des triangles isocèles dont les côtés isométriques mesurent 5 cm.

ES68 A base hexagonale

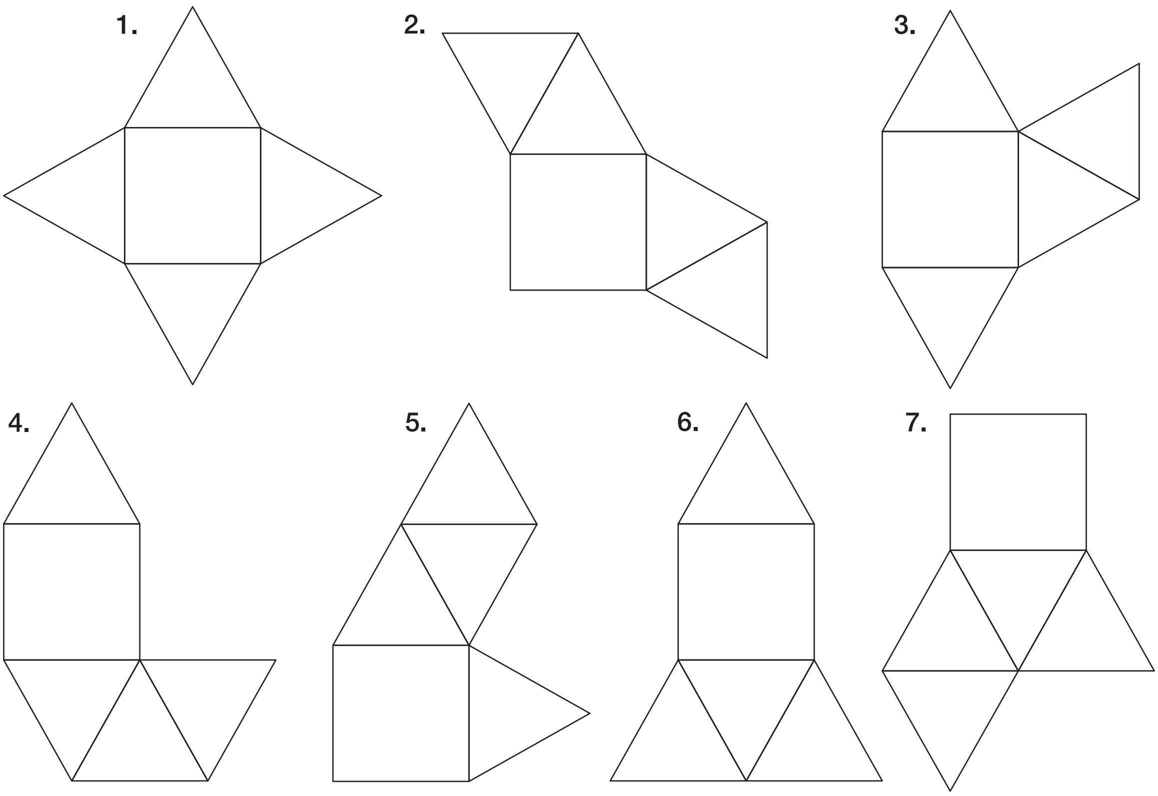
Construis un développement de la pyramide régulière ci-dessous.



$OB = 3$ cm
$OS = 4$ cm

ES69 Jules ou Cléopâtre ?

Jules pense avoir dessiné tous les développements possibles d'une pyramide régulière à base carrée :



Cléopâtre prétend qu'il en a oublié et que, de plus, il a commis plusieurs erreurs.

Et toi, qu'en penses-tu ?

Cléopâtre et César *par Jean-Léon Gérôme, 1866.*

Cléopâtre et Jules César sont un couple mythique qui a inspiré de nombreux films, romans, pièces de théâtre et un des premiers opéras, en 1723 : *Giulio Cesare* de Georg Friedrich Haendel.

En 47 av. J.-C., l'empereur romain Jules César (100-44 av. J.-C.) arrive à Alexandrie, en Egypte. Le roi pharaon Ptolémée XIII lui offre, en guise de cadeau de bienvenue, la tête de Pompée, grand général romain, mais ennemi de Jules César. Loin d'être flatté par ce présent, César estime le temps venu de soumettre l'Egypte et de combattre ce pharaon.

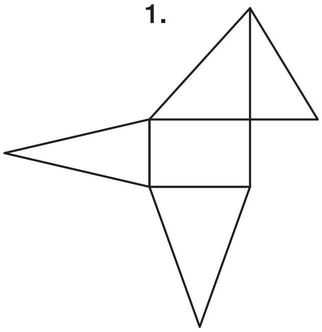
Sœur et épouse de Ptolémée XIII, Cléopâtre VII (69-30 av. J.-C.) séduit César et s'allie à ce dernier pour se débarrasser de son frère. Ensemble, Cléopâtre et César parviennent à vaincre Ptolémée XIII et les derniers partisans de Pompée ; Alexandrie est alors rattaché à l'Empire romain. Le couple aura un fils, Césarion, appelé lui aussi a un grand destin historique.

« Le nez de Cléopâtre : s'il eût été plus court, toute la face de la terre aurait changé. » Par cette pensée, Blaise Pascal soulignait le caractère charmeur et séducteur de la reine égyptienne qui, après que César fut assassiné, s'unit à son successeur, Marc Antoine (83-30 av. J.-C.).

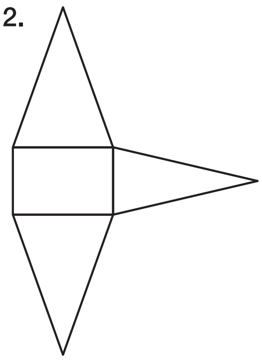
ES70 Développements de pyramides ?

a) Cinq élèves ont dessiné le développement d'une même pyramide. Quels sont les développements corrects ?

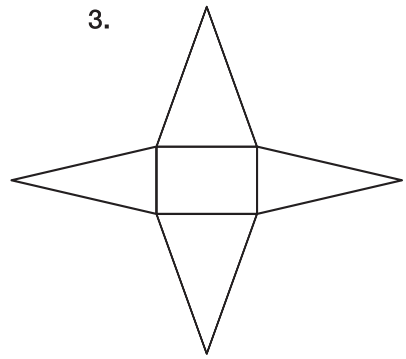
1.



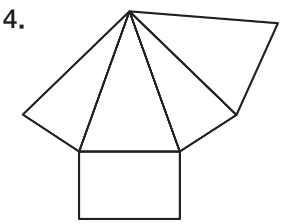
2.



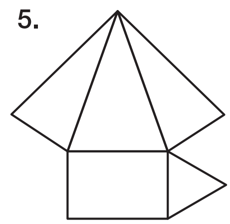
3.



4.

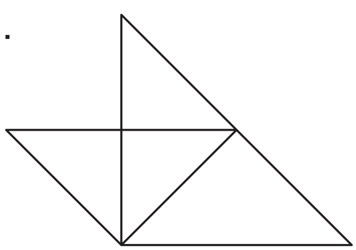


5.

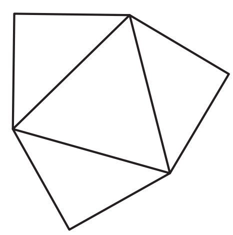


b) Et pour cette pyramide régulière ?

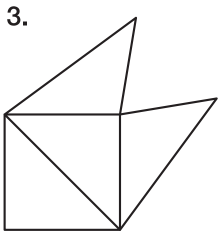
1.



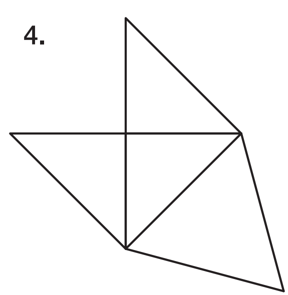
2.



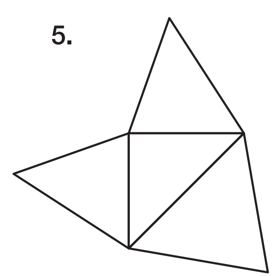
3.



4.



5.



ES71 Pyramides en cube

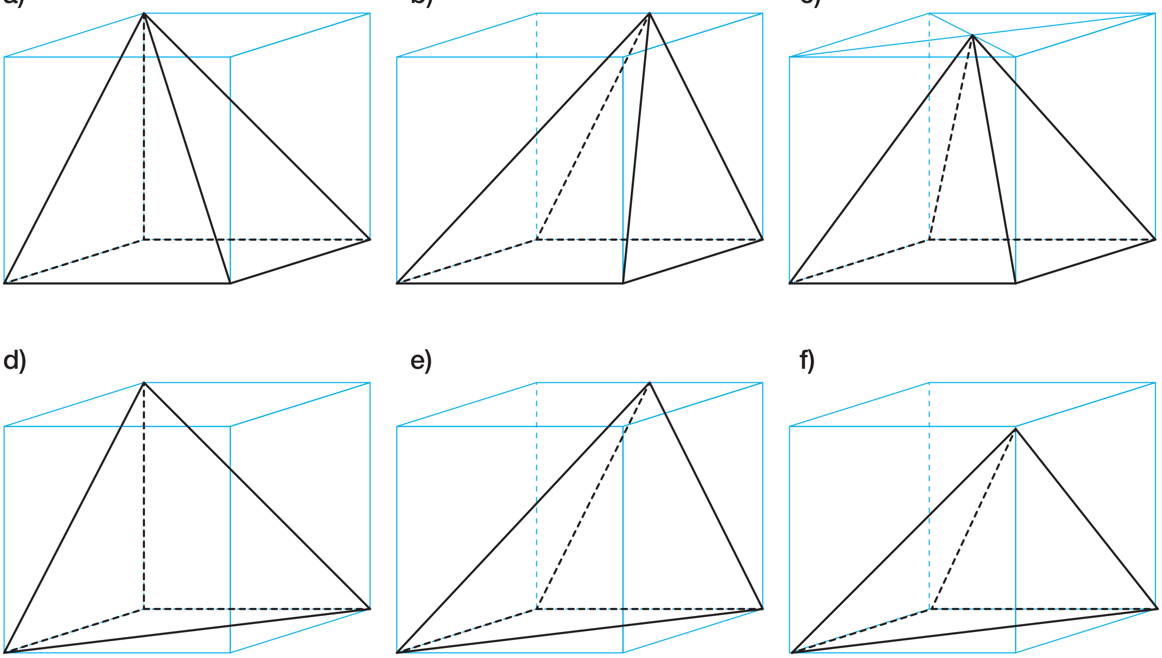
Dessine un développement de chacune des pyramides suivantes.

Chacune est située à l'intérieur d'un cube de 5 cm d'arête.

Les sommets des pyramides sont situés soit sur l'un des sommets du cube, soit au milieu d'une de ses arêtes, soit au centre d'une de ses faces.

a) b) c)

d) e) f)



ES72 Cylindre en représentations

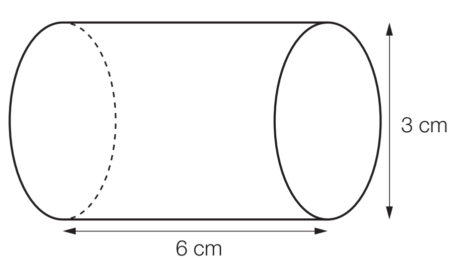
a) Esquisse un cylindre vu en perspective, puis son développement. Sur ce dernier, colorie de la même couleur les lignes qui devraient avoir les mêmes longueurs.

b) Sur une feuille, construis précisément le développement d'un cylindre dont le rayon mesure 2 cm et la hauteur 5 cm.

c) Découpe ton développement et fabrique le cylindre afin de vérifier que ton travail est correct.

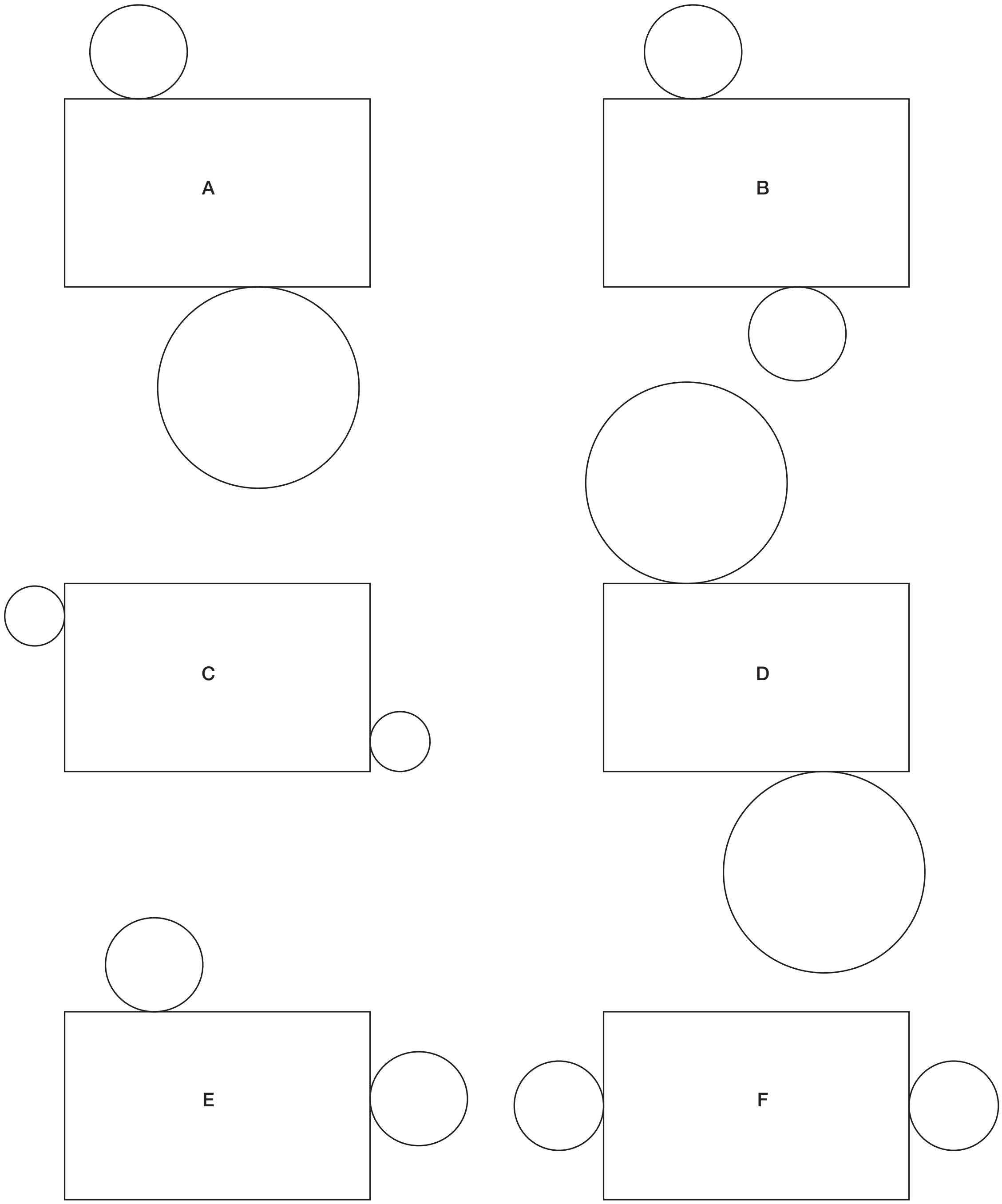
ES73 On développe

Construis le développement de ce cylindre.



ES74 Développements de cylindres ?

Peut-il s’agir de développements de cylindres ?



ES75 Du plan à l'espace

a) Représente l'ensemble des points situés à 3 cm d'un point *O* dans le plan (sur une feuille).

Comment nomme-t-on cette figure ?

b) Sur ta figure, colorie l'ensemble des points dont la distance au point *O* est plus petite ou égale à 3 cm.

Comment nomme-t-on cette figure ?

c) Comment nomme-t-on l'ensemble des points situés à 3 cm d'un point *O*, mais dans l'espace cette fois ?

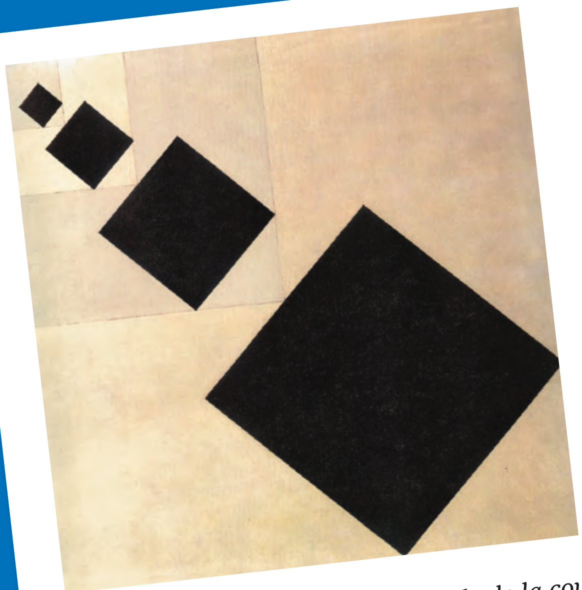
d) Comment nomme-t-on l'ensemble des points dont la distance au point *O* est plus petite ou égale à 3 cm, dans l'espace ?

ES76 Tu me fais tourner la tête

a) Qu'obtiens-tu si tu fais tourner un cercle autour d'un axe confondu avec un de ses diamètres ?

b) Qu'obtiens-tu si tu fais tourner un disque autour d'un axe confondu avec un de ses diamètres ?

FICHIER Faire le point p. 137



Theo Van Doesburg : *Arithmetic Composition* (1930)

« L'art concret prend forme avec l'aide de la couleur, de l'espace, de la lumière, du mouvement. »

Van Doesburg (1883-1931) – peintre, architecte, poète et théoricien de l'art néerlandais – a proposé, avec d'autres artistes du début du XX^{e} siècle, une nouvelle approche de l'art pictural expliquée dans leur *Manifeste des bases de la peinture concrète* (1930) : *« Le tableau doit être entièrement construit avec des éléments purement plastiques, c'est-à-dire plans et couleurs. Un élément pictural n'a pas d'autre signification que 'lui-même', en conséquence le tableau n'a pas d'autre signification que 'lui-même'. »*

Par les isométries – translations, rotations, symétries axiales ou centrales – ou, comme dans le tableau ci-dessus, les homothéties, Van Doesburg offre aux figures géométriques les plus simples un mouvement inédit.

A la suite de ce manifeste, d'autres artistes, comme le Suisse Max Bill (1908-1994), reprirent à leur compte ses idées et les développèrent de multiples façons. Par exemple, l'artiste helvétique publia en 1949 un ouvrage intitulé *La Pensée mathématique dans l'art de notre temps*.

Transformations géométriques

Apprentissages visés

- Reconnaissance et dénomination d'isométries, d'homothéties et de similitudes ; description et identification de leurs caractéristiques
- Anticipation de la position d'une figure après une ou plusieurs isométries
- Construction de l'image d'une figure plane par une homothétie, une similitude
- Réalisation de frises ou de pavages à l'aide d'isométries
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 139

Pour réactiver certaines connaissances

ES77 Faux ou vrai ?

Faux ou vrai ? Corrige si c'est faux.

a) Toutes les isométries conservent les longueurs, la mesure des angles et le parallélisme.

b) La translation ne conserve ni le sens des vecteurs, ni les directions, ni l'orientation.

c) La symétrie axiale conserve l'orientation et les directions, mais inverse le sens des vecteurs.

d) La rotation ne conserve pas les directions, mais conserve le sens des vecteurs.

e) La symétrie centrale correspond à une rotation de ±180° de même centre.
Elle conserve les directions, mais pas le sens des vecteurs.

FICHIER ES78 à ES80

Homothéties

FICHIER ES81 à ES83

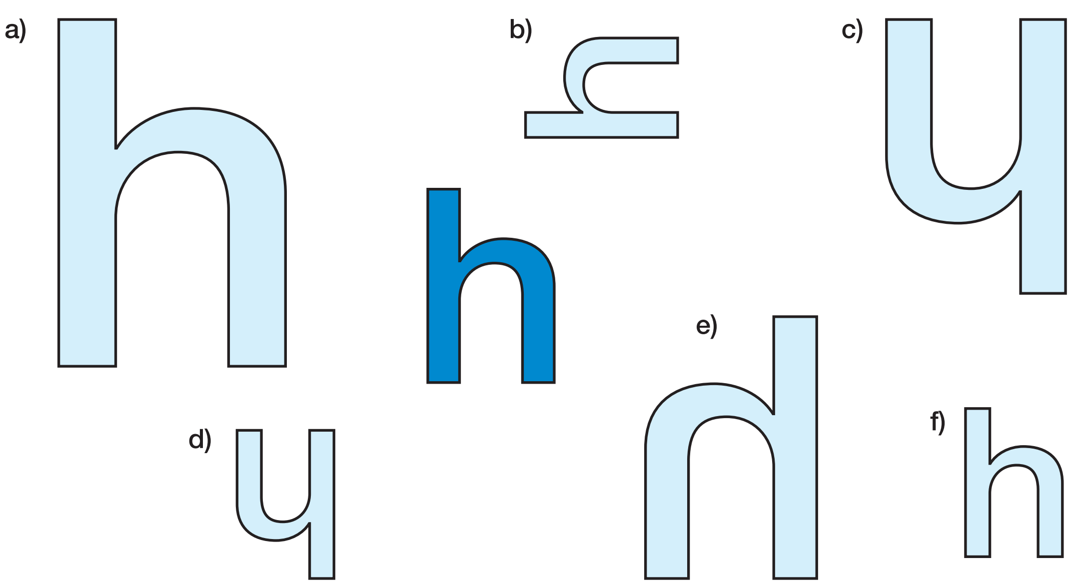
ES84 Y a-t-il un rapport ?

Indique par quelle transformation on peut obtenir les figures **a)** à **f)** à partir de la figure foncée.

H+ homothétie de rapport positif

H– homothétie de rapport négatif

I impossible à l'aide d'une seule homothétie



ES85 Le K

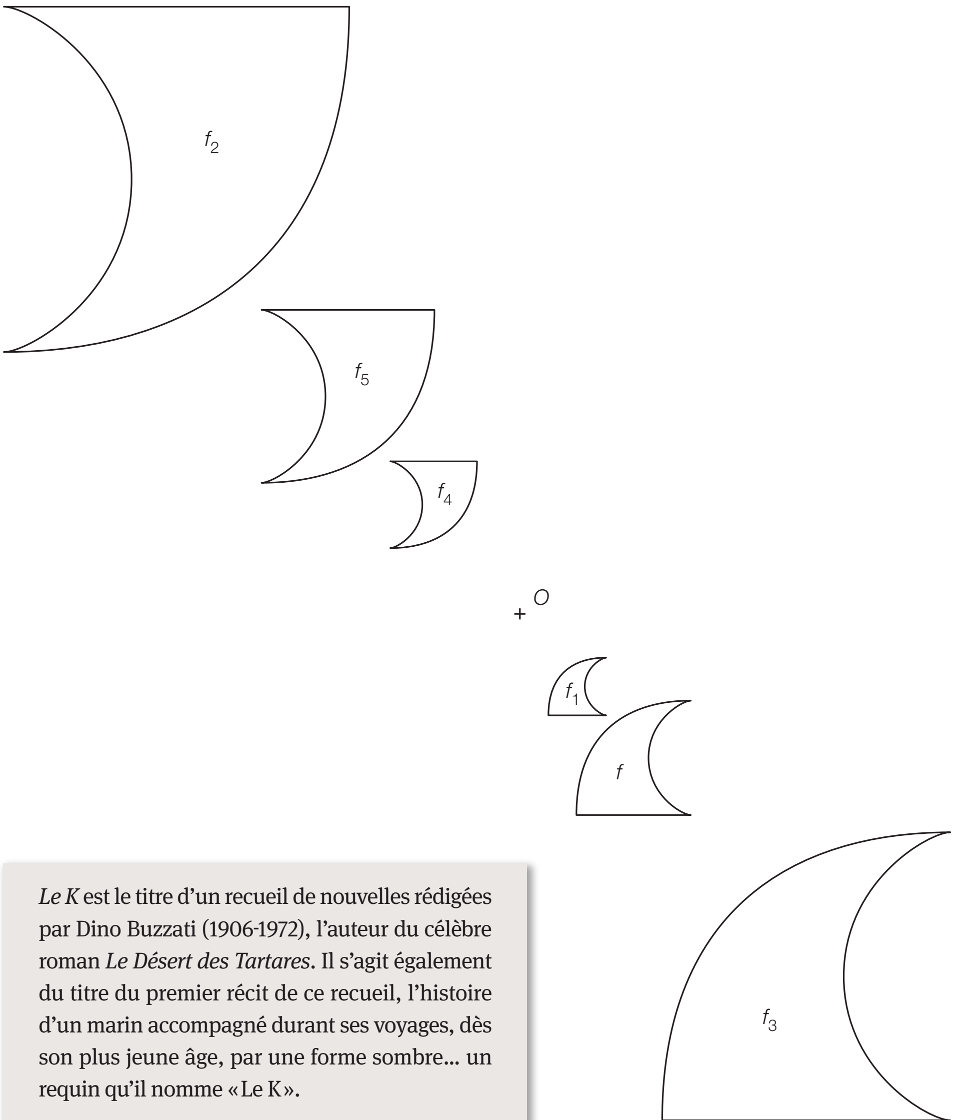
Les figures ci-dessous sont les images de f par des homothéties de centre O.
Pour quelle(s) figure(s) le rapport d'homothétie k est-il :

a) plus grand que 1 ?

b) compris entre 0 et 1 ?

c) compris entre –1 et 0 ?

d) plus petit que –1 ?



Le K est le titre d'un recueil de nouvelles rédigées par Dino Buzzati (1906-1972), l'auteur du célèbre roman *Le Désert des Tartares*. Il s'agit également du titre du premier récit de ce recueil, l'histoire d'un marin accompagné durant ses voyages, dès son plus jeune âge, par une forme sombre… un requin qu'il nomme « Le K ».

FICHIER ES86 à ES89

Encore quelques problèmes

ES90 Qu'a-t-il trouvé ?

Jacques a construit un rectangle $ABCD$, puis :

– le point A', symétrique de A par rapport à B ;

– le point B', symétrique de B par rapport à C ;

– le point C', symétrique de C par rapport à D ;

– le point D', symétrique de D par rapport à A.

Il compare alors les aires des quadrilatères $ABCD$ et $A'B'C'D'$ et s'étonne du résultat.

Pourquoi ?

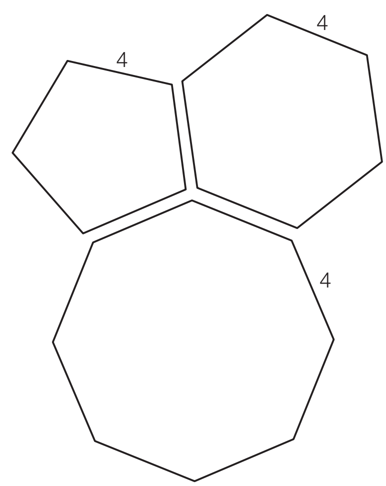
FICHIER ES91 et ES92

ES93 Avec des polygones réguliers

Un carreleur dispose de polygones réguliers de 4 cm de côté : des triangles équilatéraux, des carrés, des pentagones, etc.

Arrivera-t-il à réaliser cet assemblage ?

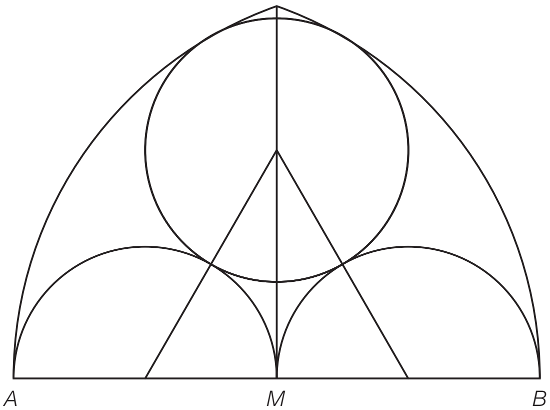
Quels motifs de pavage peut-il proposer à ses clients ?



ES94 Vitrail

a) Reproduis cette figure avec $AB = 8$ cm.

b) Effectue $\mathcal{H}(M\,;\,1{,}5)$ et $\mathcal{H}(M\,;\,-1{,}5)$ à partir de la figure reproduite.



Encore aujourd'hui, les vitraux sont un élément très apprécié de décoration des maisons, des églises et des espaces extérieurs.

La technique du vitrail est très ancienne et n'a guère varié depuis le Moyen-Age, époque où l'on commença à utiliser de petites baguettes de plomb pour y insérer des morceaux de verre, en lieu et place des cadres de bois.

Depuis le XVI^{e} siècle, elle a connu plusieurs innovations techniques. Pour la coupe du verre, le diamant a remplacé la tige chauffée au rouge, de même le plomb est devenu plus fin. Au fil des siècles, les procédés de coloration du verre se sont développés et enrichis, permettant d'augmenter la palette de teintes possibles.

L'amitié, *vitrail sur le* Chemin de Farinet, *Saillon (VS). Robert Héritier pour le graphisme et Théo Imboden pour le travail du verre.*
Une réalisation des « Amis de Farinet. »

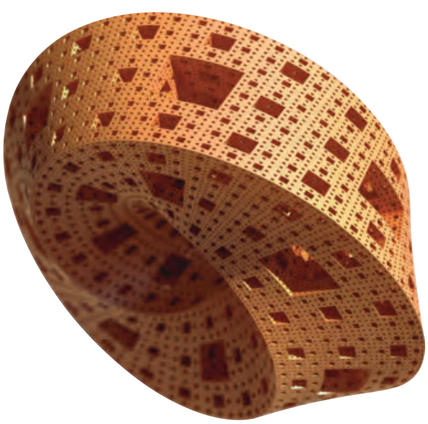
FICHIER ES95 à ES99

FICHIER Faire le point p. 158

La ville de Hongkong, la nuit.

A chaque fois que nous ouvrons nos paupières, les organes de la vue et notre cerveau produisent un extraordinaire travail pour nous permettre d'observer et d'apprécier l'espace qui nous environne.

Percevoir le monde en trois dimensions nous est habituel ; pourtant, à chacun de nos regards, nos deux yeux, de par leur position, voient deux images différentes que les nerfs optiques conduisent simultanément au cerveau. C'est bien là, dans une zone nommée *cortex visuel*, que la reconstruction en trois dimensions du sujet observé se produit, nous permettant ainsi de distinguer le relief.



Le ruban de Moebius de Matthieu Deltour.

Les objets de l'espace reproduits en deux dimensions sur les photos, dessins, gravures, etc., ne sont pas toujours faciles à se représenter.

D'un cube esquissé en perspective à l'élégant et fractal ruban de Moebius ci-contre, chacun de nos deux yeux perçoit individuellement les rayons de lumière émis par l'image ; instantanément, notre cerveau associe et traduit ces informations pour nous offrir une vision en relief.

Espace… et problèmes

Un graffiti en trompe-l'œil dans les rues de Londres.

Les artistes des temps plus anciens comme ceux des rues d'aujourd'hui profitent du travail d'interprétation de notre cerveau lorsque nous regardons le monde alentour. Habitué à reconstruire le relief, le cerveau peut se laisser abuser en imaginant une troisième dimension là où il n'y a qu'un plan.

Nombre d'artistes ont ainsi joué sur les illusions d'optique qui nous font percevoir des espaces, des reliefs et des profondeurs, là où il n'y a que des surfaces planes.

Sur le grand écran plat du cinéma sont projetées, une à une et à grande vitesse, les images des films ; vingt-quatre images successives par seconde sont ainsi diffusées, dont nos yeux captent lumière et couleurs et que notre cerveau associe en continu.

Pour obtenir des films que notre cerveau va interpréter comme étant en 3D, deux images différentes sont diffusées en même temps pour reproduire la situation habituelle de notre vision nommée *binoculaire*. Les lunettes utilisées permettent de tromper notre cerveau en réunissant ces deux images planes et les lui font interpréter en une seule vue en relief.

Première séance publique d'un film long-métrage couleurs en 3D (Hollywood, Californie, 26.11.1952).

Ce système n'est pas nouveau puisque les inventeurs du cinématographe, les frères Lumière, l'avaient déjà expérimenté dans les années 1900. Dans les années 1930, puis dans les années 1950, le cinéma en relief a connu divers développements, avant que la grande mode actuelle du cinéma 3D envahisse les salles.

Le dernier principe de projection inventé n'a plus besoin de deux projecteurs différents ; il permet de diffuser très rapidement un seul flux de 144 images par seconde et alterne image gauche et image droite, abusant ainsi notre cerveau et nous offrant l'illusion de la troisième dimension.

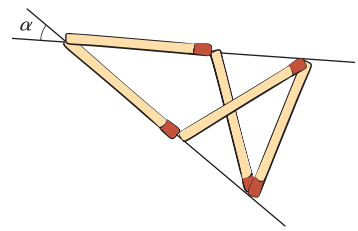
ES103 Etre à la même distance

Construis l'ensemble des points qui sont à la même distance d'une droite *d* fixe et d'un point *P* fixe, hors de cette droite.

ES104 Les allumettes

On a disposé cinq allumettes de longueurs égales, comme sur cette figure.

Que vaut l'angle α ?

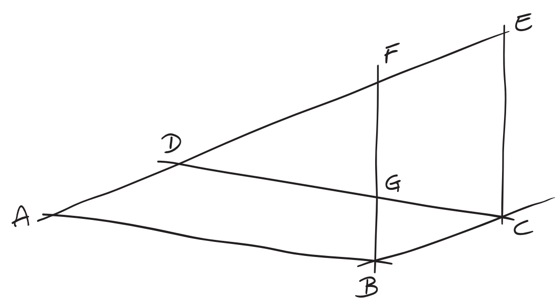


ES105 Lesquels ?

ABCD et *BCEF* sont des parallélogrammes.

A, *D*, *F* et *E* sont alignés.

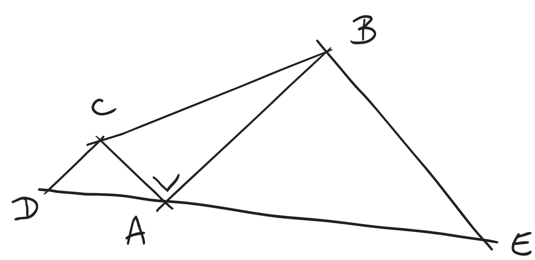
Quels sont les polygones qui ont la même aire ?



ES106 Alignés ?

Les triangles *ABE* et *ACD* sont isocèles : *BA* = *BE* et *CA* = *CD*.

Cette information permet-elle d'affirmer que les points *D*, *A* et *E* sont alignés ?

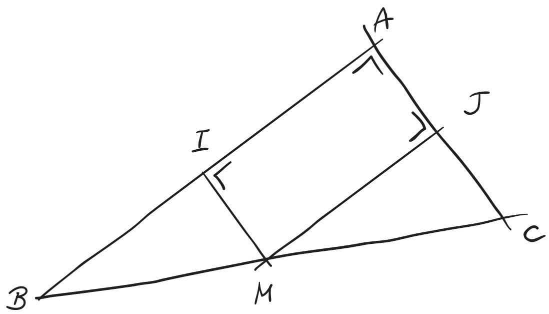


ES107 Mini

Le triangle ABC est rectangle en A.

On projette orthogonalement un point M du segment BC sur les côtés AB et AC, respectivement en I et J.

Où faut-il placer M pour que la longueur du segment IJ soit minimale ?



ES108 En quatre parties

Le maître : « Comment partager un parallélogramme en quatre parties de même aire ? »

Un élève : « Facile, Monsieur, il suffit de tracer les diagonales de ce parallélogramme, et on a ainsi quatre parties de même aire. »

Est-ce vrai ?

FICHIER ES109

ES110 Droites et cercles

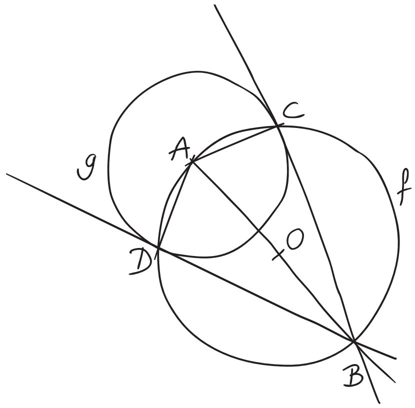
Dans cette figure :

– AB est un diamètre du cercle f de centre O ;

– A est le centre du cercle g ;

– D et C sont les intersections des deux cercles f et g.

Que dire des segments BD et BC ?



FICHIER ES111

ES112 Quel solide ?

A chaque sommet d'un cube de 6 cm d'arête, tu enlèves une pyramide à base triangulaire dont les sommets d'une des bases sont les milieux de trois arêtes concourantes du cube.

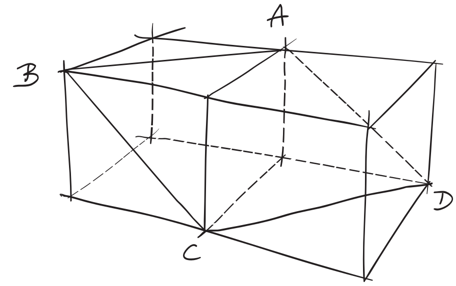
Représente le solide ainsi obtenu en perspective.

FICHIER ES113 à ES116

ES117 Ouvrir l'œil, et le bon...

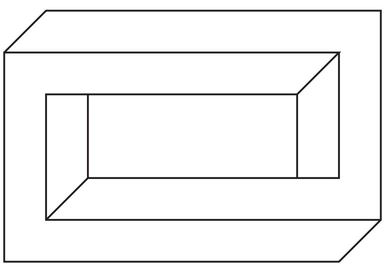
Les points A, B, C et D sont des sommets de deux cubes isométriques, mis côte à côte.

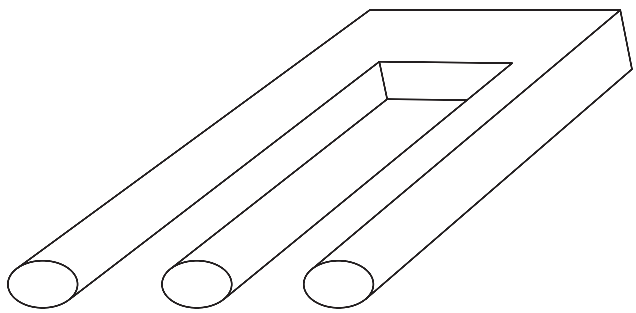
Que dire du quadrilatère $ABCD$?

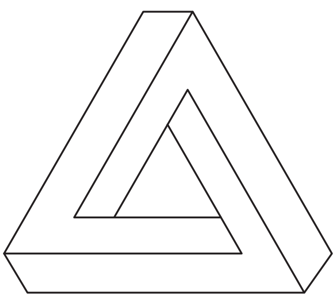


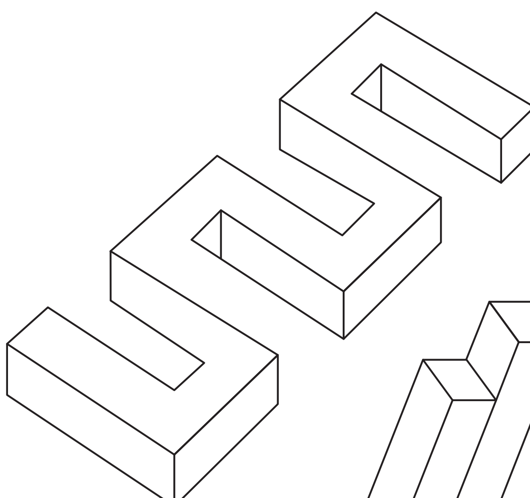
ES118 Objets insolites

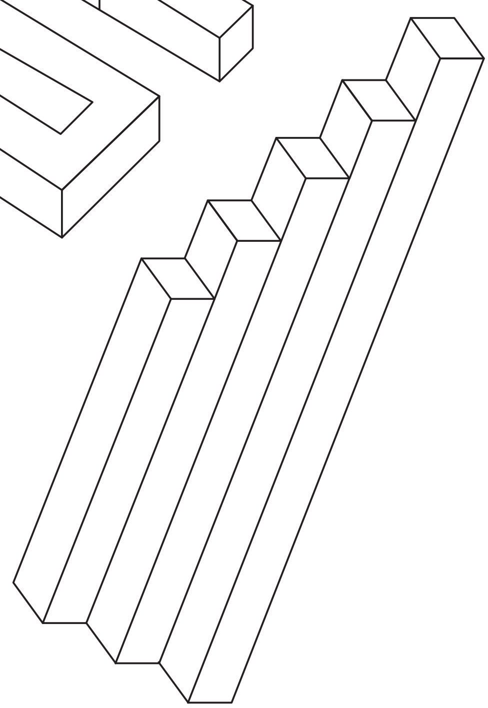
Voici quelques dessins pour le moins étranges ! Observe-les, puis essaie d'en agrandir quelques-uns.

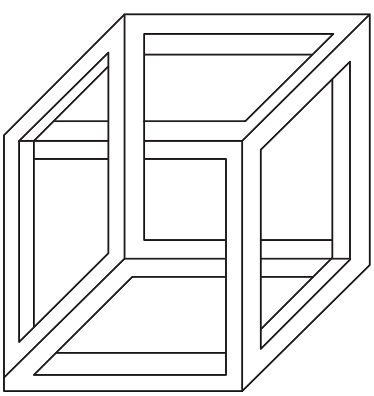












Depuis la 9e, tu as rencontré à plusieurs reprises les décors et les objets insolites d'Escher, artiste néerlandais.

Sam Szafran, né en 1934, est lui un artiste français qui aime également créer l'illusion et jouer avec la perspective, créant ainsi, en particulier, des cages d'escalier bien étranges…

Sans titre (escalier personnage), *2002, pastel sur papier 66,5 x 79 cm.*

Grandeurs et mesures

Lignes, surfaces et théorèmes

Solides

Diverses mesures

Grandeurs, mesures et... problèmes

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

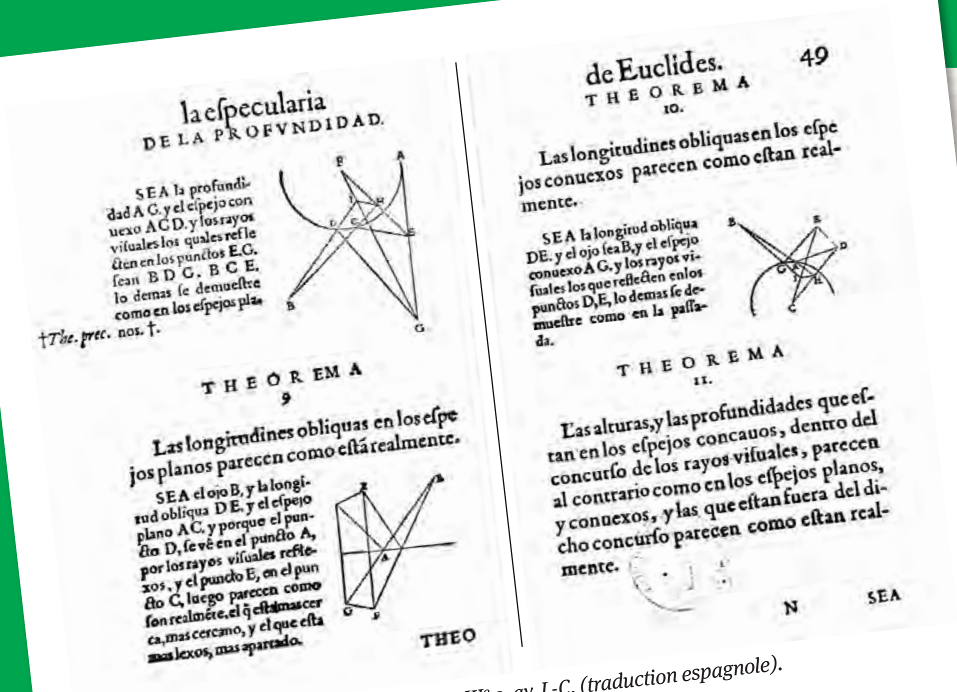
Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.



la especularia

DE LA PROFVNDIDAD.

SEA la profundidad A G. y el espejo conuexo A C D. y los rayos visuales los quales reflecten en los punctos E.G. sean B D G. B C E. lo demas se demuestre como en los espejos planos †.

†The. prec.

THEOREMA 9

Las longitudines obliquas en los espejos planos parecen como está realmente.

SEA el ojo B, y la longitud obliqua D E. y el espejo plano A C. y porque el puncto D, se vê en el puncto A, por los rayos visuales reflexos, y el puncto E, en el puncto C, luego parecen como son realmẽte, el q̃ está mas cerca, mas cercano, y el que esta mas lexos, mas apartado.

THEO

de Euclides. 49

THEOREMA 10.

Las longitudines obliquas en los espejos conuexos parecen como estan realmente.

SEA la longitud obliqua DE. y el ojo sea B, y el espejo conuexo A G. y los rayos visuales los que reflectien en los punctos D, E, lo demas se demuestre como en la passada.

THEOREMA 11.

Las alturas, y las profundidades que estan en los espejos concauos, dentro del concurso de los rayos visuales, parecen al contrario como en los espejos planos, y connexos, y las que estan fuera del dicho concurso parecen como estan realmente.

N SEA

Théorèmes extraits des Eléments *d'Euclide, III*^{e} *s. av. J.-C. (traduction espagnole).*

Périmètre de figures, aire de surfaces, détermination d'angles et de grandeurs diverses… : ces notions semblent bien connues tant les mathématiciens et géomètres grecs ont élaboré des savoirs, des savoir-faire et des outils de mesures depuis des millénaires. Si les théorèmes de Thalès (625-547 av. J.-C.) et de Pythagore (VI^{e} s. av. J.-C.) sont particulièrement connus, de nombreux autres, dus en particulier à Euclide (III^{e} s. av. J.-C.), forment un ensemble de propositions permettant de résoudre de nombreux problèmes.

Un des enjeux des géomètres grecs était la résolution de problèmes à l'aide uniquement du compas et de la règle non graduée ; ces mathématiciens ne sont pas parvenus à répondre pleinement à toutes leurs interrogations. De célèbres problèmes comme la quadrature du cercle, la trisection de l'angle et la duplication du cube ont attendu bien des siècles avant d'être démontrés comme étant… impossibles à effectuer avec règle et compas. Les trois démonstrations reposent sur les mêmes arguments, assez complexes d'ailleurs : c'est l'algèbre du XIX^{e} siècle qui a permis d'établir ces preuves.

Lignes, surfaces et théorèmes

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs, dans diverses unités, par manipulation de lignes et de surfaces
- Mesure des dimensions adéquates, calcul de la longueur d'un cercle et d'un arc de cercle, de l'aire d'un disque et d'un secteur circulaire, du périmètre et de l'aire d'une surface par décomposition en figures simples
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues
- Utilisation du théorème de Pythagore
- Utilisation de la proportionnalité des figures semblables et du théorème de Thalès

Sommaire

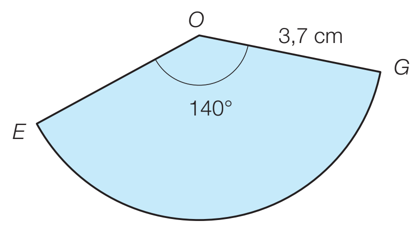
FICHIER Que sais-je ? p. 169

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER GM1

GM2 Un arc et un secteur

Calcule l'aire et le périmètre de ce secteur circulaire.

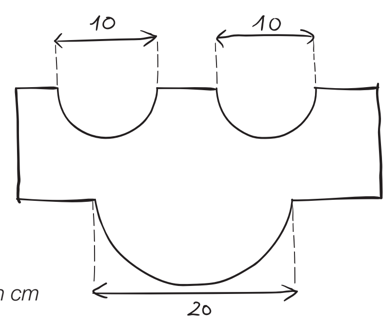


Lignes et surfaces

GM3 Arcs et rectangles

Les deux longueurs d'un rectangle de 40 cm sur 15 cm ont été déformées par trois demi-cercles, comme le montre le croquis ci-contre.

Calcule le périmètre et l'aire de cette figure.

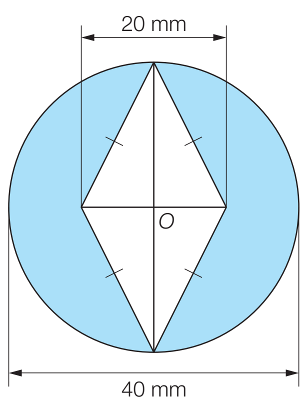


Mesures en cm

GM4 Figures complexes

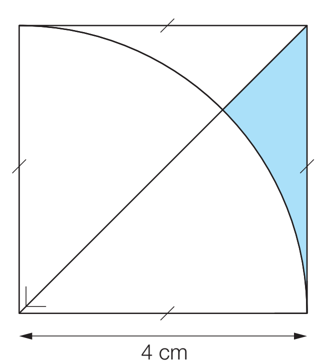
Calcule l'aire de la partie colorée des deux figures ci-dessous.

a)



Cercle de centre O

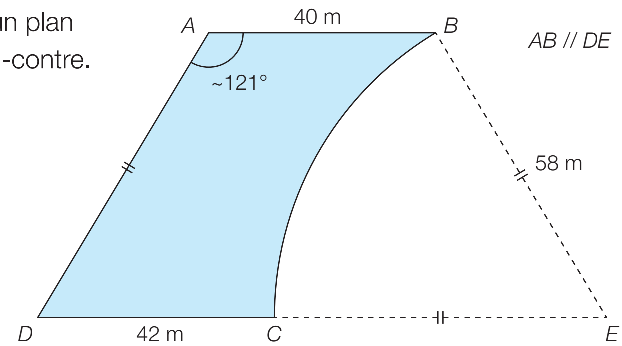
b)



GM5 Plan d'eau

A l'intérieur d'un parc, on décide d'aménager un plan d'eau dont la forme est illustrée par le dessin ci-contre. Un sentier en fera le tour.

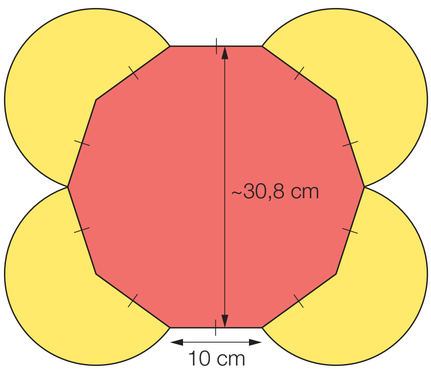
Quelle est la longueur du sentier ?



GM6 Motif

Sur un tapis, tu peux observer le motif brodé ci-contre.

Combien mesure l'aire de la surface brodée ?



GM7 L'horloge

La distance entre le centre de cette horloge et l'extrémité de l'aiguille des minutes est de 30 cm.

Calcule la distance que va parcourir la pointe de l'aiguille des minutes entre 3 h et 4 h 44 min.

GM8 Trouver la mesure

a) Quelle est la mesure de la longueur d'un rectangle dont le périmètre vaut 27 cm et la largeur 4 cm ?

b) Quelle est la mesure de la hauteur d'un triangle dont la longueur de la base correspondante est égale à 6 cm et dont l'aire vaut 16,5 cm^2 ?

c) Quelle est la mesure du rayon d'un cercle dont le périmètre est égal à 5π cm ?

GM9 A partir de la formule

a) Calcule la longueur de la base d'un triangle dont la hauteur correspondante mesure 7 cm et l'aire 4 cm^2.

b) Le périmètre d'un triangle équilatéral est de 10,5 cm. Son aire est d'environ 5,3 cm^2.

Calcule la mesure de sa hauteur.

GM10 Les dimensions du trapèze

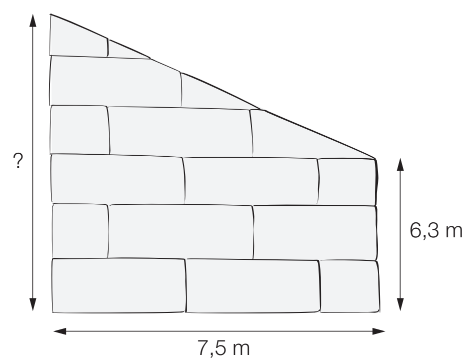
a) Quelle est la hauteur d'un trapèze dont l'aire vaut 95 m^2, la grande base 12 m et la petite base 7 m ?

b) L'aire d'un trapèze vaut 9,3 cm^2 ; sa grande base mesure 6,8 cm et sa hauteur 1,5 cm.

Quelle est la mesure de sa petite base ?

c) L'aire du mur de cette maison est de 52,875 m^2.

Quelle est la mesure de sa hauteur maximale ?



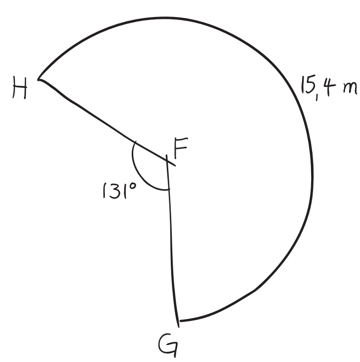
GM11 Autour du disque

a) Peut-on mettre un DVD dont l'aire est de 49π cm^2 dans une pochette carrée de 13,5 cm de côté ?

b) Une place de jeu circulaire est entourée d'une barrière dont la longueur totale est de 86,4 m. Quelle est l'aire de cette place de jeu ?

GM12 A propos d'arc et de secteur

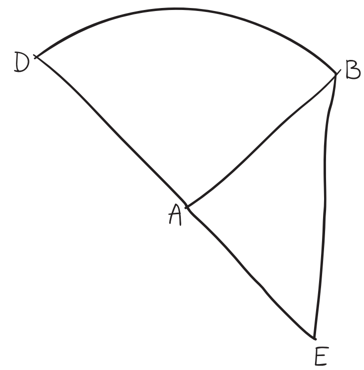
a) Quel est le périmètre de ce secteur circulaire de centre *F* ?



SUITE ➜

b) L'aire du secteur circulaire *ABD* est de 17,5 dm^2.
Les points *D*, *A* et *E* sont alignés. *AB* = 4,8 dm.

Le triangle *ABE* est-il rectangle en *A* ?

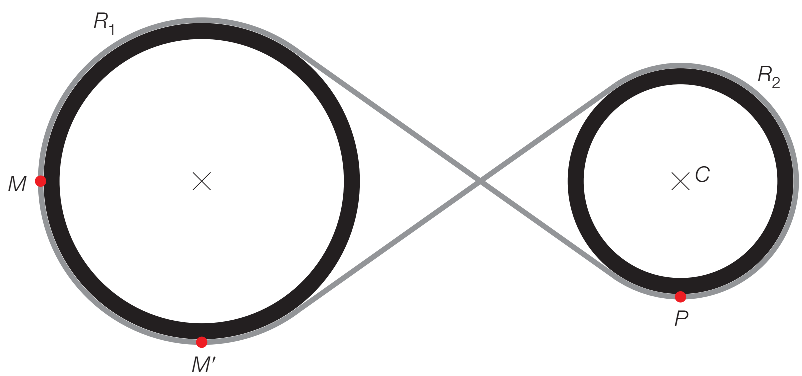


FICHIER GM13 à GM16

GM17 Transmission par courroie

Dans un système de transmission par courroie croisée, deux roues tournent en sens inverse l'une de l'autre.

Dans le système illustré ci-dessous, la roue R_1, de 60 cm de rayon, tourne d'un quart de tour de façon que le point *M* se retrouve en *M'*.



a) Calcule la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{MM'}$.

b) La roue R_2, entraînée par R_1, a tourné autour de son centre *C*.

Le sens de rotation effectuée par la roue R_2 est-il positif ou négatif ?

c) Le point *P* se retrouve en *P'* (non représenté).

L'angle $\widehat{PCP'}$ mesure 216°.

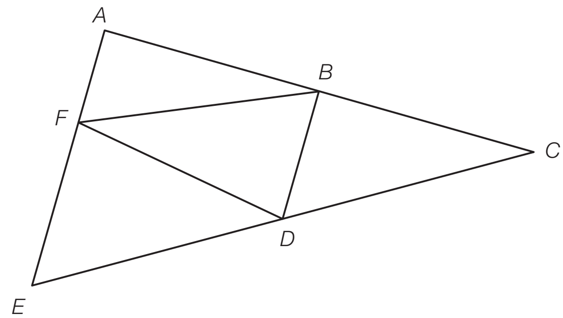
Calcule le rayon de la roue R_2.

FICHIER Que sais-je ? p. 173

Pour réactiver certaines connaissances

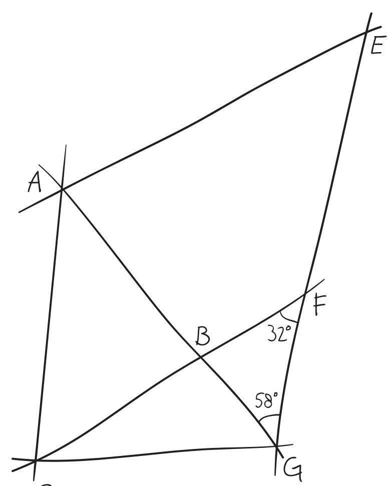
GM18 A vue d'œil !

A vue d'œil, nomme tous les triangles de cette figure qui te paraissent rectangles en précisant pour chacun d'eux quelle serait l'hypoténuse.



GM19 Des triangles rectangles

Dans le croquis ci-dessous, nomme tous les triangles tracés dont on est sûr qu'ils sont rectangles.

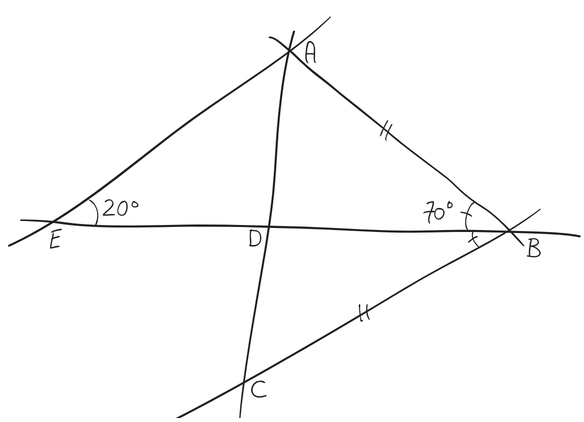


AE // CF

GM20 Rectangle ou pas ?

Le triangle *ABE* est-il rectangle ?

Et le triangle *ADE* ?



GM21 Diagonales perpendiculaires

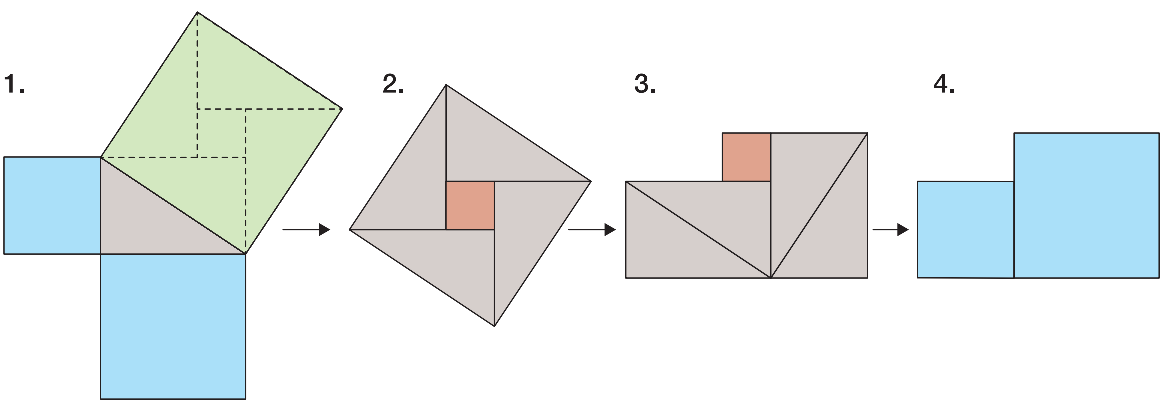
a) Existe-t-il un trapèze non losange dont les diagonales sont perpendiculaires ?

b) Que dire d'un parallélogramme qui a ses diagonales perpendiculaires ?

Théorème de Pythagore

GM22 Voyez !

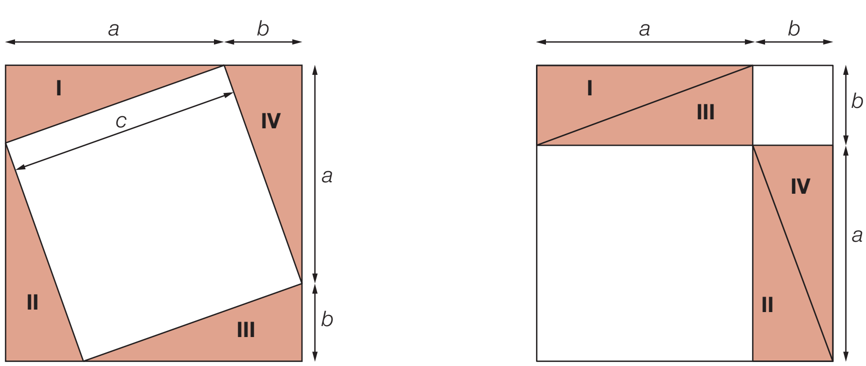
Telle est la seule indication qui accompagne ces figures, imaginées par Bhaskara (école indienne, 1050 apr. J.-C.). Mais qu'y a-t-il à voir ?



GM23 Tapis de laine

Ces deux mêmes tapis carrés ont été décorés à l'aide de quatre triangles rectangles isométriques.

a) Quel est le motif qui nécessite le plus de laine blanche ?

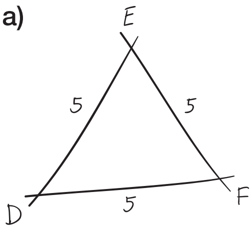


b) Quelle relation mathématique peux-tu établir entre *a*, *b* et *c* ?

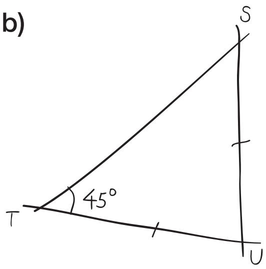
GM24 Le sont-ils ?

Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?

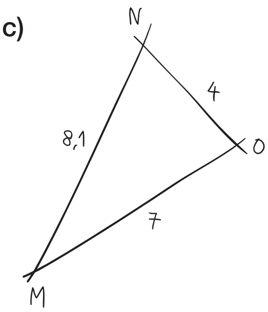
a)



b)



c)



Mesures exprimées en centimètres

GM25 Vérifions !

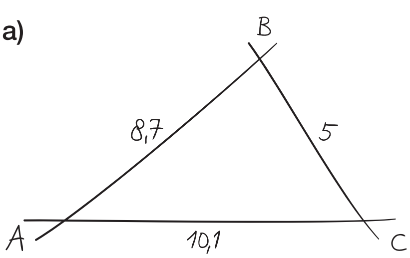
a) Construis un triangle *MNP* tel que les longueurs de ses côtés valent : *MN* = 11,2 cm, *MP* = 6 cm et *NP* = 12,8 cm. A vue d'œil, ce triangle est-il rectangle ?

b) Vérifie ta réponse en utilisant le théorème de Pythagore.

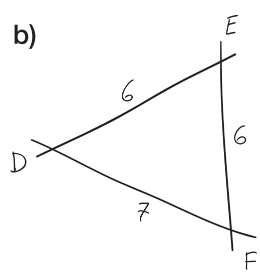
GM26 Six triangles rectangles ?

Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?

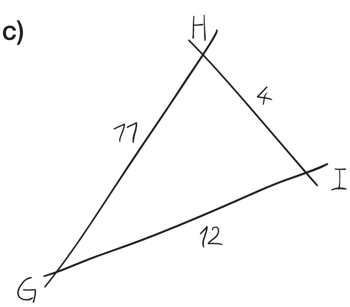
a)



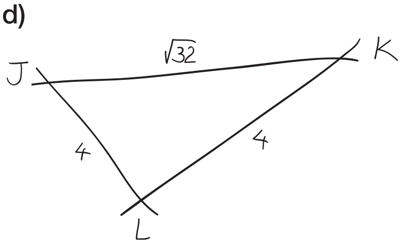
b)



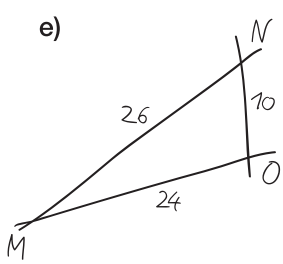
c)



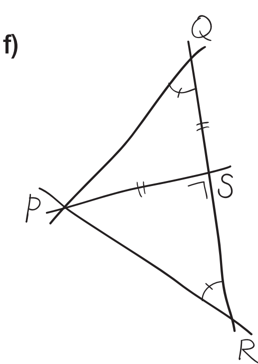
d)



e)



f)



Mesures exprimées en centimètres

GM27 Quel est le troisième ?

ABC est un triangle rectangle en *C*.

Dans chacun des cas suivants, calcule la longueur du côté manquant.

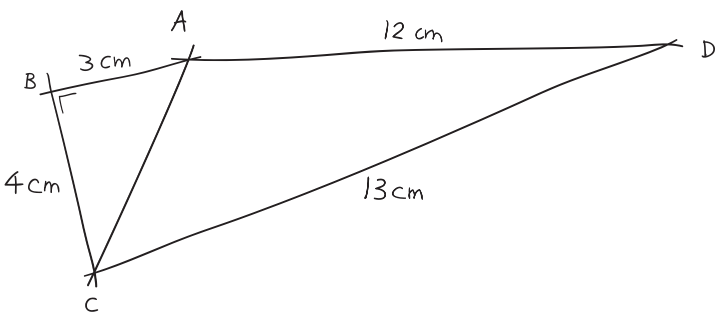
Cas 1 : $AC = 15$ cm et $BC = 8$ cm.

Cas 2 : $AB = 2{,}9$ m et $BC = 20$ dm.

Cas 3 : $AB = 8{,}5$ cm et $AC = 55$ mm.

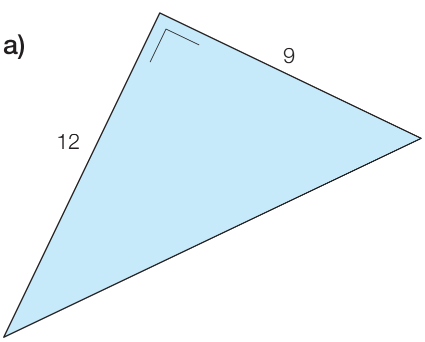
GM28 Encore rectangle ?

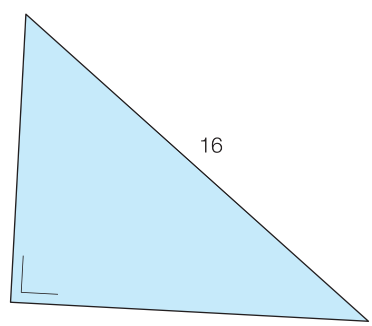
D'après le croquis ci-dessous, le triangle *ADC* est-il rectangle ?

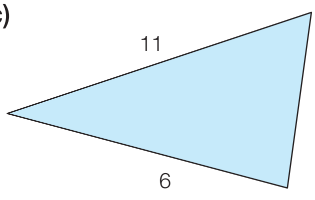


GM29 Si tu peux !

Calcule, si possible, la (ou les) mesure(s) manquante(s) des côtés de chaque triangle.

a)


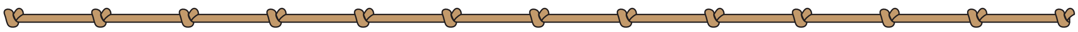
b)


c)


Mesures exprimées en centimètres

GM30 La corde à treize nœuds

Les anciens Egyptiens utilisaient une corde à treize nœuds, régulièrement espacés, pour obtenir des angles droits.



Ils pouvaient, par exemple, facilement vérifier que leurs champs étaient rectangulaires.

Comment s'y prenaient-ils ?

GM31 Le côté manquant

Pour les trois triangles rectangles suivants, calcule la mesure du côté manquant.

a) Triangle ABC, rectangle en B, avec $AB = 8$ dm et $BC = 15$ dm.

b) Triangle DEF, rectangle en F, avec $DF = 8$ m et $DE = 8{,}2$ m.

c) Triangle GHI, rectangle en I, avec $GH = 0{,}85$ dam et $HI = 0{,}13$ dam.

GM32 L'échelle

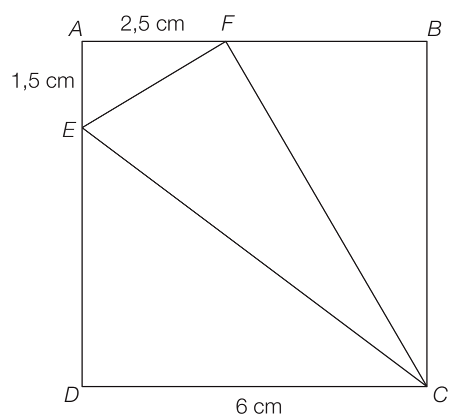
Stéphane veut rendre visite à son amoureuse. Pour y parvenir, il doit passer par la fenêtre de sa chambre. Stéphane positionne une échelle de telle manière que le haut de celle-ci arrive juste au bas de la fenêtre, à 4 m au-dessus du sol. Les pieds de l'échelle se retrouvent alors à une distance horizontale de 1,50 m du bas du mur.

Quelle est la longueur de l'échelle ?

GM33 Un triangle dans un carré

ABCD est un carré de 6 cm de côté.

Le triangle *EFC* est-il rectangle ?



GM34 Le skate

Dans un collège, les élèves disposent de casiers dont les dimensions sont : 40 cm de large, 80 cm de haut et 30 cm de profondeur.

Vladimir peut-il y déposer son skate de 95 cm ?

GM35 Le carton

Une boîte en carton a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont 56 cm x 72 cm x 33 cm. A l'intérieur, une ficelle est tendue d'un sommet à l'autre.

Quelle peut être la longueur maximale de cette ficelle ?

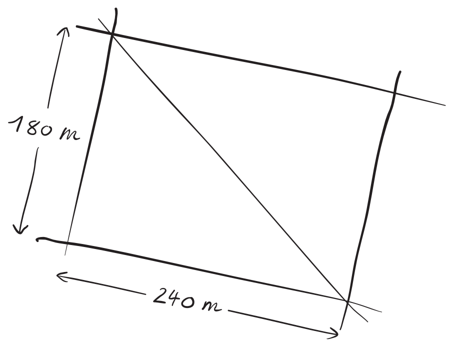
GM36 Drôles de pistes

Corinne s'entraîne sur la piste rectangulaire et Brigitte sur l'une des pistes triangulaires schématisées ici.

Elles courent à la même vitesse et pendant la même durée.

Corinne fait six tours de piste.

Et Brigitte ?



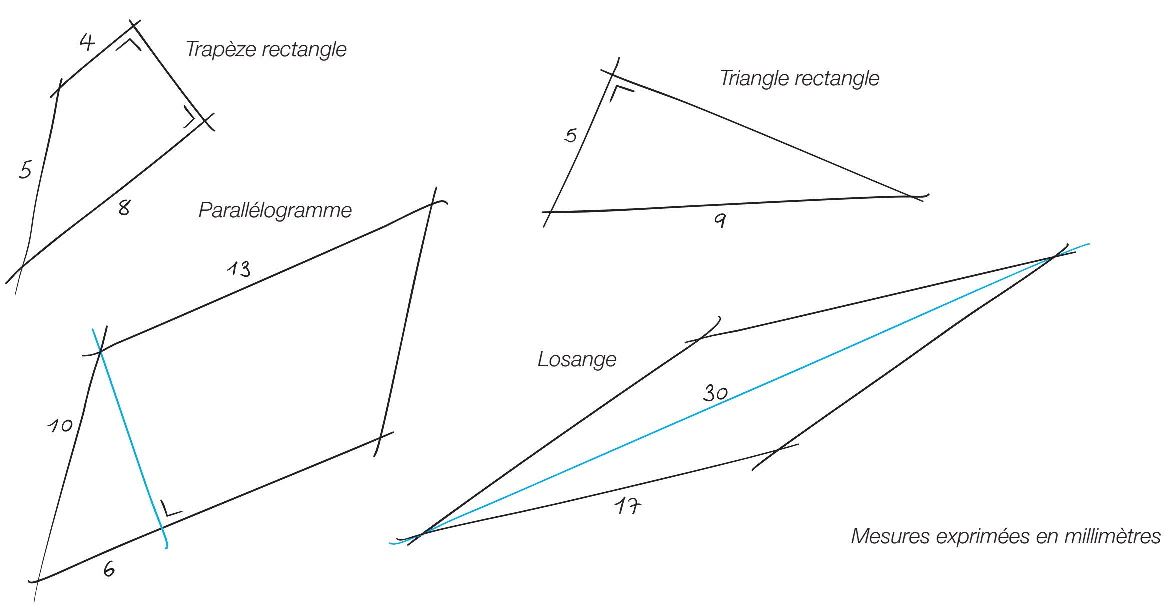
GM37 Le téléviseur

Daniela souhaite s'acheter un nouveau téléviseur au format 16 : 9. Dans ce format, la largeur de l'écran vaut les seize neuvièmes de sa hauteur.

Quelle est la dimension de la diagonale de l'écran si la hauteur vaut 553 mm ?

GM38 Polygones et angles droits

Calcule l'aire de chacun de ces polygones.



GM39 Le losange et le carré

a) Les diagonales d'un losange mesurent 12 cm et 16 cm.
Quel est le périmètre de ce losange ? Et son aire ?

b) La diagonale d'un carré mesure 11 cm.
Quel est le périmètre de ce carré ? Et son aire ?

GM40 D'un sommet à une droite

a) Le triangle *DEF*, rectangle en *F*, est tel que *DF* = 12 cm et *DE* = 37 cm.

Quelle est la mesure du côté *EF* ?

b) Les dimensions d'un rectangle sont 10 cm et 24 cm.

Quelle est la distance entre un sommet et la diagonale ne passant pas par ce sommet ?

GM41 Pyramide décorée

La pyramide de Khéops se trouve à proximité du Caire, en Egypte.

C'est une pyramide régulière de 147 m de hauteur, construite sur une base carrée de 230 m de côté.

Un artiste souhaiterait décorer la pyramide de Khéops au moyen de guirlandes lumineuses placées le long de chacune de ses arêtes.

Calcule la longueur totale de guirlandes dont il aurait besoin.

La pyramide de Khéops fait partie des sept merveilles du monde antique ; elle est la seule encore visible de nos jours. La liste décrivant ces sept merveilles fut adoptée après le règne d'Alexandre le Grand (356-323 av. J.-C.) d'après quatorze listes provenant d'auteurs différents. Les monuments sélectionnés devaient répondre à des normes de beauté, de grandeur et de prouesse technique.

Ont été retenus :

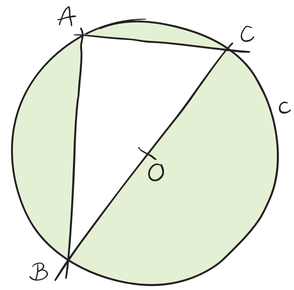
- La pyramide de Khéops
- Les jardins suspendus de Babylone
- La statue de Zeus
- Le temple d'Artémis
- Le mausolée d'Halicarnasse
- Le colosse de Rhodes
- Le phare d'Alexandrie

FICHIER Faire le point p. 175

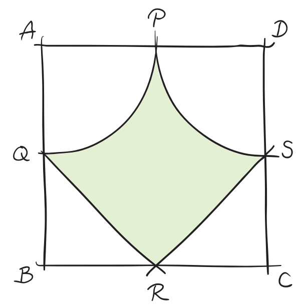
Pour consolider et approfondir

GM42 Aires composées

a) Calcule l'aire de la partie colorée de la figure.
O est le centre du cercle *c*.
AC = 5 cm et *AB* = 12 cm



b) Calcule l'aire et le périmètre de la partie colorée de la figure.
ABCD est un carré de 8 cm de côté.
P, *Q*, *R* et *S* sont les milieux de ses côtés.

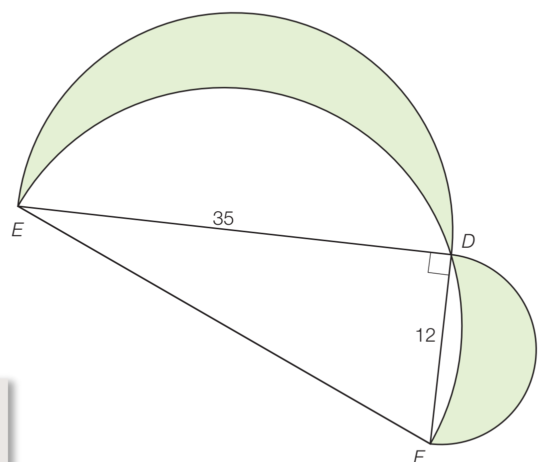


GM43 Lunules

Les trois arcs de cercle $\overset{\frown}{EF}$, $\overset{\frown}{ED}$ et $\overset{\frown}{DF}$ sont des demi-cercles.

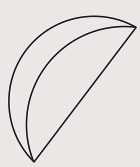
a) Calcule la somme des aires des deux lunules et compare-la à l'aire du triangle *DEF*.

b) Le résultat trouvé en a) est-il vrai quelque soit le triangle rectangle de départ ?



Mesures exprimées en centimètres

En géométrie, une lunule est une surface en forme de croissant de lune, délimitée par deux arcs de cercles de rayons différents sous-tendus d'une même corde.



En 500 av. J.-C., Hippocrate de Chios est resté célèbre pour avoir été le premier à démontrer la solution du problème qui t'est proposé.
Il ne faut pas le confondre avec Hippocrate le Grand, médecin grec, à qui l'on doit le fameux serment d'Hippocrate de déontologie médicale que doivent prêter les nouveaux médecins.

GM44 Le milieu du lac

Supposons qu'on tende une corde de 38 km entre les rives du lac de Neuchâtel, de Marin (NE) à Yverdon (VD), de telle manière que ses deux extrémités se situent à la surface du lac.

Comme la Terre est ronde, la corde trempera dans l'eau.

Dans ces conditions, à quelle profondeur se trouvera le milieu de la corde, par rapport au niveau de l'eau ?

GM45 En fonction du côté

a) Exprime la mesure de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle en fonction de la mesure de l'un des côtés de son angle droit.

b) Exprime l'aire d'un triangle équilatéral en fonction de la mesure de son côté.

GM46 Bora-Bora

A 350 m au-dessus de la mer, au sommet d'un volcan sur l'île de Bora-Bora, Maurice scrute désespérément l'horizon à la recherche d'un voilier qui viendrait le secourir.

Quelle est la distance maximale à laquelle porte son regard ?

Bora-Bora, surnommée la « perle du Pacifique », est une île située dans l'archipel de la Société, en Polynésie française. En récompense de son action pour la protection de l'environnement, elle a reçu en 2007 une Marianne d'Or, trophée qui honore les communes françaises de métropole et d'outre-mer pour leurs initiatives et leurs actions politiques.

C'est sur cette île que Paul-Emile Victor, célèbre explorateur français né en 1902, s'est installé en 1976 ; il contribua au développement de cette région et y mourut en 1995.

FICHIER Que sais-je ? p. 177

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER GM47

GM48 Comment faire ?

a) Dessine deux triangles semblables et un troisième qui n'est pas semblable aux deux premiers. Indique pour chacun la valeur des angles et des côtés.

b) Comment peut-on déterminer si deux triangles sont semblables ?

GM49 Proportions

Calcule la valeur de x dans chacun des cas.

a) $\frac{x}{36} = \frac{5}{18}$

b) $\frac{10}{7} = \frac{8}{x}$

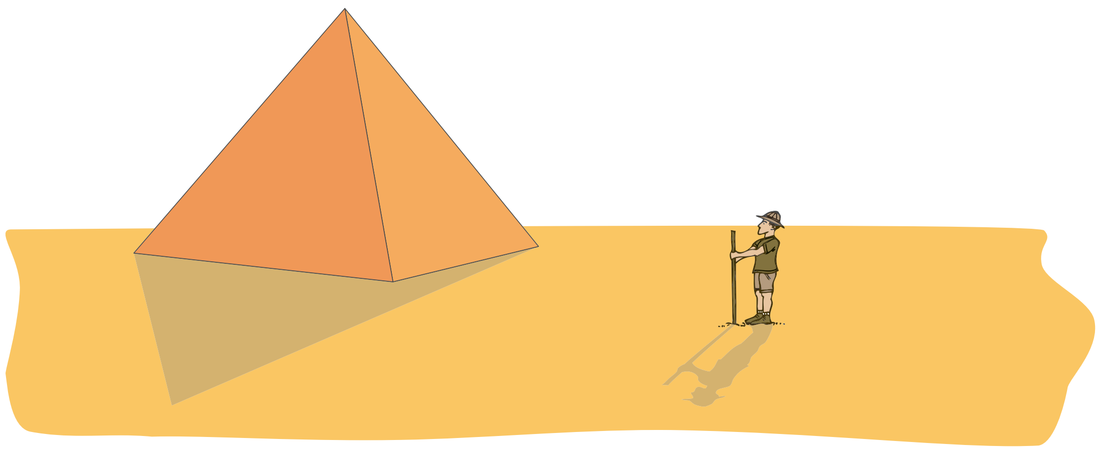
c) $\frac{5}{x} = 1{,}25$

d) $\frac{15{,}8}{5} = \frac{x}{1{,}4}$

Théorème de Thalès

GM50 Hauteur inaccessible

Comment déterminer approximativement la hauteur d'une pyramide un jour de soleil si l'on dispose d'un bâton dont on connaît la longueur ?



GM51 Calculer la hauteur

Comment déterminer la hauteur d'un lampadaire sans y monter, si l'on dispose d'un bâton de 1 m de long et d'une chevillère ?

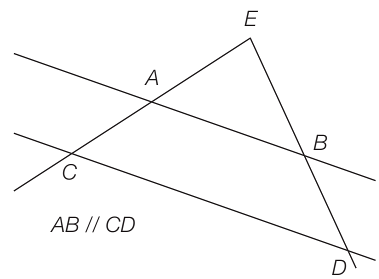
FICHIER GM52

GM53 Homothétie et théorème de Thalès

a) A l'aide des lettres du dessin, exprime le rapport de l'homothétie de centre E par laquelle l'image de A est C.

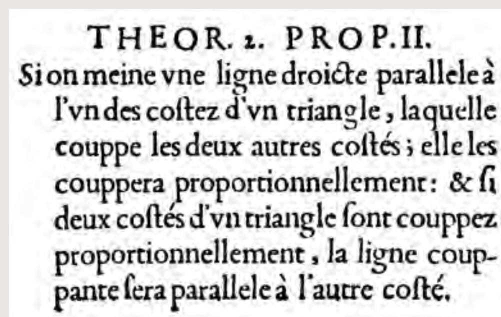
b) Quelle est l'image de B par cette homothétie ?

c) Ecris trois rapports de longueurs égaux, à l'aide des lettres du dessin.



Le théorème de Thalès est une propriété de proportionnalité déjà connue des Babyloniens et dont la première démonstration connue est présentée dans l'ouvrage *Eléments* (proposition 2 du livre VI) d'Euclide (vers 325-265 av. J.- C.). Ces rapports fondent les constructions de figures homothétiques et les agrandissements de figures.

Ce théorème est attribué au mathématicien et philosophe grec Thalès de Milet (vers 625-547 av. J.-C.) qui, selon la légende, a calculé la hauteur des pyramides d'Egypte, en comparant la longueur de l'ombre au sol de chaque pyramide et la longueur de l'ombre d'un bâton.

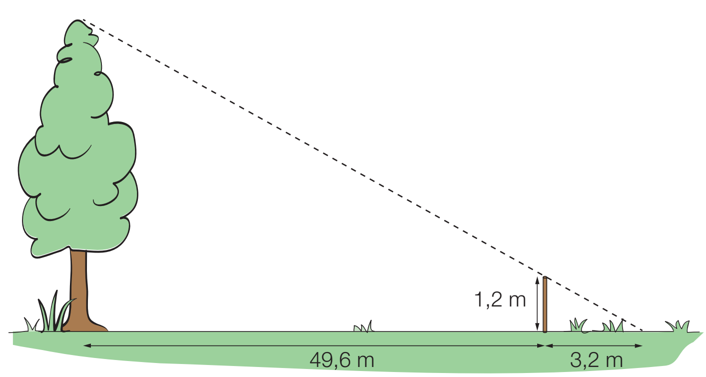

THEOR. 2. PROP. II.
Si on meine vne ligne droicte parallele à l'vn des coſtez d'vn triangle, laquelle couppe les deux autres coſtés ; elle les couppera proportionnellement : & ſi deux coſtés d'vn triangle ſont couppez proportionnellement, la ligne couppante ſera parallele à l'autre coſté.

Extrait des Eléments *d'Euclide.*

FICHIER GM54 à GM57

GM58 Dispositif ingénieux

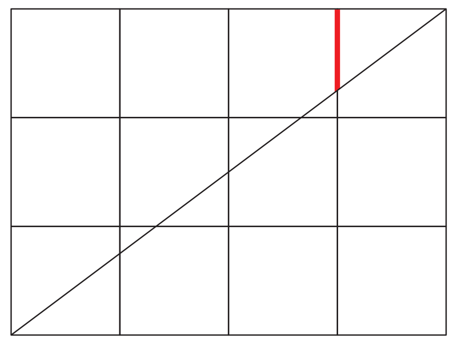
Quelle est la hauteur de cet arbre ?



GM59 Quadrillage

La figure ci-contre est formée de douze carrés de 60 cm de côté.

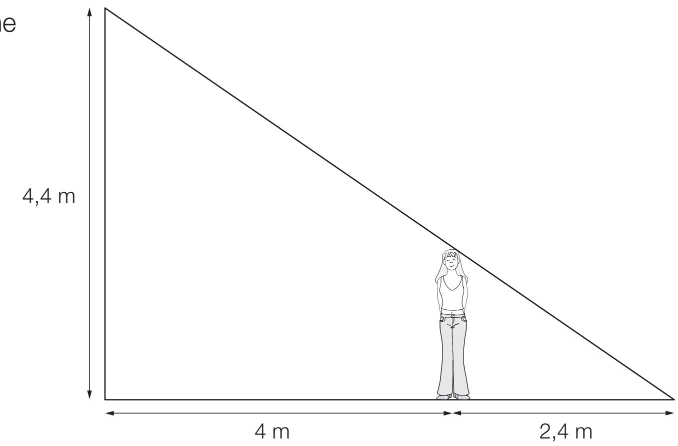
Calcule la longueur du segment rouge.



GM60 Mansardé

Dans sa chambre sous le toit, Elina touche le plafond avec sa tête si elle se trouve à l'endroit indiqué par le croquis ci-contre.

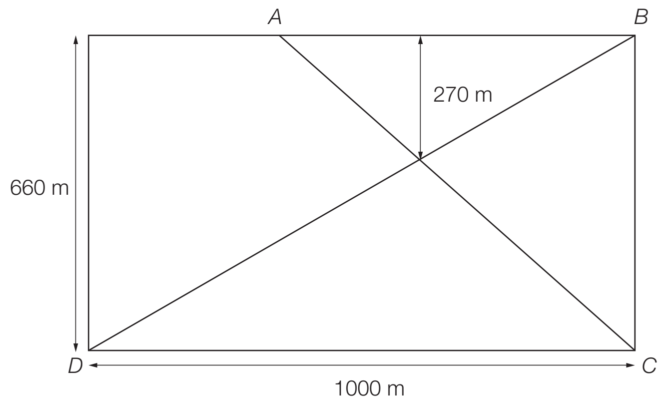
Quelle est sa taille ?



GM61 La longueur des chemins

Dans un parc rectangulaire, deux chemins rectilignes relient les quatre entrées *A*, *B*, *C* et *D*.

Calcule la longueur de chacun des chemins *AC* et *BD*.



FICHIER GM62 à GM64

GM65 De l'ombre à la lumière

Une fille de 1,50 m se trouve à 6 m d'un lampadaire. Son ombre mesure 2,40 m.

Calcule la hauteur du lampadaire.

GM66 Jessie, Admir et Claire

Sur une route à pente constante, Jessie a 2,4 km d'avance sur Admir qui a 1,4 km d'avance sur Claire. Claire se situe à une altitude de 560 m et Admir à une altitude de 840 m.

A quelle altitude se trouve Jessie ?

Figures semblables

FICHIER GM67 et GM68

GM69 Vraisemblable ou faux-semblant ?

a) Deux rectangles sont-ils toujours semblables ?

b) Et deux carrés ?

c) Deux triangles équilatéraux ?

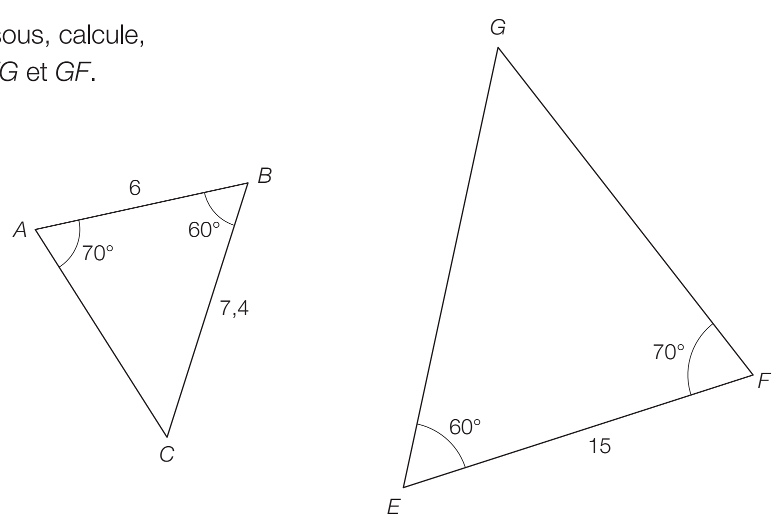
d) Deux triangles isocèles ?

e) Deux polygones réguliers ?

f) Deux cercles ?

GM70 Si possible

A l'aide des deux triangles ci-dessous, calcule, si possible, la mesure des côtés *EG* et *GF*.



Mesures exprimées en centimètres

FICHIER GM71 à GM73

FICHIER Faire le point p. 187

Encore quelques problèmes

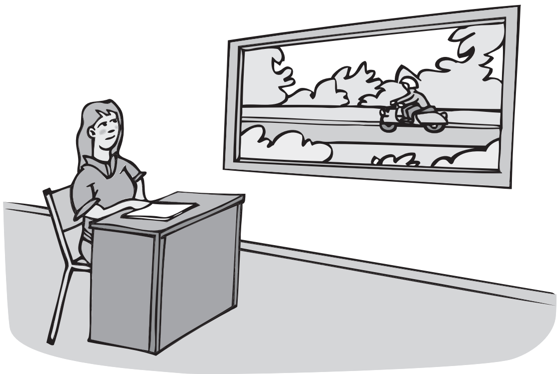
FICHIER GM74 à GM78

GM79 Par la fenêtre

En classe, Marielle est assise à 1 m de la fenêtre ; cette dernière mesure 2 m de large. La route est parallèle à la façade de l'école et située à 15 m de celle-ci.

Marielle voit passer Damien sur son scooter pendant quatre secondes.

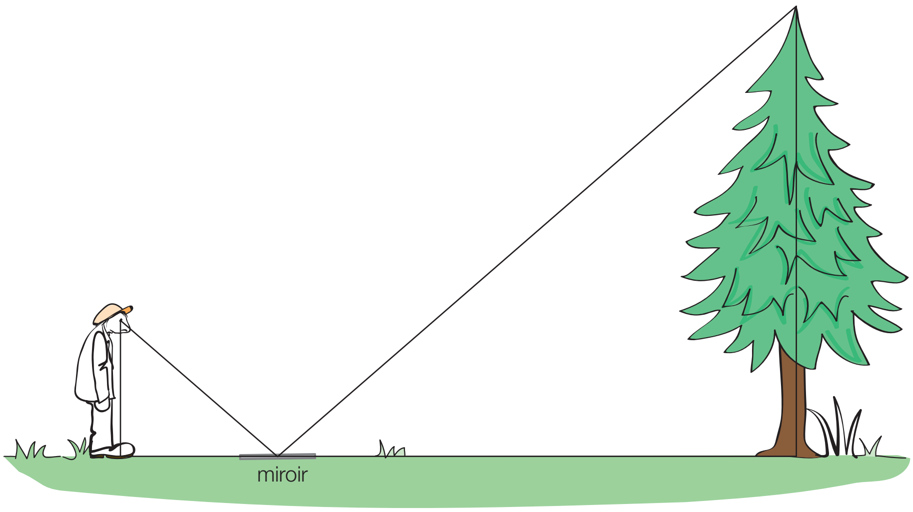
Quelle est la vitesse de Damien ?



GM80 Miroir, mon beau miroir…

Aloys prétend être capable d'évaluer la hauteur de ce sapin.

Comment procède-t-il ?



FICHIER GM81

Crinkly avec disque rouge, *A. Calder, 1973*.

Associés à des figures planes, pyramides et cônes, cylindres et autres solides, réguliers ou non, tronqués ou non, s'élèvent et se combinent avec légèreté et élégance dans les mobiles d'Alexander Calder. Sculpteur et peintre américain, Calder (1898-1976) s'est inspiré au départ de toiles abstraites des peintres Joan Miró et Piet Mondrian ; à partir de la fin des années 1920, il a cherché à les traduire dans un langage formel en trois dimensions :

« Pourquoi l'art devrait-il être statique ? En regardant une œuvre abstraite, qu'il s'agisse d'une sculpture ou d'une peinture, nous voyons un ensemble excitant de plans, de sphères, de noyaux sans aucune signification. Il est peut-être parfait mais il est toujours immobile. L'étape suivante en sculpture est le mouvement », A. Calder, 1932.

Ses œuvres très connues et aisément reconnaissables occupent parfois l'espace public, comme ci-dessus à Stuttgart, ou sont exposées dans des musées. On en trouve dans le monde entier.

Solides

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs, dans diverses unités, par manipulation de solides
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du volume et de l'aire de prismes droits, de cylindres, de pyramides, de sphères ainsi que du volume de cônes
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 191

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER GM82 à GM84

Encore quelques problèmes

GM85 L'aquarium

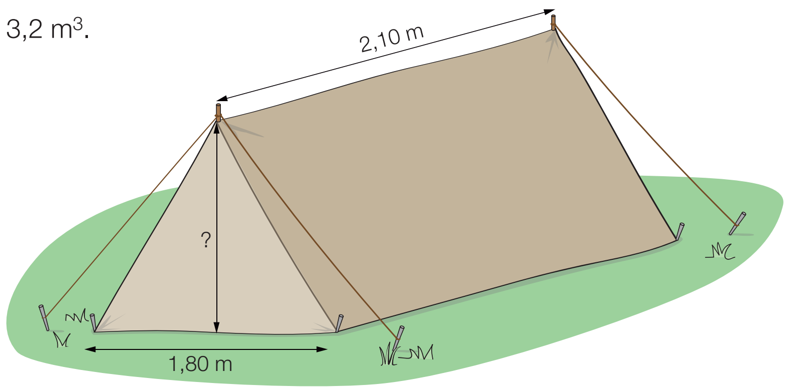
Un aquarium a la forme d'un parallélépipède rectangle. Sa base est un rectangle dont la longueur est de 120 cm et la largeur de 45 cm. On y a mis 126 dm^3 d'eau.

Quelle est la hauteur de l'eau dans l'aquarium ?

GM86 La tente

Le volume de cette tente est de 3,2 m^3.

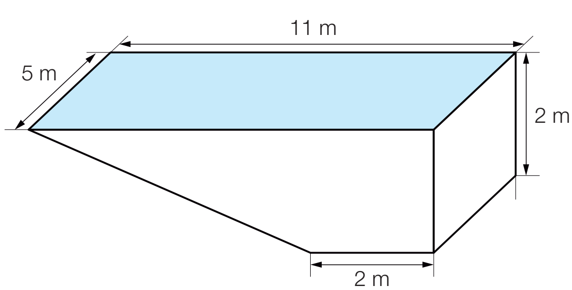
Quelle est sa hauteur ?



FICHIER GM87

GM88 La piscine est un prisme !

Calcule le volume de cette piscine en forme de prisme droit dont la base est un trapèze rectangle.



Mesures du cylindre

GM89 Cylindres de papier

a) Découpe deux rectangles de papier de 16 cm sur 25 cm pour en faire deux cylindres droits, sans fond, sans couvercle et sans aucun recouvrement, mais différents.

Ces deux cylindres ont-ils le même volume ? Justifie.

b) Découpe d'autres rectangles de même aire que les deux premiers, mais de dimensions différentes.

Fais-en des cylindres et calcule leur volume.

GM90 Cent DVD

Pour empiler 100 DVD (12 cm de diamètre et 1,2 mm d'épaisseur), une boîte cylindrique de 1400 cm^3 de volume suffit-elle ?

GM91 Plus haut que large

Calcule le volume d'un cylindre droit de 30 cm de rayon et de 80 cm de hauteur.

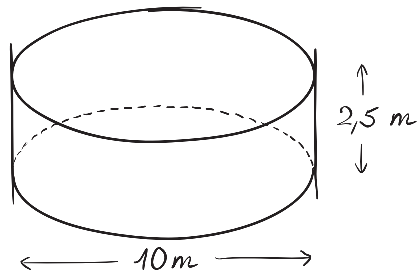
FICHIER GM92

GM93 La cuve

a) Quel volume d'eau la cuve cylindrique ci-dessous peut-elle contenir ?

b) Si l'on voulait doubler son volume en conservant le même diamètre, quelle devrait être sa nouvelle profondeur ?

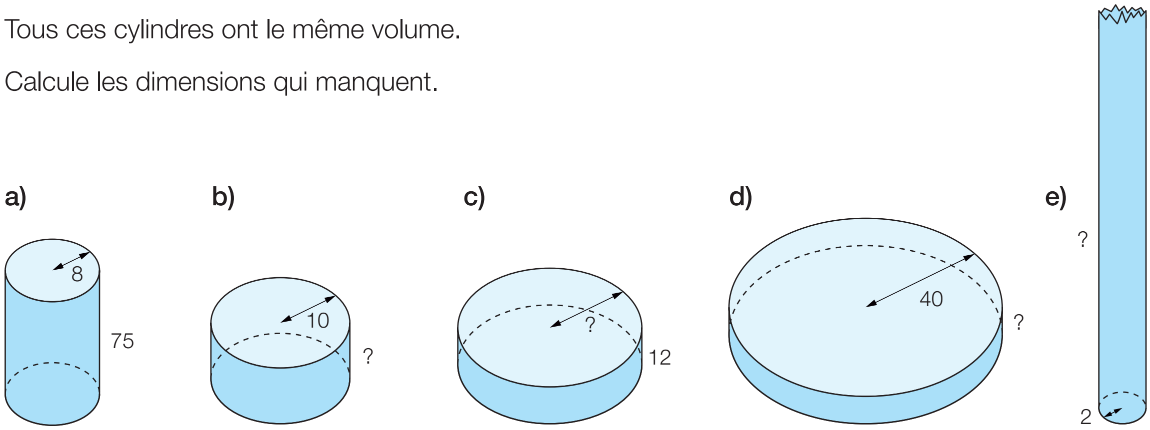
c) Si l'on voulait diviser son volume par deux en conservant la même profondeur, quel devrait être son nouveau diamètre ?



GM94 Toutes sortes de cylindres

Tous ces cylindres ont le même volume.

Calcule les dimensions qui manquent.



Mesures exprimées en centimètres

GM95 Porte-parapluies

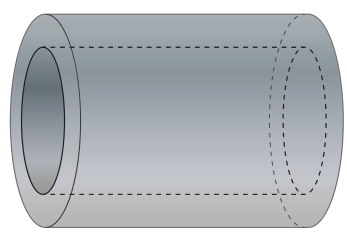
Un porte-parapluies cylindrique en matière synthétique a des parois et un fond de 0,8 cm d'épaisseur. Son volume intérieur est de 19 350 cm^3 et sa hauteur extérieure mesure 60 cm.

Quel est son diamètre intérieur ?

GM96 Portion de tuyau

Le rayon intérieur de cette portion de tuyau mesure 6 cm, son épaisseur mesure 1,2 cm et sa longueur mesure 15 cm.

Quel est son volume ?



GM97 Le château d'eau

Une petite ville possède un château d'eau. Il est constitué d'un réservoir cylindrique situé à 15 m du sol. Ce réservoir a un rayon de 4 m et une hauteur de 8 m. Il est rempli d'eau aux trois quarts de sa hauteur.

a) Quel volume d'eau ce réservoir peut-il contenir au maximum ?

b) Quelle quantité d'eau est actuellement contenue dans le réservoir ?

c) Une douche nécessite environ 80 litres d'eau. Combien de douches les habitants de cette petite ville pourraient-ils prendre avec le volume d'eau actuellement contenu dans le réservoir du château d'eau ?

d) De combien le volume du réservoir augmenterait-il si son rayon et sa hauteur étaient triplés ?

FICHIER **Faire le point p. 194**

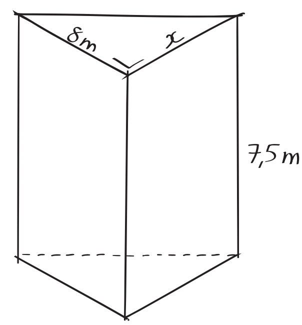
Pour consolider et approfondir

GM98 Le segment *x*

Le volume de ce prisme droit est de 150 m^3.

a) Calcule la longueur du segment x.

b) Quelle est l'aire totale de ce prisme ?



GM99 La colonne Morris

Les colonnes Morris, cylindres d'affichage d'un diamètre de 1,20 m, sont utilisées dans certaines villes d'Europe. Elles offrent une surface disponible d'une hauteur de 2,40 m.

Combien d'affiches hautes de 1,20 m et larges de 90 cm peut-on y coller ?

La colonne Morris est un élément que l'on rencontre souvent dans les rues parisiennes, mais également dans d'autres grandes villes européennes comme Genève ; elle est généralement réservée à l'affichage publicitaire des événements culturels (concert, film, pièce de théâtre, etc.).

En 1839, le préfet de la Seine Gabriel Delessert a fait ériger des colonnes à Paris pour servir de support à l'affichage municipal. Les colonnes Morris doivent leur nom à l'imprimeur Gabriel Morris qui en a obtenu la concession à des fins publicitaires en 1868.

Une colonne Morris à Onex (Genève)

GM100 Vase à fleurs

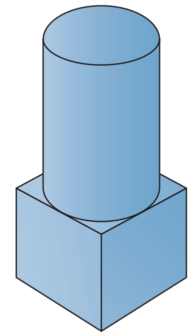
Quelle est la hauteur d'un vase à fleurs cylindrique de 16 cm de diamètre si sa capacité totale est de 18,1 l ?

FICHIER GM101

GM102 Cylindre sur cube

Ce corps est composé d’un cube surmonté d’un cylindre. L’arête du cube vaut 20 mm, tandis que la hauteur du cylindre vaut 28 mm.

Calcule son volume total et son aire totale.

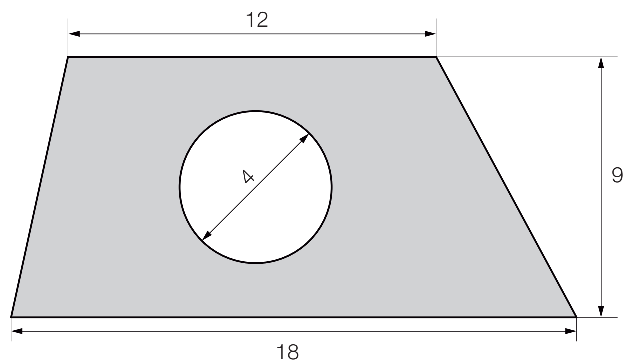


GM103 Plaque percée

Cette plaque d’acier a une épaisseur de 0,5 cm.

Quel est son volume ?

Mesures en cm



GM104 Gravier

Dans un parc public, sur une largeur de 1,5 m autour d’un bassin circulaire de 11 m de diamètre, on étend du gravier. L’épaisseur de la couche de gravier est de 8 cm.

Quel est le volume de gravier nécessaire ?

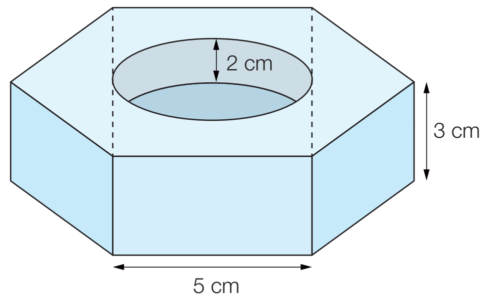
GM105 Paquet cadeau

Pour ficeler en croix un paquet cubique, on utilise 2,55 m de ruban, comprenant 15 cm pour le nœud.

Quel est le volume du paquet ?

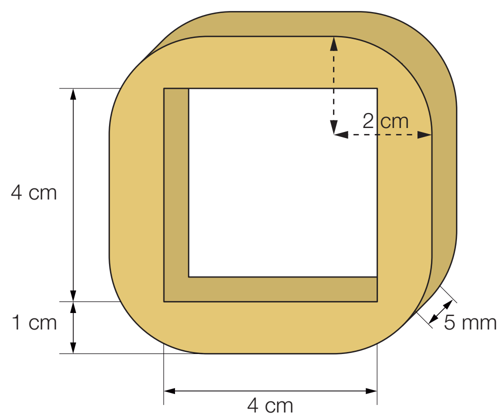
GM106 Bougeoir

Quel est le volume de ce bougeoir en terre cuite, réalisé à partir d'un hexagone régulier ?



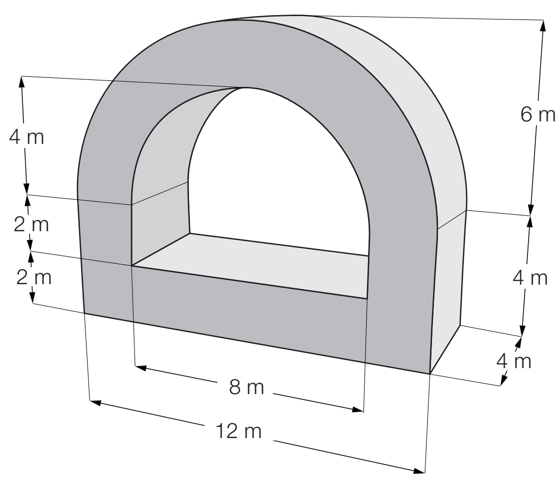
GM107 Boucle de ceinture

Quel est le volume de cette boucle de ceinture ?



GM108 Arche

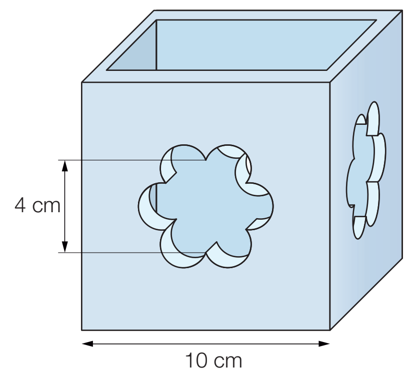
Calcule le volume de ce solide.



GM109 Photophore

On désire réaliser un photophore en terre cuite, dont toutes les faces latérales sont percées selon le schéma ci-contre. Les parois et le fond du cube devront avoir une épaisseur de 5 mm.

Quel est le volume de terre cuite de ce photophore ?



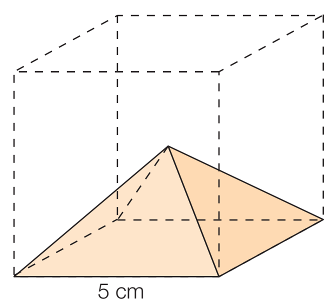
Pyramide, cône et sphère

GM110 Du cube à la pyramide

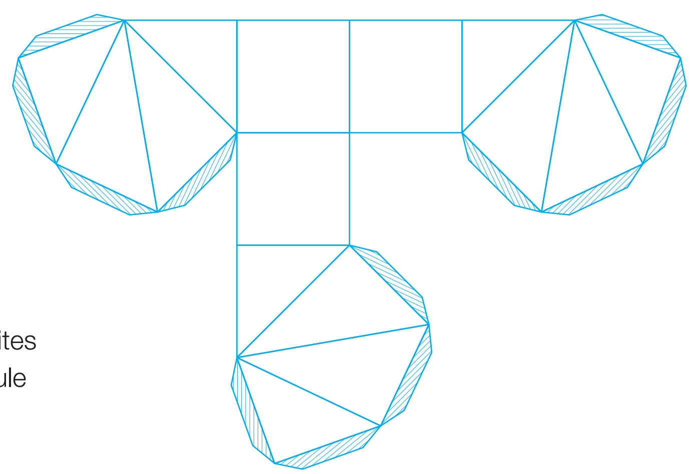
a) Cette pyramide a pour base une face d'un cube et pour sommet le centre de ce même cube.

Dessine un de ses développements, puis construis la pyramide elle-même.

Quel est son volume ?



b) Construis le solide dont voici le développement (auquel on a ajouté des onglets de collage) :



c) En t'appuyant sur les constatations faites aux points **a)** et **b)**, propose une formule générale pour calculer le volume de n'importe quelle pyramide.

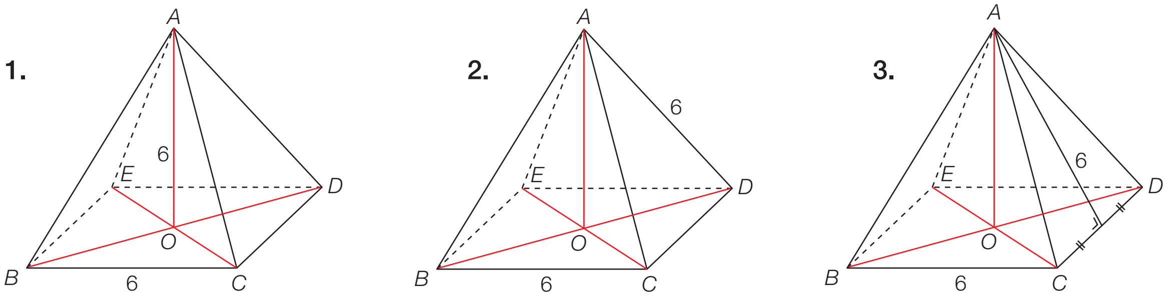
d) Calcule le volume d'une pyramide régulière à base carrée dont la hauteur mesure 12 cm et le côté de la base 7 cm.

FICHIER GM111

GM112 Les trois pyramides

a) En observant les mesures indiquées et sans faire de calculs, classe ces trois pyramides à base carrée en fonction de leur volume.

b) Vérifie ton classement en calculant le volume de chacune d'elles.



Mesures exprimées en décimètres

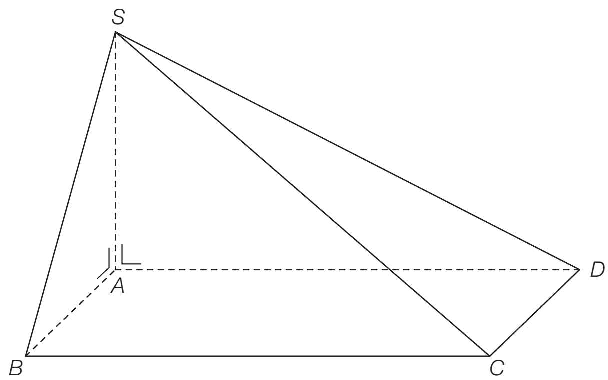
GM113 Pyramide non régulière

Dans cette pyramide à base rectangulaire, on sait que :

- $SA = AB = CD$
- $AD = BC = 2AB$
- l'aire de la base vaut 200 cm^2

Calcule :

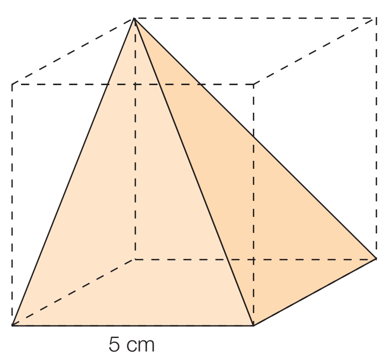
- SB
- SD
- le volume de la pyramide



GM114 Dans un cube

a) Quel est le volume de cette pyramide à base carrée dont les sommets sont aussi des sommets du cube ?

b) Quelle est son aire totale ?



GM115 Chéops et Khéops

La pyramide de Chéops a une hauteur de 147 m. Sa base est un carré dont le côté mesure 230 m.

a) Construis une maquette de cette pyramide à l'échelle 1 : 3000.

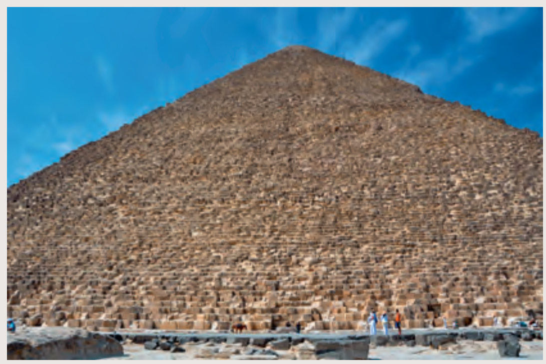
b) Calcule le volume de ta maquette et celui de la pyramide de Chéops.

c) Quel est le rapport entre le volume de la pyramide de Chéops et celui de ta maquette ? Fais un pronostic puis vérifie-le par le calcul.

Les trois grandes pyramides de Gizeh se trouvent en Egypte, près du Caire. Chacune d'elles a été édifiée vers le milieu du IIIe millénaire av. J.-C., pour servir de sépulture royale à un pharaon, considéré par les Egyptiens comme un dieu vivant. La plus monumentale des trois, la pyramide de Chéops, est formée de plus de deux millions de blocs de calcaire d'environ deux tonnes chacun. Elle abrite un labyrinthe de galeries ainsi que de nombreuses chambres secrètes. La deuxième, moins haute de trois mètres seulement, est celle du pharaon Chéphren. Quant à celle de Mykérinos, elle mesure « seulement » 70 mètres de haut environ.

Ces gigantesques tombeaux ont été construits par des esclaves, mais aussi par des paysans, des maçons, des ingénieurs et des sculpteurs, qui contribuaient ainsi à l'immortalité du pharaon et pensaient être associés à la gloire du royaume. Les pyramides de Gizeh sont les plus anciennes des sept merveilles du monde antique … et les seules à avoir résisté au temps ! Toutes les autres sont des ruines ou ont totalement disparu.

Source : Pyramides éternelles, Gallimard, Paris, 1994



FICHIER **GM116**

GM117 La pyramide du Louvre

La pyramide du Louvre mesure 22 m de hauteur et sa base est un carré de 35 m de côté. Ses faces latérales sont des triangles isocèles en verre.

a) Quelle est l'aire de cette surface de verre ?

b) Calcule le volume de la pyramide.

Au cœur de l'immense palais du Louvre à Paris, abritant l'un des musées les plus visités au monde, l'architecte chinois Ieoh Ming Pei (né en 1917) a réalisé tout à la fois une œuvre élégante et une prouesse technique : sa pyramide régulière est composée de près de huit cents losanges et triangles de verre assemblés sur une charpente d'aluminium soutenue par une structure d'acier de près de 95 tonnes. D'une hauteur de 22 mètres au-dessus d'une base carrée de 35 mètres de côté, elle accueille les visiteurs du Louvre, dans la cour Napoléon, depuis 1986.

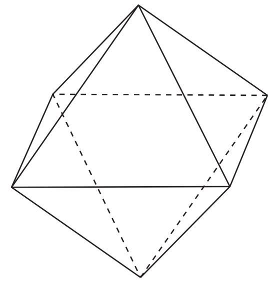
L'ancienne résidence royale du Louvre, agrandie et embellie au fil du temps, résumait à elle seule huit siècles d'histoire et d'architecture ; cette pyramide l'a fait entrer dans le XXIe siècle, tout en la reliant aux splendeurs de l'Egypte ancienne.

GM118 Octaèdre régulier

Calcule le volume et l'aire totale de cet octaèdre régulier :

a) lorsque l'arête mesure 10 cm ;

b) lorsque la mesure de l'arête est a.



GM119 Section de pyramide

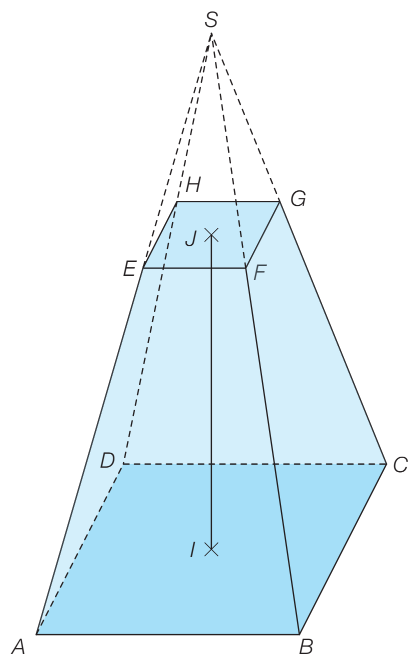
On a coupé la pyramide à base carrée *SABCD* par un plan parallèle à sa base.

Quel est le volume de la partie inférieure ?

$IJ = 10$ cm

$AB = 6$ cm

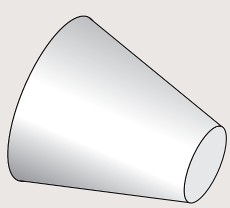
$EF = 2$ cm



Le solide *ABCDEFGH* de la figure de cette activité porte le nom de tronc de pyramide.

En géométrie, un tronc est la partie d'un solide obtenue en le coupant par un plan parallèle à sa base et en enlevant la partie supérieure. Le solide est généralement une pyramide ou un cône.

L'illustration ci-contre montre un tronc de cône.



GM120 A l'aide d'un cône

Pour remplir d'eau un cylindre, on dispose d'un cône de même hauteur et de même rayon.

a) Combien de fois penses-tu qu'il faudra remplir le cône pour que le cylindre soit plein ?

b) Vérifie ton pronostic avec le matériel que te fournit ton enseignant-e.

c) Propose une formule permettant de calculer le volume de n'importe quel cône.

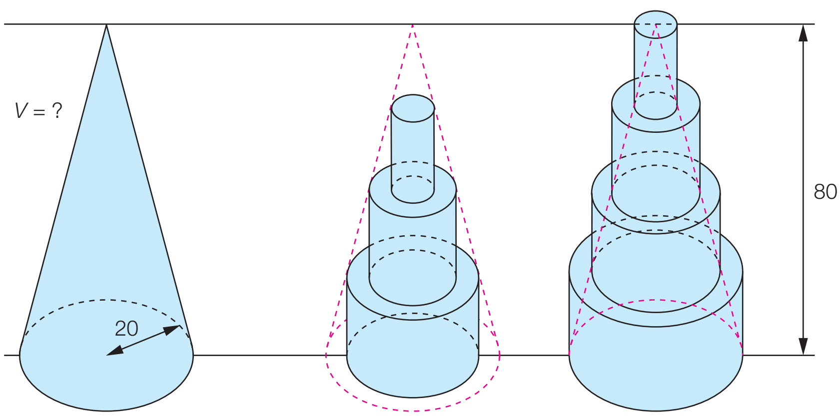
GM121 Du cylindre au cône

Pour déterminer le volume de ce cône, de 20 cm de rayon et de 80 cm de hauteur, on a procédé par des approximations successives.

a) Observe ces dessins (les tranches ont une hauteur de 20 cm) et détermine la fourchette dans laquelle se trouve le volume du cône.

b) Comment procéder pour obtenir un résultat plus précis ?

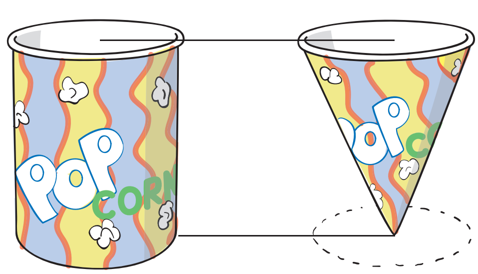
c) Compare le volume obtenu à celui du cylindre de même base et de même hauteur.



GM122 Pop-corn

Le marchand de pop-corn a remplacé ses emballages cylindriques par des emballages coniques, de même hauteur et de même rayon.

Quel prix le marchand devrait-t-il indiquer sur le second emballage ?



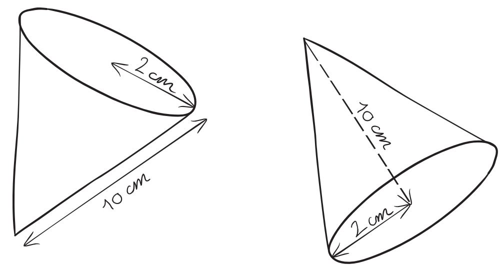
Rois des fêtes foraines, les grains de maïs (*corn* en anglais) qu'on fait gonfler éclatent… d'où le « pop ». Bien à la mode dans les salles de cinéma, le maïs, sous forme de pop-corn, faisait déjà partie de l'alimentation traditionnelle indigène des Indiens d'Amérique bien avant l'arrivée de Christophe Colomb. Dans les annales, on trouve ensuite, par exemple en 1630, la description d'un chef indien qui offre aux colons anglais du pop-corn.
La première vraie machine à pop-corn voit le jour en 1885 et permet alors de mettre en vente le pop-corn dans les salles de théâtre et les magasins.

GM123 Volume identique ?

Les deux cônes ci-contre ont-ils le même volume ?

a) Fais un pronostic.

b) Vérifie-le en calculant le volume de chaque cône.



GM124 Cylindre et cône

Un cône droit de rayon r et de hauteur h repose sur un cylindre droit, de même rayon et de hauteur égale à $2r$.

Que doit valoir h, en fonction de r, pour que :

a) le volume du cône soit égal à celui du cylindre ?

b) le volume du cône soit le double de celui du cylindre ?

c) le volume du cône soit la moitié de celui du cylindre ?

GM125 Couper en deux

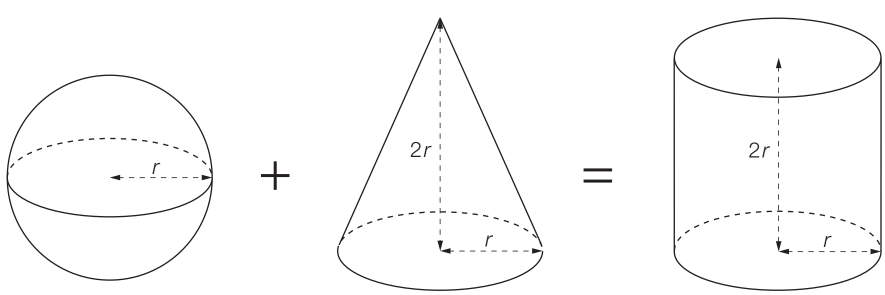
Un cône a une hauteur de 50 cm et un rayon de base de 10 cm.

A quelle hauteur faut-il le couper pour obtenir deux parties ayant le même volume ?

GM126 Drôle d'égalité

L'égalité ci-dessous est vraie du point de vue du volume des différents solides.

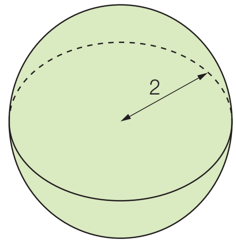
a) Propose une formule te permettant de calculer le volume de n'importe quelle sphère.

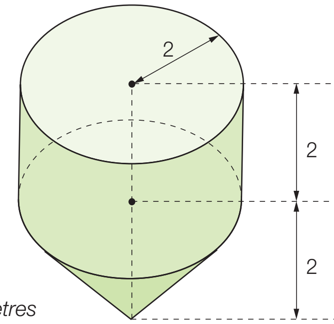


b) Calcule le volume d'une sphère dont le diamètre mesure 3 m.

GM127 Volume de solides

Calcule le volume de ces deux solides :





Mesures exprimées en décimètres

GM128 Aire de la sphère

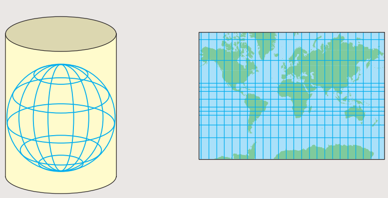
Archimède écrit dans son ouvrage *De la sphère et du cylindre* :
« La surface d'un cylindre qui a une base égale à un grand cercle d'une sphère et une hauteur égale au diamètre de cette sphère, est égale à trois fois la moitié de la surface de cette sphère. »

a) Déduis de cette affirmation la formule permettant de calculer l'aire de n'importe quelle sphère.

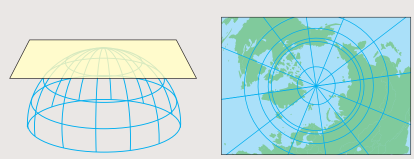
b) Calcule l'aire d'une sphère dont le diamètre mesure 50 cm.

Pour donner une représentation plane de la Terre, il est plus facile d'assimiler sa surface à une sphère, puis d'essayer d'aplatir celle-ci, c'est-à-dire d'en construire un développement. Mais une telle démarche est impossible sans déchirer ou froisser cette sphère, si elle est en papier. Une représentation plane d'une sphère entraîne donc des déformations, que ce soit au niveau des rapports de distance ou de la conservation des angles.
Lorsqu'on observe des cartes terrestres, elles ne donnent pas forcément la même représentation du monde. La forme et la surface des continents et des océans varient de l'une à l'autre. Celles-ci dépendent du type de projection utilisée. Par exemple, une *projection cylindrique*, appelée « projection de Mercator » et datant de 1569, projette les points de la sphère sur un cylindre, une projection azimutale sur un plan.
En 1973, le cartographe allemand Arno Peters propose une nouvelle projection : une représentation qui conserve la proportion entre les surfaces sur la carte et les surfaces réelles.

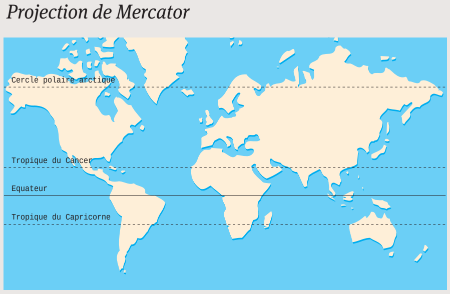
Projection cylindrique



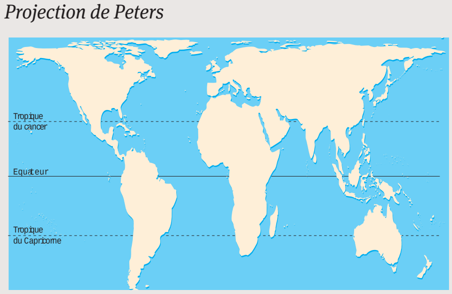
Projection azimutale



Projection de Mercator



Projection de Peters



GM129 Manipulation de formules

a) Exprime le rayon r d'une sphère en fonction de son aire.

b) Exprime le rayon r d'une sphère en fonction de son volume.

GM130 Ballon à gaz

Un ballon à gaz, constitué d'une enveloppe parfaitement sphérique, a un volume de 945 m^3.

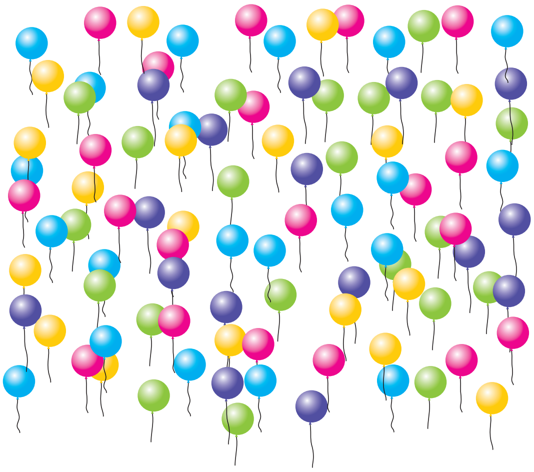
Quelle est l'aire de son enveloppe ?

GM131 Gonflés !

a) Dans une kermesse, on doit gonfler 1000 ballons, supposés sphériques, dont le diamètre est de 40 cm.

Quel est le volume de tous ces ballons ?

b) Quel serait le volume d'un seul ballon de 4 m de diamètre ?



GM132 Le diamètre de la sphère

Une sphère a une aire de 78,54 m^2.

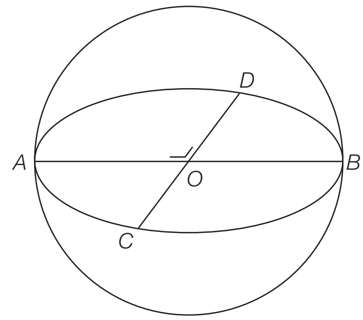
Quelle est la mesure de son diamètre ?

GM133 Volume et corde

Ce dessin représente une boule de centre O et de 10 cm de diamètre.

a) Calcule le volume de la boule.

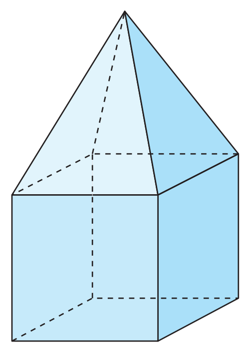
b) Compare les longueurs de la corde AD et de l'arc $\overset{\frown}{BD}$.



GM134 Le cabanon

Ce solide est constitué d'un cube surmonté d'une pyramide de même hauteur. Son volume est de 288 cm^3.

Quelle est la mesure de l'arête du cube ?

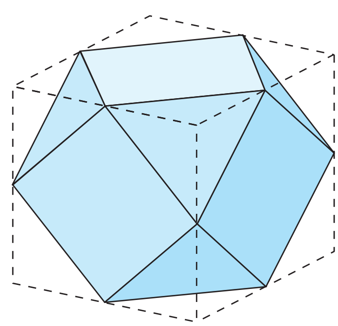


GM135 Le presse-papier

Ce presse-papier a été construit à partir d'un cube de 10 cm d'arête dont on a enlevé huit parties isométriques.

a) Quel est son volume ?

b) L'aire du presse-papier est-elle inférieure à celle du cube ?



FICHIER Faire le point p. 197

Encore quelques problèmes

GM136 Dans un réseau

On te donne trois points : $A\,(2\,;0\,;0)$ $B\,(3\,;5\,;1)$ $C\,(1\,;0\,;2)$.

Le triangle ABC est-il rectangle ?

GM137 Mise en boîte

Voici les dimensions de plusieurs boîtes qui ont toutes la forme d'un parallélépipède rectangle.

Dans laquelle arriveras-tu à ranger la plus longue tige, sans la plier ?

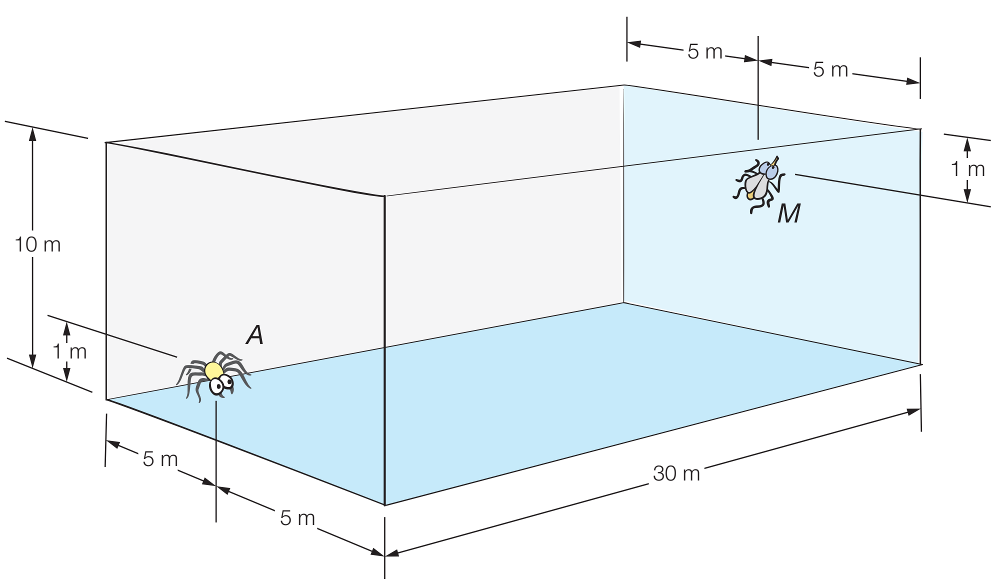
Boîte	Dimensions proposées (dm)
1	5 ; 3 ; 2
2	4 ; 3 ; 3
3	5,5 ; 1,5 ; 1
4	2 ; 2 ; 5,5
5	6 ; 1 ; 1
6	$\sqrt{6}$; $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$

GM138 Tisser sa toile

Une araignée (A), qui se trouve sur la paroi de devant de cette salle de gymnastique en forme de parallélépipède rectangle, se met en marche dans le dessein de croquer une mouche (M) qui est prise dans sa toile sur la paroi verticale opposée.

Sans jamais quitter les six faces, elle atteint la mouche en ayant parcouru moins de 40 m.

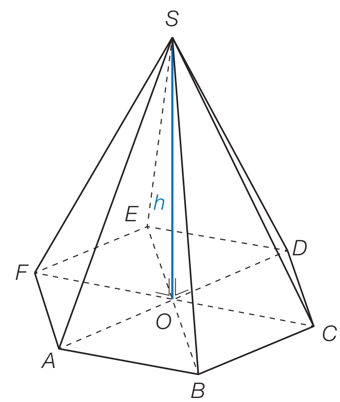
Quel chemin a-t-elle suivi ?



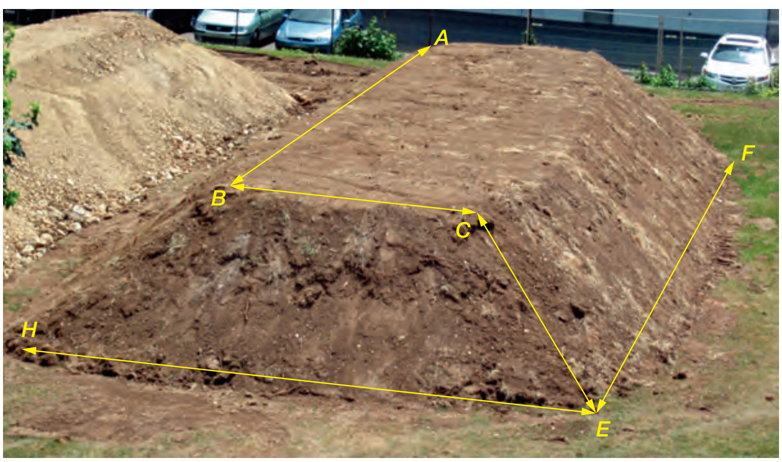
GM139 A base hexagonale

Dans cette pyramide, dont la base est un hexagone régulier de centre O, on connaît :
- $OB = 4$ cm
- $SB = 12$ cm

Calcule :
- l'aire de la base de la pyramide
- le volume de la pyramide
- l'aire de la face SCD



GM140 Terre végétale



Agrandissement du Collège de Delémont en 2012.

Les travaux d'agrandissement d'un collège ont commencé. Le conducteur de trax a entreposé la terre végétale de façon très méthodique et régulière comme le montre la photo ci-dessus.

a) Combien de faces possède ce solide ? Et d'arêtes ? Et de sommets ?

Voici les mesures approximatives effectuées :

$AB = 16$ m $BC = 4$ m $EF = 21$ m $EH = 9$ m $CE = 4$ m

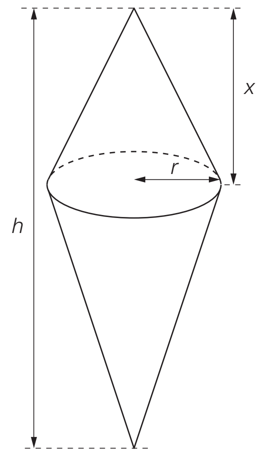
b) Réalise un développement de ce solide à l'échelle 1 : 200.

c) Calcule le volume de ce solide.

GM141 Le bicône

Le solide ci-contre est formé de deux cônes de même rayon *r*. La hauteur *h* ne varie pas.

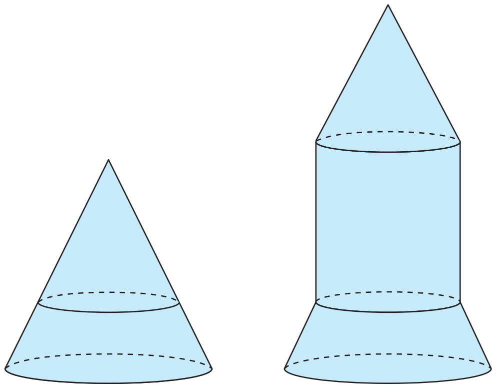
Le volume de ce solide dépend-il de la valeur de *x* ?



GM142 La fusée

Maria veut fabriquer une fusée à partir d'un cône de 785,4 cm^3 de volume et de 5 cm de rayon de base. Elle coupe ce cône au tiers de sa hauteur en partant du bas, puis elle intercale, entre les deux parties ainsi obtenues et à l'endroit de la coupe, un cylindre de volume identique à celui du cône initial. L'aire de base du cylindre correspond exactement à l'aire de la coupe.

Quelle est la hauteur de la fusée ?

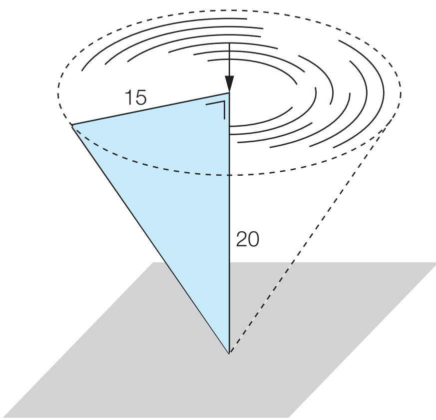


GM143 Triangle en folie

Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle mesurent 15 cm et 20 cm.

On fait, successivement, tourner le triangle autour de chacun de ses côtés.

Le volume engendré est-il le même dans les trois cas ?



Exemple : rotation autour du côté mesurant 20 cm

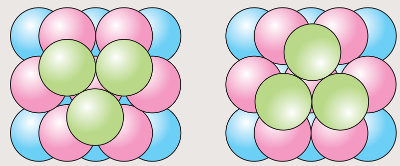
GM144 Un grand sac ?

Un sac contient un million de billes d'acier de 1 mm de diamètre chacune.

S'agit-il d'un grand sac ?

La manière d'agencer des sphères identiques dans l'espace afin d'obtenir la plus grande densité de sphères est appelée un « empilement compact ».

La manière la plus efficace de remplir l'espace, par empilement compact de sphères, permet au maximum d'occuper environ 74 % du volume à disposition. La valeur exacte est de $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$.



GM145 Inscrite et circonscrite

a) Un cube a une arête de 25 cm.

Quelle est la mesure du rayon de la sphère qui le circonscrit ?

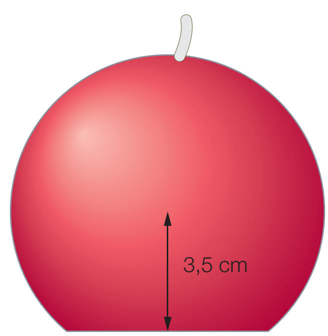
Et celle du rayon de la sphère inscrite ?

b) Quelle est la mesure de l'arête d'un cube inscrit dans une sphère de rayon r ?

GM146 Calotte sphérique

Pour faire tenir à plat une bougie sphérique de 5 cm de rayon, on la sectionne en bas comme montré ci-contre.
Le centre de la sphère est alors à 3,5 cm du pied de la bougie.

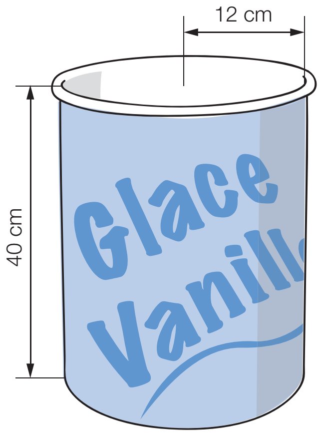
Quelle est l'aire de la surface sur laquelle repose la bougie ?

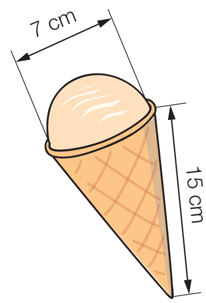


GM147 Cornets de glace

Un bac à glace cylindrique est plein aux quatre cinquièmes.

Combien peut-on faire de cornets de glace, constitué d'un cône qu'on suppose totalement rempli, surmonté d'une demi-boule, avec le contenu de ce bac ?





Parce que, de tout temps, l'Homme a cherché à maîtriser et à organiser son environnement, il a développé de nombreux moyens de le quantifier, de le mesurer et de le borner. Maîtresses de leurs territoires, les différentes puissances désiraient en souligner les frontières et les distances entre les lieux.

Ainsi, dans nos contrées, dès l'époque romaine, des traces visibles de ce mesurage ont été inscrites dans le paysage, par différents moyens. Nombreuses sont encore ces limites et bornes qu'on peut rencontrer au détour d'une promenade, sur les murs des maisons, le long des routes ou, comme ci-contre, au cœur de la ville.

Borne routière en ville de Sion.

Diverses mesures

Apprentissages visés

- Estimations de grandeurs, choix d'une unité adéquate, prise de mesure à l'aide d'un instrument adapté
- Expression d'une grandeur dans diverses unités : volume, capacité, temps, vitesse, débit, masse volumique
- Sensibilisation aux aspects culturels et historiques de la mesure

Sommaire

FICHIER Que sais-je ? p. 199

Pour réactiver certaines connaissances

FICHIER GM148

GM149 D’Evian-les-Bains à La Givrine

L’itinéraire d’une voyageuse qui veut se rendre d’Evian-les-Bains (France) à La Givrine (VD) est détaillé ci-après.

Gare/Arrêt	Date	Heure	Durée	Change	Voyage avec Information	Prix
Gare/Arrêt	Date	Heure		Voie	Voyage avec Occupation	Remarques
Evian-les-Bains CGN	Je, 01.11.12	dép.07:00			BAT 1104	Bateau
Lausanne-Ouchy		arr. 07:35				
Lausanne-Ouchy					Parcours à pied	4 min.
Lausanne, Ouchy						
Lausanne, Ouchy		dép.07:55			Met m2	Metro Direction: Epalinges, Croisettes
Lausanne, gare		arr. 07:59				
Lausanne, gare					Parcours à pied	4 min.
Lausanne						
Lausanne		dép.08:20		7	IR 1408	InterRegio
Nyon		arr. 08:49		1		
Nyon		dép.08:56		NStCM	R 118	Regio 2 X
La Givrine		arr. 09:38				

Détermine :

a) la durée totale de son déplacement d’Evian-les-Bains à La Givrine ;

b) le temps passé dans chacun des moyens de transport utilisés (bateau, métro et train) ;

c) en cours d’itinéraire, le temps total passé à attendre le prochain moyen de transport.

GM150 Le jeu de go

Une boutique vend un jeu de go, qui comprend 180 pierres blanches, 180 pierres noires et un tablier de jeu traditionnel, le goban. Le jeu complet a une masse de 9 kg, tandis que celle du goban est de 720 g.

Quelle est la masse d’une des pierres du jeu ?

Le jeu de go est né en Chine il y a plusieurs milliers d’années. Malgré son ancienneté, il continue à jouir d’une grande popularité en Chine, en Corée et au Japon.

Le but du jeu est la constitution de territoires en utilisant un matériel des plus simples : un plateau sur lequel sont tracées 19 lignes horizontales et 19 lignes verticales, définissant 361 intersections, et des pions que deux joueurs posent à tour de rôle sur les intersections de ce quadrillage.

Le jeu de go ne s’est répandu que récemment en Occident où son succès tient à la simplicité de ses règles, à sa grande richesse combinatoire et aux ressources stratégiques qu’il requiert.

Vitesses et autres grandeurs

FICHIER **GM151**

GM152 A grande vitesse

a) Quelle est la vitesse, en kilomètres/heure, d'un bolide de Formule 1 qui parcourt 315 m en 3,5 s ?

b) Un satellite en orbite géostationnaire se déplace à la vitesse de 3075 m/s.

Quelle distance, en kilomètres, parcourt-il en 24 h ?

GM153 Les douze plaques tectoniques

La Terre peut être divisée en douze plaques tectoniques. Celles-ci se déplacent très lentement, à des vitesses variables selon les régions du monde.

a) De quelle distance la plaque Eurasie se déplace-t-elle en un siècle ?

b) De quelle distance la plaque Afrique se déplace-t-elle en 1 mois ?

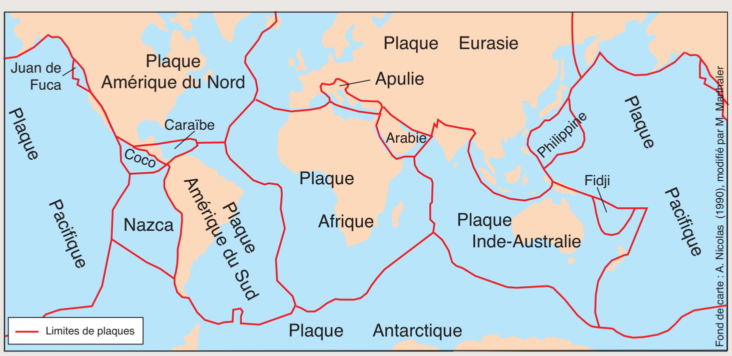
c) En combien d'années la plaque Philippine aura-t-elle parcouru 100 km ?

Les douze plaques tectoniques terrestres principales et leurs déplacements :

1	Pacifique	10 cm/an vers le Nord-Ouest
2	Eurasie	1 cm/an vers l'Est
3	Afrique	2 cm/an vers le Nord
4	Antarctique	Tourne sur elle-même
5	Inde-Australie	7 cm/an vers le Nord
6	Amérique du Nord	1 cm/an vers l'Ouest
7	Amérique du Sud	1 cm/an vers le Nord
8	Nazca	7 cm/an vers l'Est
9	Philippine	8 cm/an vers l'Ouest
10	Arabie	3 cm/an vers le Nord-Est
11	Coco	5 cm/an vers le Nord-Est
12	Caraïbe	1 cm/an vers le Nord-Est

La tectonique des plaques est une théorie scientifique, proposée dans un premier temps par Alfred Wegener, en 1912, puis confirmée dans les années 1970 ; cette théorie décrit l'évolution de la surface de notre globe terrestre.

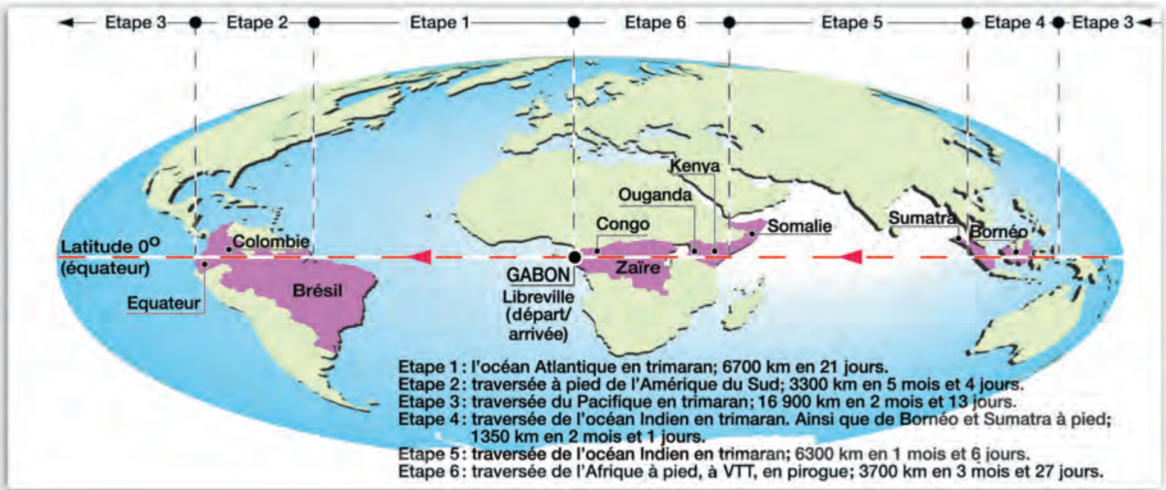
L'écorce terrestre n'est pas homogène ; elle est constituée de plaques qui dérivent, se frottent ou s'éloignent les unes des autres. On peut distinguer une cinquantaine de pièces dans ce puzzle mobile qu'est la croûte terrestre, et les scientifiques les regroupent parfois en sept, douze, voire quatorze, plaques principales. Les mouvements des plaques engendrent la formation des chaînes de montagnes et des étendues océaniques, et provoquent les tremblements de terre et l'activité volcanique.



GM154 Exploits

Voici quelques informations relatives aux périples de Mike Horn (1999-2000), du Vendée Globe (2001) et du *Breitling Orbiter III* (1999):

Les étapes de « Latitude 0° » (Mike Horn):



Le tour du globe en moins de 100 jours (Vendée Globe)

Après deux reports dus au mauvais temps, le Vendée Globe, le plus populaire des tours du monde en solitaire est parti. Avec des skippers qui vont tenter de rentrer aux Sables-d'Olonne en moins de 100 jours.

Les 24 bateaux du Vendée Globe ont enfin pris le départ de la course autour du monde à la voile en solitaire, sans escale et sans assistance, jeudi après-midi (à 16 h 22) aux Sables-d'Olonne, après deux reports de date dus aux mauvaises conditions météorologiques.

Rugissants et hurlants

Pour tenter de succéder à Christophe Auguin, vainqueur en 105 jours en 1996/97, des marins de sept pays (Belgique, Espagne, France, Grande-Bretagne, Italie, Russie et Suisse), deux femmes, vingt-deux hommes, vont devoir doubler trois caps, traverser trois océans et effectuer un périple de 25 000 miles.

Parmi les skippers qui partent pour gagner cette quatrième édition, compte tenu de leur expérience, de la qualité de leur préparation et de leur niveau technique, deux noms s'imposent: Marc Thiercelin *(Active-Wear)*, 2e en 1996/97, et l'Anglais Mike Golding *(Groupe-4)* qui vient malheureusement de démâter et qui est rentré au port pour réparer. Deux autres suivent immédiatement, ceux des Français Eric Dumont *(Eurêka)* et Yves Parlier *(Aquitaine-Innovations)*. Dans l'ordre chronologique, pour les départager, ce sera l'océan Atlantique, le cap de Bonne-Espérance (Afrique du Sud), l'océan Indien par les Quarantièmes rugissants et les Cinquantièmes hurlants, avec les icebergs et les growlers. Puis, passé le cap Leeuwin (pointe sud-ouest de l'Australie), l'océan Pacifique, jusqu'au cap Horn, là où le continent américain s'enfonce dans la mer, et enfin la remontée de l'Atlantique.

Ellen MacArthur la benjamine

Derrière Thiercelin, Golding, Dumont et Parlier, il faudra compter avec des skippers ayant l'expérience du sud en solitaire et à qui le sort fut néfaste comme le Franco-Suisse Bernard Gallay *(Voilà.fr)* ou Thierry Dubois *(Solidaires)*. On peut également placer dans cette liste de tête des marins au talent certain, mais n'ayant pas le vécu des mers du sud en solitaire, comme Thomas Coville *(Sodebo)*, Roland Jourdain *(Sill)*, Michel Desjoyeaux *(PRB)*, le Suisse Dominique Wavre *(UBP)* et l'Anglaise Ellen MacArthur *(Kingfisher)*, 24 ans, benjamine de la course, première des monocoques dans la Transat anglaise. Si Catherine Chaubaud *(Whirlpool)* parvient à se hisser quotidiennement à son meilleur niveau, elle aussi pourrait faire partie du paquet de tête. Sixième du dernier Vendée Globe en 140 jours, elle prend là le départ de son dernier tour du monde. D'autres encore, comme Raphaël Dinelli *(Sogal-Extenso)*, naufragé alors qu'il était parti hors course en 1996, Didier Mundutéguy *(DDP)*, qui avait démâté pratiquement au départ, Joé Seeten *(Nord-Pas-deCalais)* ou le Suisse Bernard Stamm *(Superbigou)* peuvent venir jouer les trouble-fête. Enfin, les trois 50-pieds (15,24 m à la flottaison), ceux de l'Italien Pasquale de Gregorio *(Wind)*, du Belge Patrick de Radiguès *(Lightning)* et du Nantais Patrice Carpenter *(VM-Matériaux)* ne paraissent pas en mesure d'inquiéter les meilleurs.

SUITE ➜

Mieux que Jules Verne

Le premier tour du monde en ballon a été réussi par Brian Jones et Bertrand Piccard.

Un exploit fantastique accompli à bord d'un ballon de 55 mètres de haut. Toutes les précédentes tentatives avaient échoué.

Ils n'ont pas eu à tenir cinq semaines en ballon, mais ce qu'ils viennent de réaliser en un peu plus de 19 jours est un remarquable exploit: Brian Jones et Bertrand Piccard sont entrés hier samedi à 9 h 54 GMT dans la légende en réussissant le premier tour du monde en ballon de l'histoire, en 19 jours, 1 heure et 49 minutes. Ils ont parcouru 42 810 km...

Au-dessus du ciel de Mauritanie, leur ballon, le *Breitling Orbiter III*, a bouclé son tour du monde en franchissant le degré 9,27 de longitude ouest, la ligne qu'il avait atteint peu après son départ, le 1er mars, de Château-d'Œx dans les Alpes vaudoises, avant de se laisser emporter vers l'Orient par des vents rapides de très haute altitude.

Le ballon atterrira « dimanche matin » en Egypte, selon le centre de presse de l'expédition. L'un des météorologues a estimé que le vent au sol interdirait un atterrissage dimanche au pied des pyramides. Le ballon va quitter le jet-stream et volera ensuite plus au sud dans un couloir qui vient finir près de Louxor. Il existe aussi une grande oasis juste après l'entrée en Egypte, près de la frontière avec la Libye, qui pourrait permettre un atterrissage en douceur pas trop éloigné des axes de communication.

***Breitling Orbiter III* en chiffres**

55 m de haut, 8,1 t.
Contient 18 500 m^3 d'hélium.
Capsule pressurisée de 5,40 m de long et de 2,85 m de haut (une seule couchette, un coin cuisine, un chauffe-eau et des toilettes).
Propane propulseur dans 28 réservoirs de 100 kg chacun, de 2,35 m de haut, autonomie de 21 jours.
Une semaine de nourriture en produits frais et deux semaines d'aliments déshydratés et 200 l d'eau.

Utilise ces informations pour répondre aux questions suivantes:

a) Quelles ont été les vitesses moyennes respectives du *Breitling Orbiter III*, du voilier de Christophe Auguin et de Mike Horn à pied?

b) Quelle est la différence de vitesse moyenne, exprimée en kilomètres/heure, entre le monocoque de Catherine Chabaud et le trimaran de Mike Horn?

c) Si les voiliers du Vendée Globe avaient mis exactement 100 jours pour réaliser la boucle, quel jour de la semaine et à quelle heure seraient-ils arrivés à bon port?

d) Quelle autonomie fournit l'un des réservoirs à propane du *Breitling Orbiter III*?

e) Si le *Breitling Orbiter III* avait été un ballon sphérique contenant la même quantité d'hélium, quel aurait été son diamètre?

f) Le 13 janvier 1997, l'Américain Steve Fossett battait le record mondial de durée et de distance en ballon en ayant parcouru 16 673,81 km en 146 h et 44 min.
A-t-il été plus rapide que Piccard et Jones?

GM155 La course de 400 m

Dans une course de 400 m, un coureur réalise les temps de passage suivants :

Distance parcourue (m)	100	200	300	400
Durée de la course (s)	11	25	40	58

Calcule la vitesse moyenne de ce coureur sur chacune des quatre distances.

FICHIER GM156

GM157 L'arbre

Le rayon de la Terre est d'environ 6400 km.

Par rapport à l'axe de rotation de la Terre, à quelle vitesse se déplace un arbre situé juste sur l'équateur ?

GM158 La pompe

En combien de temps peut-on remplir une piscine municipale dont les dimensions sont 50 m de longueur, 20 m de largeur et 1,80 m de profondeur ? On dispose d'une pompe dont le débit est de 7500 l/h.

GM159 La météo

Pendant un orage, il est tombé 12 mm d'eau.

Quelle quantité d'eau cela représente-t-il sur un terrain de football ayant pour dimensions 70 m sur 110 m ?

GM160 La cuve et les robinets

Une cuve d'une capacité de 300 litres est alimentée par deux robinets, un d'eau froide dont le débit est de 15 l/min, un autre d'eau chaude.

Quand on remplit la cuve vide avec de l'eau chaude, on a besoin de 10 minutes de plus que si on la remplit avec de l'eau froide.

Combien de temps va-t-il falloir pour remplir la cuve vide si l'on ouvre les deux robinets en même temps ?

GM161 Au bord du Doubs

Le Doubs a un débit moyen d'environ 20 m^3/s dans la région du Saut-du-Doubs.

Il alimente le lac artificiel de Moron (barrage du Châtelot) qui contient, lorsqu'il est plein, environ 16 000 000 m^3 d'eau.

Si on le vidait complètement, combien de jours faudrait-il pour le remplir de nouveau ?

Débit moyen de quelques fleuves à l'embouchure

Amazone	190 000	m^3/s
Zaïre	42 000	m^3/s
Yang-Tseu-Kiang	34 500	m^3/s
Mississippi	18 000	m^3/s
Gange	16 000	m^3/s
Nil	2 500	m^3/s
Rhin	2 250	m^3/s
Rhin à Bâle	1 050	m^3/s
Rhône	1 800	m^3/s
Rhône à Genève	250	m^3/s

GM162 La perfusion

Un infirmier doit perfuser un patient pendant 12 h avec 1 litre de sérum glucosé.

Sachant que 1 ml de sérum correspond à 20 gouttes, quel sera le débit de la perfusion en nombre de gouttes par minute ?

GM163 La connexion internet

Richard remarque que, pour télécharger un film de 37,5 Mo, son ordinateur connecté à Internet a eu besoin de 1 min et 20 s.

Quel est le débit moyen de sa connexion Internet en kilo octets/seconde ?

Un ordinateur connecté à Internet envoie et reçoit en permanence des informations ; ces dernières, codées en langage binaire (0 et 1), sont transmises à travers les câbles à très grande vitesse.

Le débit d'informations peut, par exemple, s'élever à 20 Mo/s, c'est-à-dire qu'à chaque seconde, vingt millions d'octets (unités constituées de huit 0 ou 1) sont transmis.

Lorsqu'on parle de connexion ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line), cela signifie que la transmission ne se fait pas à la même vitesse pour les données reçues (descendant / download) que pour celles envoyées (ascendant / upload).

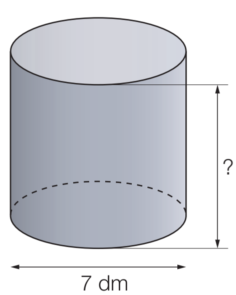
FICHIER GM164

GM165 Béton armé

Un bâtiment possède plusieurs grandes colonnes. Leurs bases sont constituées de cylindres en béton armé. Le volume de chacun de ces cylindres est de 250 dm^3 et leur diamètre est de 7 dm.

a) Trouve la hauteur de ces cylindres.

b) Quelle est la masse de chacun des cylindres si la masse volumique du béton armé est de 2,7 kg/dm^3 ?



GM166 Le cube de bois

Un cube de sapin, de 10 cm d'arête, a une masse de 500 g.

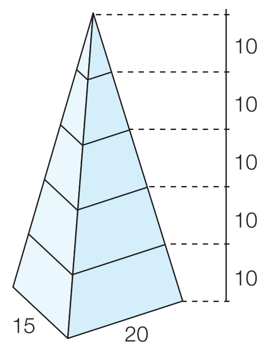
a) Quelle est la masse d'un cube de sapin de 2,5 cm d'arête ?

b) Quelle est la mesure de l'arête d'un cube de sapin d'une masse de 1 kg ?

GM167 Pyramide en tranches

Quelle est la masse de chacune des tranches de cette pyramide en hêtre qui a une masse totale de 4 kg ?

La base de la pyramide est un rectangle.



Unités : cm

FICHIER Faire le point p. 202

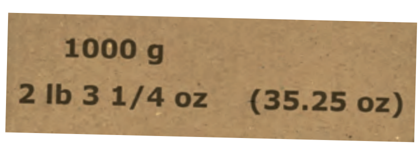
Encore quelques problèmes

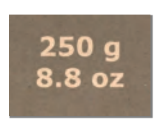
GM168 Etiquetage

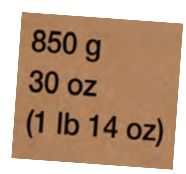
Sur certains emballages, on peut lire le type d'informations suivantes.

Que signifient ces indications ?

a)







b)

GM169 L'évier et la baignoire

a) Un évier est rempli en 35 s par un robinet dont le débit est de 15 l/min.
Quelle est sa contenance en litres ? Et en centimètres cubes ?

b) Avec le même débit, combien de temps faut-il pour remplir une baignoire de 0,24 m^3 ?

GM170 En tôle !

A l'aide de plaques de tôle de même épaisseur, on fabrique des récipients cubiques sans couvercle dont les capacités sont, respectivement, de 1 l, 8 l, $\frac{1}{2}$ l, 5 l et 27 l.

Celui dont la capacité est de 1 l a une masse, à vide, de 200 g.

Quelle est la masse de chacun des autres récipients ?

GM171 Dans le journal

Lu dans un journal :

Pluie au Tessin

Les pluies diluviennes qui se sont abattues mardi et mercredi passés sur le Tessin ont provoqué un véritable chaos. Plus de 200 litres par mètre carré sont tombés par endroit, ce qui constitue le record du siècle.

Lu dans un autre journal, à propos des mêmes intempéries :

SOTTOCENERI

Orages

De violents orages ont douché le Sottoceneri, provoquant de nombreux éboulements et la fermeture du trafic sur une dizaines d'axes routiers. Ainsi, entre 17 h mardi et 14 h hier, il est tombé près de 21 cm d'eau à Stabio.

D'après toi, ces deux informations concordent-elles ?

D'abord, il y a le point et pour lui pas de mesure possible… Ensuite viennent les segments, les droites, les cercles, les courbes, les lignes… Espaces à une dimension pour lesquels le système métrique offre des unités basées sur le mètre, comme le nanomètre, le centimètre, le kilomètre. Ainsi se mesurent les distances.

Puis se construisent les espaces à deux dimensions : plans à la surface infinie ou figures bien délimitées, convexes ou concaves, entières ou trouées… Lorsqu'elles sont régulières, polygones ou disques par exemple, leur aire se laisse calculer à l'aide de formules ; le plus souvent, les surfaces doivent se laisser apprivoiser, décomposer ou, au contraire, être à plusieurs associées, pour qu'on puisse trouver le nombre de mètres carrés, centimètres carrés, kilomètres carrés ou hectares qu'elles couvrent.

Des géomètres utilisant un théodolite *: instrument mesurant des angles dans les deux plans horizontal et vertical, afin de déterminer une direction et des distances.*

Enfin, en profondeur ou en hauteur, c'est-à-dire en trois dimensions, sont les solides dont les volumes sont à déterminer et à calculer en mètres cubes ou en millimètres cubes, kilomètres cubes, etc.

Ainsi, le système métrique permet de quantifier ce qui nous environne dans ses trois dimensions spatiales.

Reconnu comme étant la quatrième dimension de notre espace-existence, le temps est une grandeur des plus importantes, dans notre vie comme dans les sciences.

La mesure du temps, dont l'unité de base est la seconde, a comme caractéristique principale d'être à la fois décimale (dans ces sous-unités : dixième, centième, millième, etc.) et sexagésimale dans ses unités supérieures (minutes, heures, etc.), gardant ainsi la trace des astronomes babyloniens qui sont à l'origine de cette mesure.

Big Ben, la célèbre horloge *sise au cœur de Londres.*

Professeurs d'éducation physique, sportifs, infirmiers ou scientifiques, nombreuses sont les personnes qui utilisent au quotidien un chronographe pour mesurer des durées.

Grandeurs, mesures… et problèmes

D'autres caractéristiques de notre Univers nécessitent d'être mesurées et le *Système International (SI)*, adopté en 1960, définit un ensemble de grandeurs et leur unité de mesure privilégiée. En plus du *mètre* et de la *seconde*, on a retenu : le *kilogramme* pour la mesure des masses ; le *kelvin* pour la température ; le *candela* pour la luminosité ; l'*ampère* pour l'intensité d'un courant électrique et la *mole* pour la quantité de matière d'un système.

Toutes les autres unités peuvent être composées à partir de ces sept unités de base et mesurent des grandeurs comme la vitesse (km/h), le débit (m^3/s), la masse volumique (kg/m^3), etc.

Existent enfin également le pixel et l'octet (ou byte), unités issues des technologies binaires. Les multiples de l'octet, comme le kilo octet (Ko), le méga octet (Mo), le giga octet (Go) ou le téra octet (To) traduisent, entre autres, les progrès opérés en matière de développement électronique, pour la capacité de stockage d'informations et la vitesse de travail de nos ordinateurs, lecteurs de musiques et autres téléphones portables.

Utilisée, entre autres, par les chimistes et les pharmaciens, la balance analytique permet des mesures allant jusqu'au dixième de milligramme.

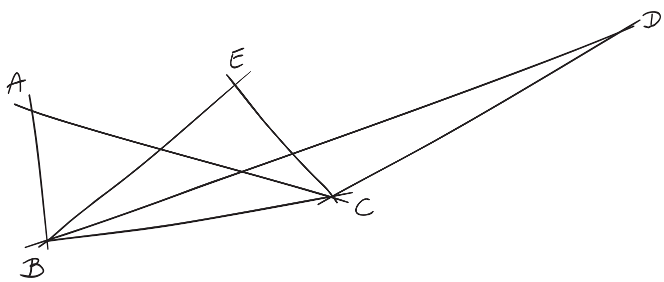
Un luxmètre, utilisé par les photographes en particulier : capteur permettant de mesurer l'éclairement ; cette mesure s'exprime dans une unité appelée « lux », et non en candela.

Placés le long des routes et des autoroutes et utilisés par la police, les radars tachymètres permettent de mesurer la vitesse des véhicules avec une marge d'erreur de ± 3 %.

GM172 Aire maximale

Les points A, E et D se trouvent sur une droite parallèle à BC.

Lequel des trois triangles ABC, BCE et CDB a la plus grande aire ?



GM173 La plus grande aire

Construis un trapèze rectangle $ABCD$ tel que :

– $AD // BC$ et $\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 90°$;

– $AB = 6$ cm, $BC = 12$ cm et $AD = 8$ cm.

Place un point P sur le côté AB tel que $AP = 3{,}5$ cm.

Construis le point Q, milieu du segment PC.

Parmi les quatre triangles APD, PBC, DPQ et DQC, lequel a la plus grande aire ?

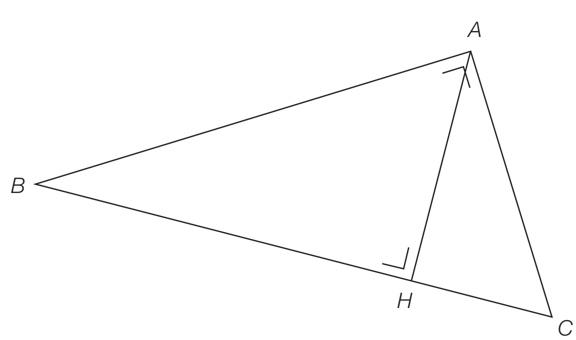
GM174 Les théorèmes métriques

A l'aide de cette figure et de la notion de similitude, essaie de prouver les théorèmes suivants.

Théorème de la hauteur : $AH^2 = BH \cdot CH$

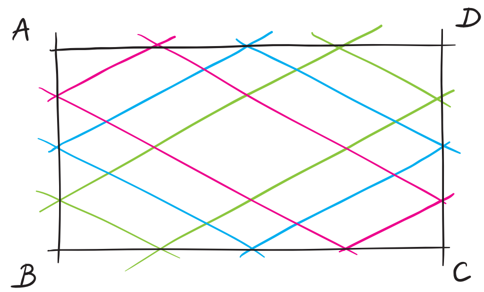
Théorème d'Euclide : $AB^2 = BH \cdot BC$ et $AC^2 = CH \cdot BC$

Théorème de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$



FICHIER GM175

GM176 Quadrillage



Sur ton cahier, construis un rectangle *ABCD* de 8 cm × 12 cm.

Sans effectuer de mesures, divise ses côtés en quatre parties isométriques.

Complète ta construction en traçant des quadrilatères comme sur ce croquis.

a) Compare les périmètres de chacun des quadrilatères.

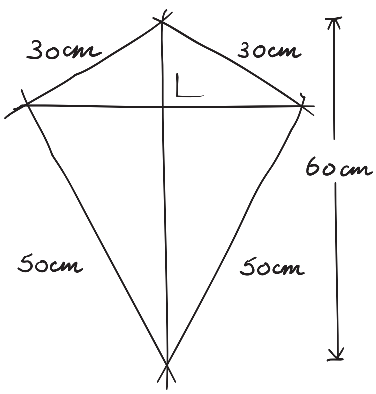
b) Compare leurs aires à celle du rectangle *ABCD*.

GM177 Cerfs-volants

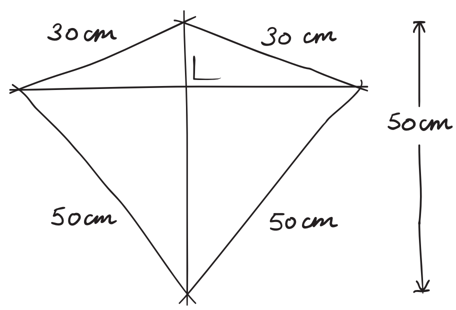
Luce et Martine ont fabriqué chacune un cerf-volant.

Détermine l'aire de la toile utilisée par chacune d'elles.

Cerf-volant de Luce



Cerf-volant de Martine



Jeu de plage et sport de plein air, le cerf-volant est aussi, dans de nombreux pays, un sport de combat. Le fil coupant en est la pratique la plus répandue : au Chili, au Pakistan, en Inde comme en Afghanistan, se déroulent de grands rassemblements où l'on peut voir des dizaines de cerfs-volants s'opposer. On utilise des cerfs-volants traditionnels en papier avec une structure en bambou ; le but du jeu est de faire tomber à terre les cerfs-volants des adversaires. La manière la plus courante est de parvenir à en couper le lien grâce au fait que le fil fin de coton ou de lin est enduit d'une matière composée de verre pilé ou de quartz.

Le célèbre roman (2003) de Khaled Hosseini (ci-contre), qui a inspiré un film sorti en 2007, raconte ces combats épiques dans le ciel de la capitale afghane.

GM178 Avec du papier A4

Plie une feuille de papier A4 de manière à superposer deux sommets qui appartiennent à la même diagonale.

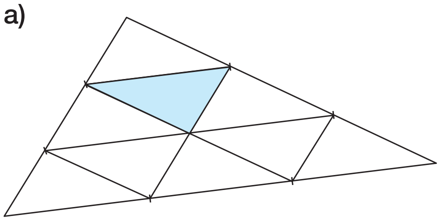
Quelle est l'aire du pentagone ainsi formé ?

GM179 Les triangles colorés

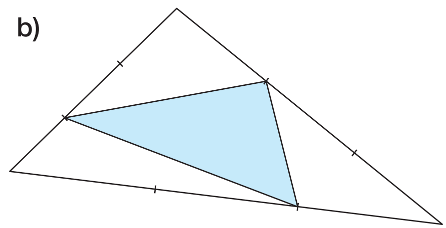
Chaque côté du grand triangle est partagé en trois parties isométriques.

Exprime l'aire des triangles colorés en fonction du grand triangle.

a)



b)



GM180 La quadrature du cercle

Trace un cercle de centre O et de diamètre AE.

Place un point C, dans le prolongement du diamètre AE, tel que $EC = \frac{1}{2}OE$.

Construis le carré $ABCD$.

Le carré $ABCD$ et le disque de centre O ont-ils la même aire ?

En mathématiques, la quadrature du cercle fait partie des trois grands problèmes de l'Antiquité, avec la trisection de l'angle et la duplication du cube.

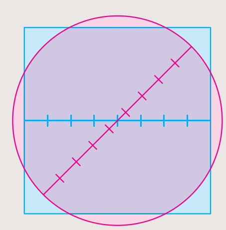
Est-il possible de construire un carré qui a la même aire qu'un disque donné, en utilisant uniquement une règle et un compas ? A priori anodine, cette question a pourtant défié les mathématiciens pendant plus de trois mille ans.

Dans le papyrus Rhind, vers 1700 av. J.-C., le scribe Ahmès proposait une solution du problème.

Pour lui, la quadrature du cercle est possible : c'est le carré de côté 8d/9 où d est le diamètre du cercle. De rapides calculs démontrent pourtant qu'il a tort et qu'il s'agit là d'une solution approchée. Se rapprocher de la quadrature du cercle, c'est aussi se rapprocher de la valeur exacte de π.

De nombreux mathématiciens proposeront des méthodes approchées, et il fallut attendre 1882, année où le mathématicien allemand Lindemann démontra l'impossibilité de « quadraturer un cercle ».

Aujourd'hui, dans le langage courant, l'expression « c'est la quadrature du cercle » désigne une entreprise ou un problème insurmontable et impossible à réaliser.



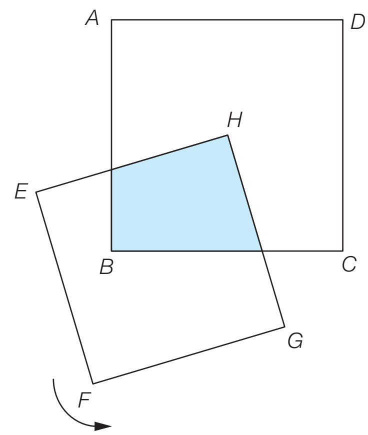
GM181 Le carré tournant

Dans cette figure :

ABCD est un carré fixe ;

EFGH est un carré mobile qui tourne autour du point *H*, centre du carré *ABCD*.

Quelle est l'aire du domaine coloré ?



GM182 Chutes

Tu découpes un hexagone régulier, le plus grand possible, dans un disque en carton de 20 cm de rayon.

a) Quelle est l'aire des chutes (parties perdues après le découpage) ?

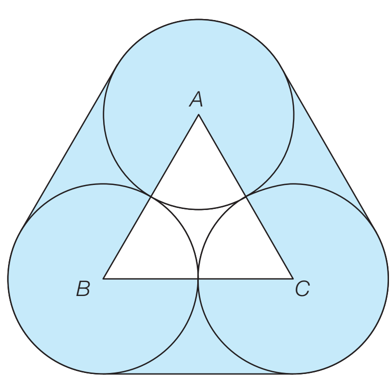
b) Quelle fraction du disque entier représentent ces chutes ?

c) Compare tes résultats avec ceux que tu obtiendrais en prenant un disque de 50 cm de rayon.

GM183 Histoire d'aires

A, *B* et *C* sont, respectivement, les centres des trois disques de la figure ci-dessous.

Calcule l'aire de la partie colorée, lorsque le côté du triangle équilatéral mesure 5 cm.



GM184 Tourner en rond

a) Si l'on pouvait tendre une ficelle autour de la Terre, le long de l'équateur et à 1 m de hauteur, de combien dépasserait-elle la longueur de l'équateur ?

b) Et si on tend une ficelle à 1 m de distance autour d'un ballon de football ?

GM185 Doublement inscrit

Dans un cercle de 3 cm de rayon, inscris un rectangle *ABCD* dont les milieux des côtés sont, respectivement, *I*, *J*, *K* et *L*.

Quel est le périmètre du polygone *IJKL* ?

GM186 Le troisième sommet

On connaît les coordonnées de deux sommets d'un triangle *ABC* :
A (4 ; –3) et *B* (–2 ; 5).

Trouve l'ordonnée du troisième sommet *C* (–2 ; *x*), de telle façon que :

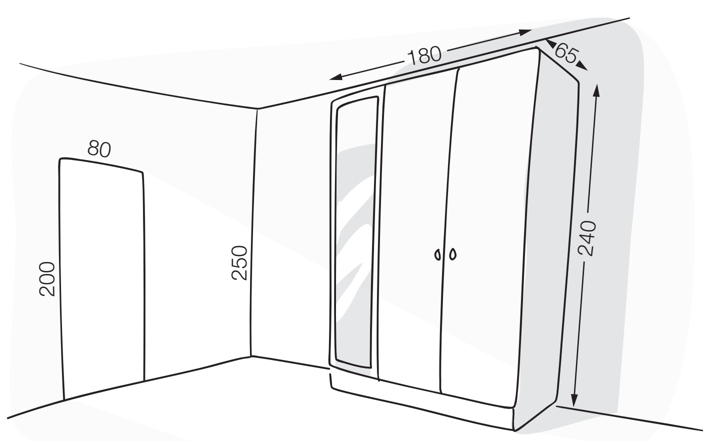
a) l'aire du triangle *ABC* soit égale à 24 ;

b) l'aire du triangle *ABC* soit égale à 48 ;

c) le périmètre du triangle *ABC* soit égal à 24.

GM187 Déménagement

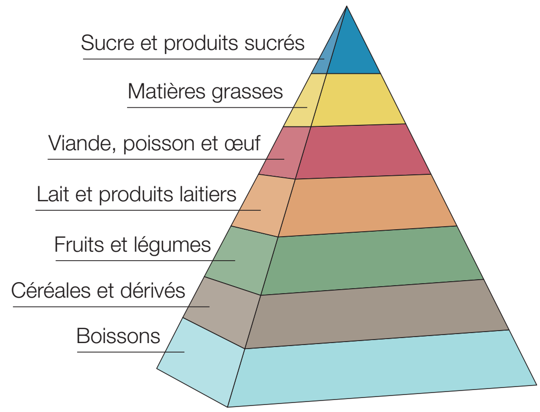
Peut-on sortir cette armoire de la pièce, sans la démonter ?



GM188 La pyramide alimentaire

John veut construire une maquette de la pyramide ci-contre. Il fait les choix suivants :

- la pyramide sera régulière et aura une base carrée ;
- la diagonale du carré de base mesurera 8,5 cm ;
- la hauteur de la pyramide vaudra 9,5 cm.



a) Calcule le volume de cette maquette.

b) Dessine, en vraie grandeur, une face latérale de cette pyramide.

c) Quelle catégorie d'aliments devrait être la plus consommée ? La moins consommée ?

d) Pourquoi avoir choisi une pyramide pour cette représentation ?

Une pyramide alimentaire illustre une alimentation équilibrée, qui garantit un apport suffisant en énergie, ainsi qu'en substances nutritives et protectrices, et contribue de façon déterminante à assurer notre bien-être.

Les aliments mentionnés aux étages inférieurs de la pyramide sont à consommer en abondance, ceux des niveaux supérieurs en quantités moindres. Tous les aliments ont leur place dans la pyramide, car l'équilibre alimentaire ne nécessite aucun interdit. Une alimentation saine est le fruit d'une combinaison judicieusement proportionnée des différents aliments.

Suivant les régions et les habitudes alimentaires, ces pyramides peuvent légèrement varier ; celle représentée ci-contre est proposée par la Société suisse de nutrition.

GM189 Parc hexagonal

Un parc a la forme d'un hexagone régulier de 2 km de côté.

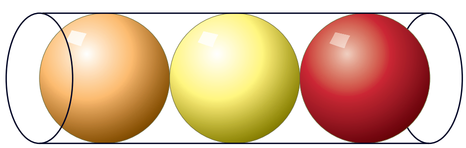
Cynthia part de l'un des sommets de l'hexagone et marche le long de ses côtés.
Elle parcourt 5 km.

Quelle est la longueur du plus court chemin qui la sépare alors de son point de départ ?

GM190 Boules de billard

Trois boules de billard français sont emballées dans un tube cylindrique, comme dessiné ci-contre. Les boules se touchent et touchent les bords et les extrémités du carton.

Sachant que le tout a une masse de 787 g et que le carton seul pèse 160 g, calcule le volume du tube cylindrique. La masse volumique de la boule vaut 1,71 g/cm^3.



Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques

Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Gaston Bachelard, 2009, Peinture, 40 x 50 cm, par Livia Alessandrini.
Cette artiste suisse, née en 1945, appelle son style « pétrification », ses images paraissant surgir dans la pierre granitique.

« Pour bien faire valoir le prix d'une idée (...), il faut la replacer dans le halo des illusions immédiates. Il faut errer pour aboutir.

(...) Une vérité n'a son plein sens qu'au terme d'une polémique. Il ne saurait y avoir de vérité première. Il n'y a que des erreurs premières. (...) La première et la plus essentielle fonction de l'activité du sujet est de se tromper. Plus complexe sera son erreur, plus riche sera son expérience. L'expérience est très précisément le souvenir des erreurs rectifiées. »

Extrait de : Gaston BACHELARD, Etudes *(Vrin, Paris, 2002).*

Recherche et stratégies

Capacités transversales développées

Communication

- mobiliser des informations et des ressources
- s'exprimer à l'aide de divers types de langages mathématiques
- tenir compte du contexte

Collaboration

- développer l'esprit coopératif
- travailler en équipe
- mener des projets collectifs

Stratégies d'apprentissage

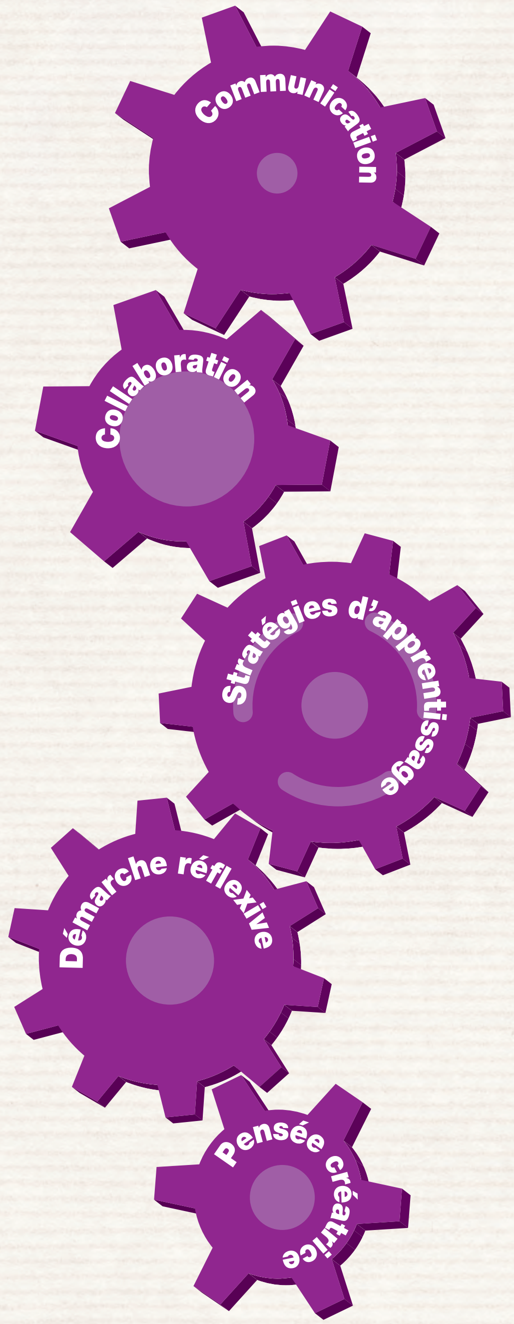
- analyser et améliorer ses démarches de recherche et de résolution de problèmes
- se donner des méthodes de travail efficaces

Démarche réflexive

- prendre du recul sur les faits et sur les informations, tout autant que sur ses propres actions
- développer son sens critique

Pensée créatrice

- développer son inventivité et sa flexibilité dans la manière d'aborder toute situation
- expérimenter des associations inhabituelles



Développées tout au long des différents thèmes, ces capacités transversales définies par le Plan d'études romand peuvent être particulièrement entraînées dans les activités de ce chapitre.

FICHIER RS1

RS2 La coiffe bigoudène

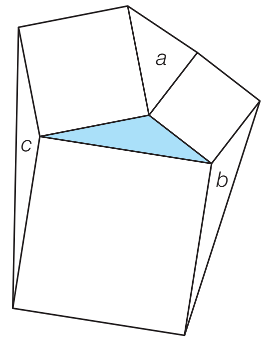
Construis un triangle quelconque et colorie-le.

Sur chacun des côtés de ce triangle, construis un carré.

Relie les sommets de ces carrés de la manière indiquée ci-contre.

Tu obtiens alors trois nouveaux triangles *a*, *b* et *c*.

Compare l'aire de chacun de ces triangles à l'aire du triangle colorié.

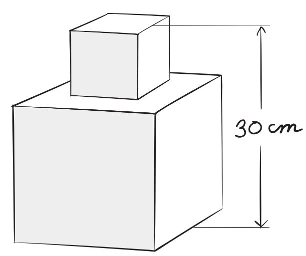


Le pays bigouden est une région de l'ouest de la France, en Bretagne, dans le Finistère sud. Certaines femmes y portent encore de drôles de coiffes blanches, notamment dans la commune de Loctudy. Dans les années futures, cet élément traditionnel de la région ne sera plus guère visible que lors de manifestations folkloriques, aucune bigoudène portant régulièrement cette coiffe n'ayant moins de 80 ans...

RS3 Cubes empilés

Je dispose de deux boîtes cubiques entièrement remplies, à elles deux, de 280 petits cubes identiques. Lorsque je place les deux boîtes l'une sur l'autre, la hauteur est de 30 cm.

Quel est le volume d'un petit cube ?



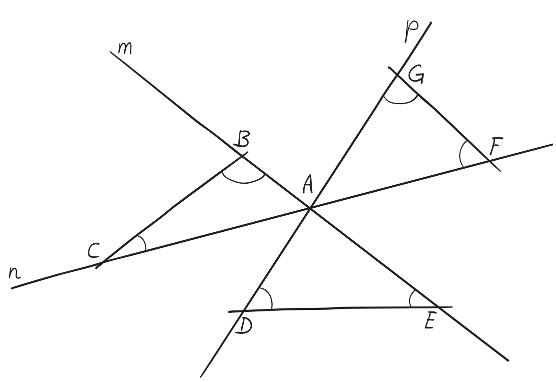
FICHIER RS4

RS5 Trois pétales

Trois droites concourantes *m*, *n* et *p* se coupent au point *A*.

Sur chacune des six demi-droites d'origine *A*, on place un point. On relie alors les points, deux à deux, comme montré sur le croquis ci-contre.

Que vaut alors la somme des six angles marqués ?



RS6 La visite de Paris

Tante Julie fait visiter Paris à ses trois neveux. Chacun en fait tour à tour un récit.

Jérôme : « Nous sommes montés à la tour Eiffel, mais pas à la tour Montparnasse, et nous avons visité l'Arc de Triomphe. »

Nathalie : « Nous sommes montés à la tour Eiffel et à la tour Montparnasse, mais nous n'avons visité ni l'Arc de Triomphe, ni le Musée du Jeu de Paume. »

Gilles : « Nous ne sommes pas montés à la tour Eiffel, mais nous avons visité l'Arc de Triomphe. »

Sachant que chaque enfant se trompe une seule fois exactement, qu'ont-ils réellement visité avec leur tante Julie ?

Le Musée du Jeu de Paume, situé dans le jardin des Tuileries, est actuellement un lieu d'exposition pour la photographie et l'image (cinéma, vidéo, installation, etc.) du XIX^{e} au XXI^{e} siècle. Il dispose également d'un espace accueillant des cycles de films, des colloques, des activités pédagogiques ou encore des publications.

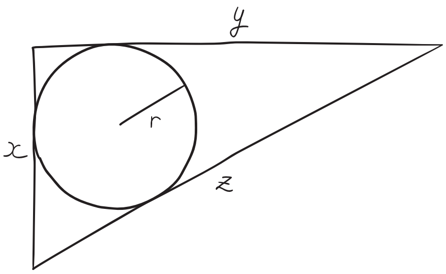
Son nom vient du fait que le bâtiment a été construit, sous Napoléon III au XIX^{e} siècle, pour abriter une salle de jeu de paume, l'ancêtre du tennis.

Vue d'un jeu de paume *Estampe de Vodert*.

FICHIER RS7

RS8 Le cercle de Séléna

Voici un triangle rectangle de côtés x, y et z et son cercle inscrit de rayon r.



Séléna a pu établir cette relation :

$$r = \frac{x + y - z}{2}$$

Elle ne se rappelle plus son raisonnement.
Reconstitue-le !

RS9 Cité universitaire

A la cité universitaire, quatre étudiantes de nationalités différentes logent dans des chambres voisines.

Elles étudient des disciplines différentes et aucune d'entre elles n'a suivi le même nombre de semestres, ni ne reçoit la même bourse.

1. L'étudiante en chimie en est à son neuvième semestre.
2. L'étudiante en médecine a une chambre voisine de celle de l'étudiante qui est dans son troisième semestre.
3. L'étudiante ghanéenne veut devenir physicienne.
4. L'étudiante logeant à l'extrême droite touche une bourse mensuelle de 900 francs.
5. L'étudiante en biologie est indonésienne.
6. L'étudiante ayant cinq semestres à son actif habite dans une chambre côtoyant celle de la bénéficiaire d'une bourse de 700 francs.
7. La tenante d'une bourse de 850 francs occupe la chambre immédiatement à gauche de celle de l'étudiante tchèque.
8. L'étudiante qui est dans son troisième semestre occupe la chambre à l'extrême gauche.
9. La bénéficiaire de la bourse de 700 francs loge à côté de l'étudiante en biologie.
10. La Ghanéenne occupe la chambre immédiatement à gauche de celle de l'étudiante qui en est à son neuvième semestre.
11. Ce n'est pas l'étudiante turque qui en est à son septième semestre.

De quel pays vient l'étudiante recevant une bourse de 800 francs ?

RS10 Juges et journalistes

Messieurs Andrey, Bodmer, Caramanlis, Delacourt et Erismann sont juges ou journalistes.

Dans cette histoire, les journalistes disent toujours la vérité et les juges mentent toujours, ce qui est tout à fait inhabituel !

1. Delacourt dit qu'Erismann est journaliste.
2. Bodmer dit qu'Andrey est juge.
3. Caramanlis dit que Delacourt n'est pas juge.
4. Erismann dit que Bodmer n'est pas journaliste.
5. Andrey dit que Caramanlis et Delacourt ont des métiers différents.

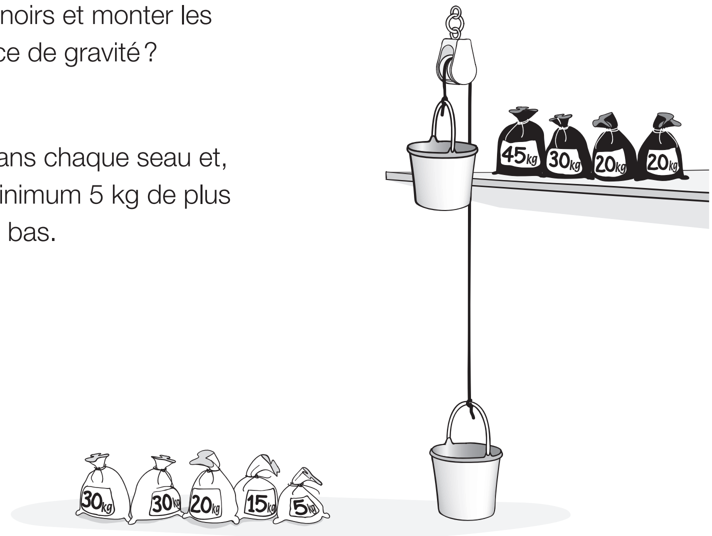
Combien y a-t-il de juges ?

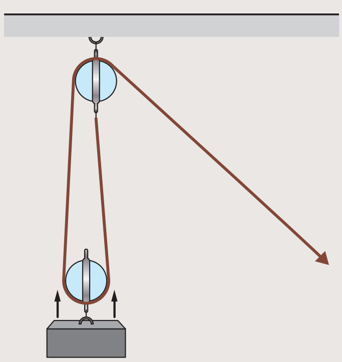
FICHIER RS11

RS12 Poulie

Comment ferais-tu descendre les sacs noirs et monter les sacs blancs, uniquement grâce à la force de gravité ?

On ne peut pas mettre plus de 50 kg dans chaque seau et, pour qu'un seau descende, il faut au minimum 5 kg de plus dans le seau du haut que dans celui du bas.





Une **poulie** est un dispositif mécanique constitué d'une pièce en forme de roue qui sert à la transmission d'un mouvement. Ce dispositif peut être construit avec une courroie, une corde, un câble ou une chaîne. On l'utilise pour soulever une charge : accrochée à une extrémité d'une corde passant par une poulie fixée à un support, la charge peut être déplacée en exerçant une force à l'autre extrémité de la corde.

Une poulie simple fixe offre l'avantage de pouvoir exercer une force dans une direction différente à celle du déplacement de la charge, rendant la manœuvre souvent plus pratique.

Il existe d'autres types de poulies : par exemple, le système de deux poulies représenté ci-contre (poulies composées), qui permet de diviser par deux la force à exercer pour déplacer la charge.

RS13 Où sont passés les mille ?

On écrit les nombres entiers comme ici :

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15
16	17	18	…	
…				

17 est sur la 6^e ligne et dans la 2^e colonne.

Où se trouve le nombre 1000 ?

RS14 La chèvre et le chou

Une chèvre est attachée à une extrémité d'une corde de douze mètres de longueur.

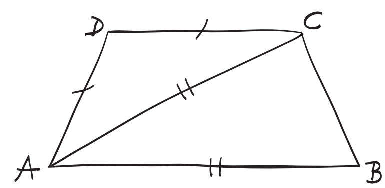
L'autre extrémité est fixée à trois mètres de hauteur contre la paroi d'un silo cylindrique de trois mètres de rayon.

La chèvre peut-elle atteindre un chou situé au sol à trois mètres de la base du silo, complètement à l'opposé du point d'attache ?

RS15 Drôle de trapèze

Voici un drôle de trapèze : il est isocèle et partagé en deux triangles isocèles.

A toi de le construire, connaissant $AB = 12$ cm.



RS16 L'horloge de la gare de Mons

Au moment de pénétrer dans le vaste bâtiment de la gare, Maxime jeta un regard interrogatif sur la grande façade vitrée.

C'est qu'elle était dotée d'une grande horloge au design très simplifié. Douze gros points marquaient les emplacements des heures et deux aiguilles lumineuses se chargeaient de renseigner les voyageurs.

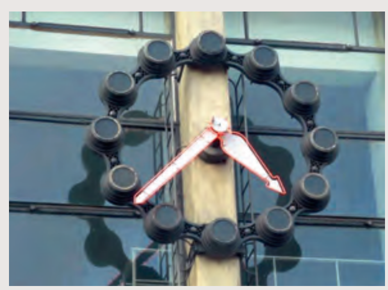
Bien que grossière, la lecture de l'heure pouvait se faire à la minute près.

Maxime constata ainsi qu'il disposait encore de six minutes avant le départ de son train.

Tout de suite, il se retrouva dans le hall d'attente où il jeta un coup d'œil vers l'horloge visible par transparence.

« Tiens, se dit-il, si je n'y prenais garde, je croirais disposer maintenant de trois heures et demie d'attente. »

Quelle est l'heure de départ du train dans lequel Maxime va monter ?



Mons est une ville francophone de Belgique située en région wallonne.

RS17 La tarte aux fraises

Luce : « Quel âge ont vos trois enfants ? »

Eva : « Le produit de leurs âges est 36. »

Luce : « Il me faut une autre information. »

Eva : « La somme de leurs âges est le numéro que vous pouvez voir sur la maison d'en face. »

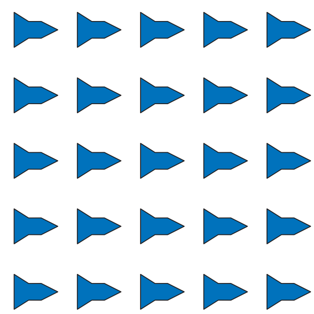
Luce : « Je regrette, mais après réflexion je ne peux pas encore déterminer l'âge de vos enfants. »

Eva : « L'aîné aime la tarte aux fraises. »

Luce : « Maintenant c'est clair ! J'ai trouvé ! »

Quel est l'âge de chacun des enfants ?

RS18 Raymond vs Billy



L'ensemble des forces navales de l'armée de Raymond Black sont toujours composées de vaisseaux disposés en carrés.

Il réunit la flotte A et la flotte B pour former une flotte C. Il attaque l'armée de Billy White qui lui inflige une lourde défaite. Seule subsiste la dernière rangée.

Avec les vaisseaux restants, il peut former une flotte D, qu'il préfère subdiviser en deux flottes E et F.

E et F passent à l'attaque. De nouveau, seules les dernières rangées de E et F échappent au massacre. Il reste alors sept vaisseaux.

Quel était le nombre de vaisseaux de chacune des flottes A et B ?

vs est l'abréviation du terme latin *versus* qui signifie contre, face à.

Elle est souvent utilisée dans le monde sportif, en tennis notamment ou en football, pour désigner deux personnes ou deux équipes qui s'affrontent, comme dans les exemples suivants : Roger Federer vs Rafael Nadal, West Ham United vs Southampton.

Versus désigne aussi une opposition de façon générale (par exemple : cru vs cuit).

RS19 Que de triangles !

Construis un triangle de sommets *A*, *B* et *C*.

Sur le côté *AB*, place deux points régulièrement espacés. Relie chacun de ces deux points au sommet *C*.

Sur le côté *BC*, place également deux points régulièrement espacés. Relie chacun de ces deux points au sommet *A*.

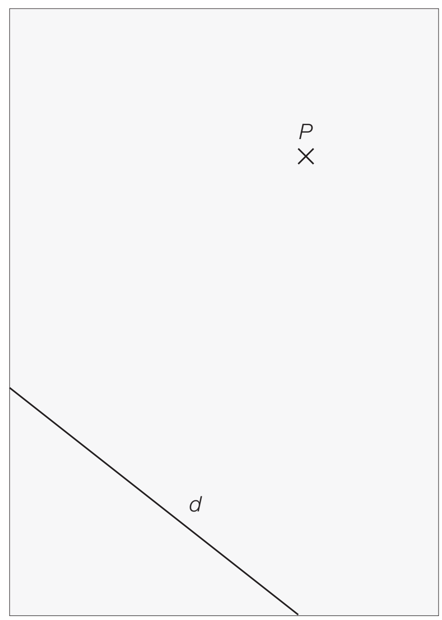
La figure obtenue recèle beaucoup de triangles. Mais combien exactement ?

FICHIER RS20 et RS21

RS22 A plier

Catherine est parvenue, uniquement par pliages de cette feuille, à créer une parallèle au pli *d* et qui passe par le point *P*.

Comment s'y est-elle prise ?

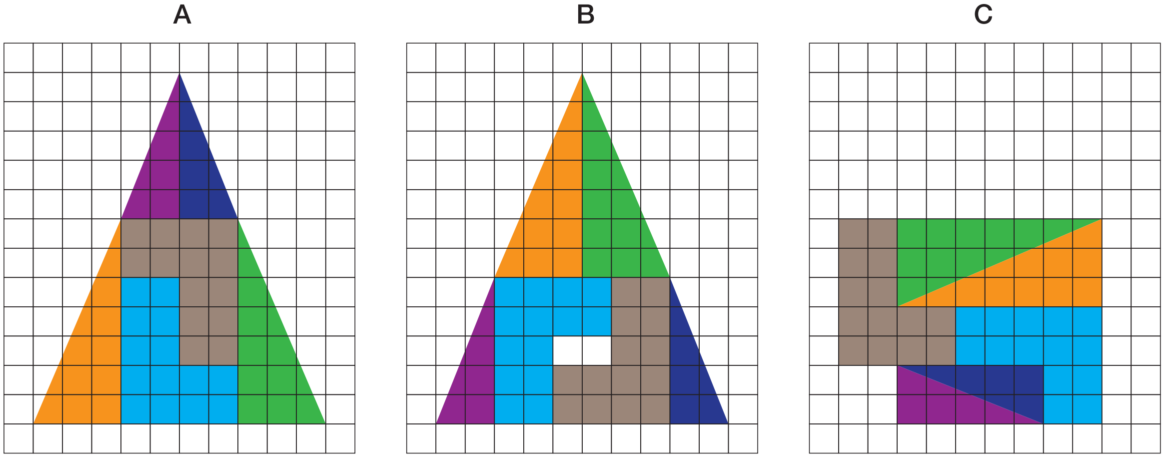


RS23 Les périmètres

Où placer un point *M* sur le côté *BC* d'un triangle *ABC*, de telle sorte que les triangles *ABM* et *AMC* possèdent le même périmètre ?

RS24 58 = 59 = 60 ?

Voici trois figures qui s'inspirent du paradoxe de Paul Curry, magicien amateur de New York.



Et voici les calculs de l'aire de chacune d'elles :

$$A_A = \frac{10 \cdot 12}{2} = 60 \qquad A_B = \frac{10 \cdot 12}{2} - 2 = 58 \qquad A_C = 9 \cdot 7 - 4 = 59$$

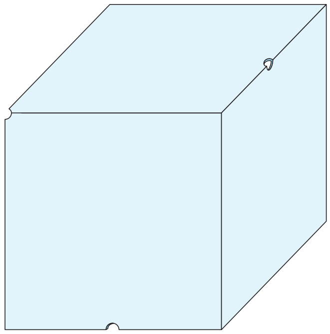
Chacune des figures étant composée des mêmes polygones, on en déduit donc que 58 = 59 = 60.

Où est l'erreur ?

RS25 Versement en liquide

Un récipient cubique en verre, d'arête 60 cm, est percé en trois points : un sommet et deux milieux d'arête.

Est-il possible de transporter 200 litres d'eau à l'aide de ce récipient ?



Crédits photographiques
© Akio Koizumi – Fotolia.com : 208h
© Albert Harlingue / Roger-Viollet : 27
© Alinari / Roger-Viollet : 124
© André Pierre – blogdeshorlogers.canalblog.com : 284b
© Argus – Shutterstock : 18
© Beboy – Fotolia.com : 242
© Bernar Venet, Représentation graphique de la fonction $y = -x^2/4$, 1996 © 2013, ProLitteris, Zürich : 56b
© Bernar Venet, Installation of Equation, 2002 © 2013, ProLitteris, Zürich : 56h
© Bibliothèque Nationale de France : 32, 106
© brian@orbiterballoon.com : 263
© Centre Pompidou, MNAM-CCI, Dist. RMN – Grand Palais / Philippe Migeat : 56b
© DjiggiBodgi.com – Fotolia.com : 280
© Editions Gallimard : 148
© Editions Robert Laffont, SA, Paris, 1981, 1994 : 24
© Eric Isselee – Shutterstock : 38h
© Flicr.com/photos/teclasorg : 42h
© Getty Images / Age fotostock / Radek Detinsky – Dancing House, Prague : 190h
© Getty Images / Flickr / Andy Whitmyre – Goban board : 260
© Getty Images / Getty Images News / Dan Kitwood – British Waterways Attempt to Shock Cyclists into Slowing Down : 209h
© Getty Images / NBCUniversal/NBC – Let's make a deal : 40
© Getty Images / Photo Researchers / Charles D Winters – An analytical balance : 269g
© Getty Images / Taxi / Alistair Berg – Surveyors working on building site : 268h
© Getty Images / Time & Life Pictures / J.R. Eyerman – 3D Film Audience : 209b
© Horst Tappe / Fondation Horst Tappe / Roger-Viollet : 176g
© Jacques Boyer / Roger-Viollet : 161g
© Jacques Citles / Roger-Viollet : 15, 47
© Jean-Pierre Couderc / Roger-Viollet : 246b
© Jean-Pol Grandmont : 284h
© KeithAllisonPhoto.com : 23
© Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1970,2002, http ://www.vrin.fr : 278b
© Lucy Clark – Shutterstock : 251
© Lyuba Bunakova – Fotolia.com : 87
© Makemake : 230
© Matthieu Deltour – www.eethan.fr : 208b
© Max Bill, Chaise à trois pieds, 1940 © 2013, ProLitteris, Zürich : 176d
© Max Bill, Quinze variations sur un même thème, Variation 1, 1935-1938 © 2013, ProLitteris, Zürich : 176h
© MHM55 : 241
© Mikael Damkier – Fotolia.com : 268g
© MrJPEG – Shutterstock : 37
© Musée des arts et métiers – Cnam, Paris / photo J.-C. Wetzel : 42b
© Musée Carnavalet / Roger-Viollet : 281d
© NASA / courtesy of nasaimages.org : 21, 26h, 30, 96
© Ovidiu Lordachi – Fotolia.com : 268d
© Palais de la découverte : 10
© Patleem – Fotolia.com : 240
© Picsfive – Shutterstock : 35
© Pierre-Yves Babelon – Fotolia.com : 83b
© PlLart – Shutterstock : 43b
© rgvc – Fotolia. com : 43d
© Roger-Viollet : 12, 17, 216
© Sam Szafran, Sans titre (escalier personnage), 2002 © 2013, ProLitteris, Zürich : 213
© Scorcom – Fotolia.com : 269d
© Serge Lohner : 193
© Société Suisse de Nutrition SSN : 275
© Stève Fritschi : 26b
© TCY : 281g
© The Abel Prize / The Norwegian Academy of Science and Letters : 161d
© Ullstein Bild / Roger-Viollet : 190b, 236
© 2009 Byteful Travel-Byteful.com : 42m

Droits réservés : 38b, 44, 46, 92, 271
Libre de droits : 159, 160, 172, 197, 202, 232, 258, 269m
Photo P. Carron : 16, 43g
Photo S. Rudaz : 258
Reproduit avec l'autorisation de Swisstopo (BA 13012) : 88, 102, 166
Source : Des Mondes, un Monde – Editions Loisirs et pédagogie, 1998 : 250b
Source : Denis Odiet : 63, 254, 285
Source : Fabienne Mottet-Roduit : 246h
Source : www.livia-alessandrini.com : 278h