

Livre

Mathématiques 10^e

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Fonctions et algèbre

Espace

Grandeurs et mesures

ciip:

Conférence intercantonale
instruction publique et culture
Suisse romande et Tessin

Impressum : *Mathématiques 10^e* Livre de l'élève

Le présent ouvrage compose la collection *Mathématiques 9-10-11*, renouvelée pour assurer la cohérence avec les moyens d'enseignement *Mathématiques 1-8*. Il s'inscrit dans la continuité des ouvrages coédités précédemment avec les Éditions Loisirs et Pédagogie (LEP), envers lesquelles la CIIP est reconnaissante.

Édition 2025

Pour la partie *Recherche et stratégies* (RS) de cette nouvelle édition, nous remercions pour leur engagement :

Rédaction Ivan Corminboeuf

Appui didactique et scientifique Michel Mante, Sylvie Coppé

Coordination Yolande Berga

Administration et relecture Kylie Jacquet, Karin Seiler, Myriam Hulmann

Iconographie Debora Orlando, Laura Pierini

Sous-groupe COPED Viridiana Marc, Alain Ramelet, David Rey, Samuel Rohrbach, François Sulliger

Pour les activités présentes dans les axes thématiques et dont la majorité des contenus a été reprise pour cette nouvelle édition, nous remercions :

Rédaction Ivan Corminboeuf, président ; Claude Lecoultré, Michel Mante, Denis Odiet.

Réalisation Hervé Schild, président ; Pascal Carron, Philippe Dubath, François Günter, Gilles Jeanneret, Denis Odiet, Sandrine Rudaz.

Expertise Nicolas Dreyer, président ; Hedwige Aymon, Stéphane Clivaz, Jean-Paul Dumas, Ninon Guignard, Isabelle Nicolazzi, Elisabeth Stierli.

Validation Annemarie Merkelbach, présidente ; Yolande Berga, Pierre-Marie Gabioud, Pascal Knubel, Rachel Meyer-Bovet, Jérôme Pelisson.

Nous remercions également les commissions et conférences intercantionales impliquées, ainsi que les cantons de Berne, Fribourg, Genève, Jura, Neuchâtel, Valais et Vaud.

Pour faciliter la lecture du document, le masculin générique est utilisé pour désigner les personnes des deux sexes. Lorsqu'une distinction est faite, il s'agit d'une nuance entre les hommes et les femmes qui se doit d'être mise en évidence.

Les moyens d'enseignement de la CIIP sont imprimés pour l'ensemble des élèves de la scolarité obligatoire des cantons romands. Pour des raisons économiques les différents ouvrages, et en particulier les livres de l'élève, sont imprimés pour plusieurs années. Ainsi, il est possible qu'un temps de latence plus ou moins important existe entre le moment où une décision est prise (par exemple, reconnaissance d'un État), où une erreur est constatée, et celui où la modification qui en découle est prise en considération dans les moyens d'enseignement romands.

Illustrations Louiza Becquelin, Lausanne : 37, 39 ;

Yuri Coles, Genève : 13, 15, 44, 72, 73, 78, 133, 135, 152, 214, 215

Conception graphique Design NG Tornay

Impression Atar Roto Presse SA, 1214 Vernier

Réalisation UMER-SO – Unité des moyens d'enseignement romands pour la scolarité obligatoire

ISBN 978-2-88500-472-4

CATARO 023068

Édition 1 (2025)

Copyright

Neuchâtel, 2025, © CIIP, Conférence intercantonale de l'instruction publique et de la culture de la Suisse romande et du Tessin
Faubourg de l'Hôpital 68, case postale 556
2002 Neuchâtel
www.ciip.ch

Tous droits réservés pour tous les pays

Préambule

Ton *Livre 10^e* est le support principal de ton travail en mathématiques pour cette année ; il est accompagné du *Fichier 10^e* et d'un *Aide-mémoire* ; tous font partie de la collection *Mathématiques 9-10-11*.

Les grands axes de cet ouvrage sont reconnaissables grâce aux différentes couleurs. Tu vas ainsi rencontrer un ensemble d'activités regroupées sous

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Fonctions et algèbre

Espace

Grandeurs et mesures

Dans tous ces chapitres, tu pourras utiliser ta curiosité, ta patience et, seul ou en groupe, user de différentes stratégies ainsi que développer et consolider tes connaissances et outils de base.

Tous les élèves de 10^e année de la Suisse romande travaillent sur ces « axes thématiques », définis par le Plan d'études romand (PER) – voir p. 6. Des éléments de ce PER figurent sur les pages de titre des différents chapitres, pour que tu puisses, aidé de ton enseignant ou de ton enseignante et de tes parents, mieux connaître les objectifs et les buts de ton travail.

Au début de l'année scolaire suivante, ton livre sera transmis à un nouvel élève de 10^e, ce qui veut dire que rien ne doit y être écrit ; en revanche, le *Fichier* et l'*Aide-mémoire* t'appartiennent et tu peux y noter ce qui est nécessaire.

On dit parfois que les mathématiques sont un domaine d'études difficile, nécessitant un entraînement régulier. Elles peuvent être aussi, et d'abord, un plaisir et un enrichissement, à l'image d'un jeu de construction complexe, jamais totalement achevé, mais si passionnant à créer.

Que ce livre puisse t'accompagner, en couleurs, en sourire et en confiance, dans tes nouveaux apprentissages !

Les rédacteurs

« Apprendre, c'est toujours prendre le risque de se tromper. »

JEAN-PIERRE ASTOLF
L'erreur, un outil pour enseigner

Repères graphiques

Les axes thématiques

Chaque domaine est défini par une couleur, facilement repérable grâce aux onglets en haut de page.

14 Des stratégies de résolution de problèmes | Recherche

RS7 Le rapt de Jasmine

Le terrible Jafar a enlevé la princesse Jasmine et la retient de son palais.

Aladin, accouru pour libérer Jasmine, se trouve devant la chacune une indication, dont une seule dit la vérité.

30 Nombres décimaux | Nombres et opérations 10^e

NO25 Drôles de montres

La montre d'Ahmed sonne toutes les 6 heures et celle d'Elles ont sonné ensemble le 5 avril à 14 h 20.

84 Fonctions et diagrammes | Fonctions et algèbre 10^e

FA5 Le bout du tunnel

Dans beaucoup de tunnels, on trouve des panneaux de ce genre :

- À quoi servent-ils ?
- Dans ce tunnel, connaissant la distance figurant sur la gauche d'un de ces panneaux, comment peut-on trouver celle figurant sur la droite ?

148 Figures géométriques planes | Espace 10^e

ES7 Constructions de quadrilatères

- Construis un losange dont les deux diagonales mesurent 5 cm et 3 cm.
- Construis un cerf-volant possédant un angle droit avec la mesure est le double de celle de l'autre.

184 Lignes, surfaces et théorème de Pythagore | Espace 10^e

GM16 Découpage

Découpe soigneusement le disque que ton maître puis partage-le en douze parties égales.

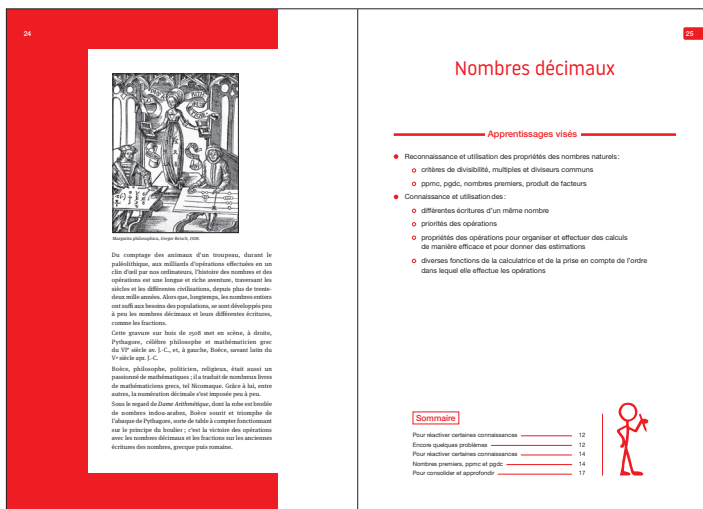
Assemble ensuite ces douze parties de manière à former une surface proche d'une figure dont tu sais calculer l'aire.

- A quelle figure ressemble ton montage ?
- Quelle est l'aire approximative de cette figure ?
- En t'inspirant de ce que tu viens de faire, écris un texte permettant de calculer l'aire d'un disque en fonction de son rayon.

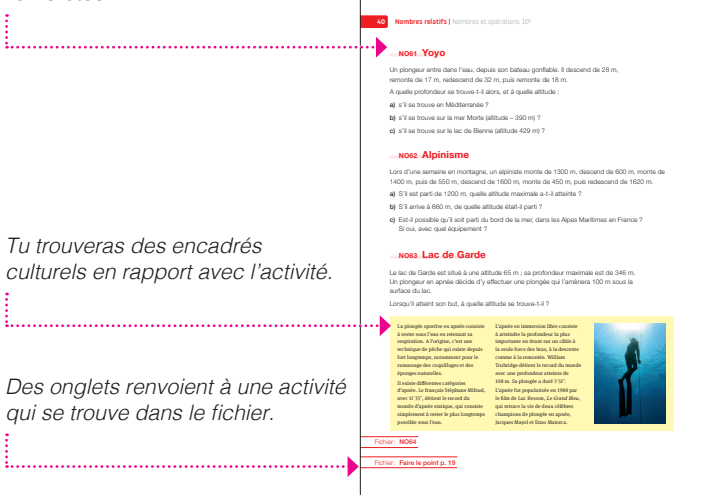
Le livre

Les activités du livre sont prévues pour être effectuées, par exemple, dans un cahier. Ce livre est un objet transmissible que tu restitueras à la fin de ton année scolaire. Tu dois en prendre soin.

Au début de chaque chapitre, tu trouveras une double page comprenant une introduction, les objectifs et le sommaire.

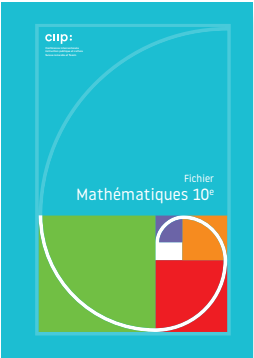


Chaque activité précédée des initiales de l'axe thématique est numérotée.



Tu trouveras des encadrés culturels en rapport avec l'activité.

Des onglets renvoient à une activité qui se trouve dans le fichier.



Le fichier

Le fichier t'appartient.
Tu peux y faire directement tes exercices, le compléter de tes notes, le conserver et le ranger dans ton classeur.

Que sais-je ?

Calcule mentalement et écris le résultat.

a) $127 + 770 + 73 + 1030 =$
b) $34,5 - 27 - 4,5 + 0,3 =$
c) $4 \cdot 93 - 25 =$
d) $99 : 12 =$
e) $7 \cdot 404 + 3 \cdot 406 =$
f) $235 \cdot 0,1 =$
g) $14 \cdot 0,5 =$
h) $950 : 100 =$

Le signe d'égalité suivante est-elle correcte ? Justifie la réponse.

$150 + 50 = 500 + 300 + 200 + 5 = 1000$

Calcule.

a) $19 - 7 + 3 - 9 =$
b) $51 + 60 - 15 - 2 =$

Traduis chaque phrase par un calcul, puis donne la réponse.

a) La somme de 150 et du produit de 25 par 4.
b) Le quotient du carré de 6 par la différence de 25 et 19.

Divisible ou pas ?

Complète le tableau ci-dessous, en t'aidant de l'exemple donné.

est divisible par	2	3	4	5	9	10	25	50	100
850	x			x		x	x	x	
2012									
810									
3211									
20454									
79									
25									

Questions suivantes :

Un nombre divisible par 10 est divisible par 5 ?
Un nombre divisible par 10 est divisible par 20 ?
Un nombre divisible par 5 est divisible par 3 ?
Un nombre divisible par 2 et 3 est divisible par 6 ?

Faire le point.

Parmi les nombres suivants, certains sont des nombres premiers, entoure-les.

42 33 29 75 67 93

Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers.

36 _____
42 _____
180 _____
68 _____

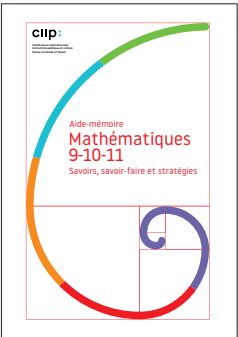
Détermine le pgcd et le ppcm de ces nombres.

a) 9 et 15
b) 16 et 36
c) 60 et 90
d) 56 et 21

Comme dans le livre, chaque activité est numérotée.

Faire le point
Au cours d'un chapitre, ces activités servent à vérifier si tu as assimilé toutes les notions abordées.
Tu trouveras les solutions à la fin du fichier.

Les notes signalent des liens utiles avec l'Aide-mémoire.



L'Aide-mémoire

L'Aide-mémoire est un ouvrage de référence auquel tu peux accéder, lorsque tu en éprouves le besoin.
C'est par exemple le cas :

- pour te remémorer une définition ou un savoir-faire ;
- lorsqu'un travail à effectuer nécessite de revenir sur un aspect théorique que tu n'as pas encore parfaitement assimilé ou un savoir-faire que tu ne maîtrises pas complètement.

Extraits du Plan d'études romand

Visées prioritaires MSN

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Mathématiques et Sciences de la nature (MSN)

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

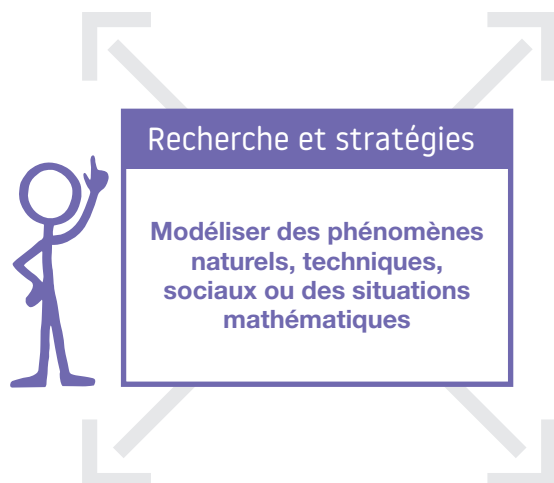
Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.



Espace

Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.

Sommaire

Recherche et stratégies – RS 9

Des stratégies de résolution de problèmes	12
Des outils pour chercher	18
Des problèmes pour modéliser et investiguer	21

Nombres et opérations – NO 23

Nombres décimaux	25
Nombres relatifs	35
Nombres réels	49

Fonctions et algèbre – FA 79

Fonctions et diagrammes	81
Calcul littéral	111
Équations	129

Espace – ES 143

Figures géométriques planes	145
Représentations de solides	159
Transformations géométriques	171

Grandeurs et mesures – GM 179

Lignes, surfaces et théorème de Pythagore	181
Solides	207
Diverses mesures	219

«L'essence même de la réflexion, c'est de comprendre qu'on n'avait pas compris.»

GASTON BACHELARD
Le nouvel esprit scientifique, p. 177, Ed. PUF, 1934

Recherche et stratégies

Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.

Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.



Espace

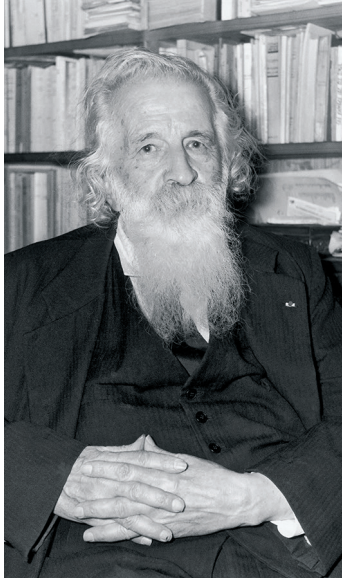
Poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace

Résolution de problèmes géométriques en lien avec les figures et les transformations étudiées.

Grandeurs et mesures

Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.



«Quand on cherche les conditions (...) des progrès de la science, on arrive bientôt à cette conviction que c'est en termes d'obstacles qu'il faut poser le problème de la connaissance scientifique. Le réel n'est jamais « ce qu'on pourrait croire » mais il est toujours ce qu'on aurait dû penser. (...)

En fait, on connaît [on apprend], contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle (...). Quand il se présente à la culture scientifique, l'esprit n'est jamais jeune. Il est même très vieux, car il a l'âge de ses préjugés. Accéder à la science, c'est spirituellement rajeunir, c'est accepter une mutation brusque qui doit contredire un passé.»

*Extrait de : Gaston BACHELARD,
La formation de l'esprit scientifique (Vrin, Paris, 1971)*

Des stratégies de résolution de problèmes

Des outils pour chercher

Des problèmes pour modéliser et investiguer

Capacités transversales développées

Communication

- mobiliser des informations et des ressources
- s'exprimer à l'aide de divers types de langages mathématiques
- tenir compte du contexte

Collaboration

- développer l'esprit coopératif
- travailler en équipe
- mener des projets collectifs

Stratégies d'apprentissage

- analyser et améliorer ses démarches de recherche et de résolution de problèmes
- se donner des méthodes de travail efficaces
- mener des projets collectifs

Pensée créatrice

- développer son inventivité et sa flexibilité dans la manière d'aborder toute situation
- expérimenter des associations inhabituelles

Démarche réflexive

- prendre du recul sur les faits et sur les informations, ainsi que sur ses propres actions
- développer son sens critique

Sommaire

Des stratégies de résolution de problèmes

Essais et ajustements	12
Étude systématique de cas	13
Essais, conjecture, preuve	16

Des outils pour chercher

Schéma, croquis, tableau	18
Se questionner et s'organiser pour résoudre des problèmes	20

Des problèmes pour modéliser et investiguer

Problèmes	21
-----------	----



Développées tout au long des différents thèmes, ces capacités transversales définies par le Plan d'études romand peuvent être particulièrement entraînées dans les activités de ce chapitre.

Des stratégies de résolution de problèmes

Essais et ajustements

RS1 La suite d'Olivia

Olivia s'amuse à écrire des suites de nombres entiers construites de manière logique.

Sa dernière trouvaille est une suite dont le premier nombre est 1, et dont chaque nombre est, à partir du troisième, égal à la somme des deux nombres précédents.

Le douzième nombre de la suite d'Olivia est 2013.

Combien vaut le septième ?

Fichier: **RS2**

RS3 À la boulangerie

Trois élèves se rendent dans une boulangerie.

- Suhali achète 3 croissants, 2 pains au chocolat et 2 ballons. Elle paie 11.00 francs.
- Axel achète 2 croissants, 3 pains au chocolat et 4 ballons. Il paie 13.60 francs.
- Sophie achète 4 croissants et 4 pains au chocolat. Elle paie 14.40 francs.

Quel est le prix d'un croissant, d'un pain au chocolat et d'un ballon ?

Étude systématique de cas

RS4 Des nombres à quatre chiffres

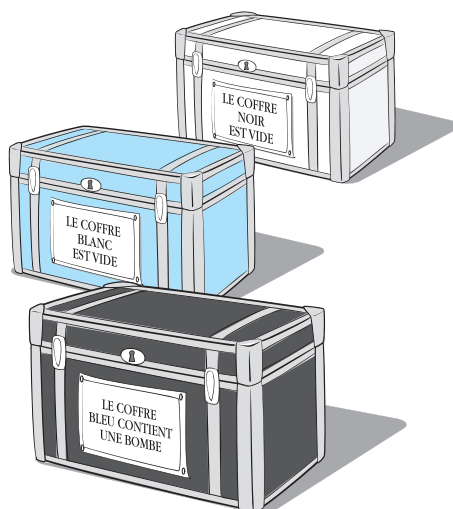
Trouve tous les nombres de quatre chiffres tels que :

- la somme de leurs chiffres est égale à 17 ;
- leur chiffre des centaines est le double de celui des dizaines ;
- leur chiffre des dizaines est un nombre premier ;
- leur chiffre des unités est un carré parfait.

RS5 Le trésor ou la bombe ?

L'un de ces coffres contient un trésor,
un autre une bombe, et le dernier est vide.

Sachant que seule l'étiquette du coffre
contenant le trésor dit la vérité,
dans quel coffre se trouve le trésor ?



RS6 Le caissier imprudent

Les frères Rapesous essaient d'ouvrir le coffre de la banque Piquetout.

La combinaison est une suite croissante de trois chiffres non nuls.

Dans les poches du caissier ligoté, ils découvrent les deux indications suivantes :

- la somme des chiffres est 17 ;
- le produit de deux d'entre eux augmenté du troisième est un carré parfait.

Quelle est la combinaison ou quelles sont les combinaisons permettant d'ouvrir le coffre ?

RS7 Le rapt de Jasmine

Le terrible Jafar a enlevé la princesse Jasmine et la retient prisonnière dans une des trois cellules de son palais.

Aladin, accouru pour libérer Jasmine, se trouve devant les trois portes des cellules, portant chacune une indication, dont une seule dit la vérité.



Aladin sait qu'il ne pourra ouvrir qu'une seule cellule avant que les gardes arrivent.

Quelle porte va-t-il ouvrir ?

RS8 Les truffes au chocolat

Adèle et Hugo ont reçu une boîte contenant vingt truffes au chocolat.

À eux deux, ils ont tout mangé.

Adèle : « J'ai mangé moins de quatorze truffes au chocolat. Mais j'en ai mangé plus de huit. »

Hugo : « J'ai mangé moins de quatorze truffes au chocolat. Je suis sûr et certain d'en avoir mangé moins que toi. »

Chacun des deux a dit la vérité une fois et s'est trompé une fois.

Combien Adèle a-t-elle mangé de truffes au chocolat ?

Trouve toutes les solutions possibles.

RS9 Mastermind

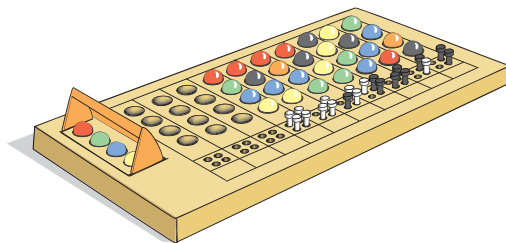
- a) Joue quelques parties de Mastermind avec un camarade.
- b) Ici, les jetons de couleurs sont représentés par des lettres :

R (rouge) – B (bleu) – J (jaune) – V (vert) –
N (noir) – O (orange)

Le codage se fait ainsi :

- + pour chaque jeton placé correctement (de bonne couleur, dans le bon trou) ;
- pour chaque jeton de même couleur qu'un de ceux de l'arrangement caché, mais situé à un autre emplacement.

Quel(s) arrangement(s) de 4 jetons de couleurs différentes correspond(ent) à chaque situation ?



1. À disposition : R, B J, V

R	J	V	B	+	+	-	-
B	J	V	R	+	-	-	-
V	J	R	B	-	-	-	-

2. À disposition : R, B, J, V

B	R	V	J	-	-	-	-
J	V	B	R	-	-	-	-

3. À disposition : R, B, J, V, O

V	R	B	J	+	+	+
R	O	B	J	+	+	+

4. À disposition : R, B, J, V, O

R	B	J	V	+	-	-
B	J	O	V	+	-	-
O	R	B	V	-	-	-

5. À disposition : R, B, J, V, N, O

B	O	V	N	+	+	-	
B	O	J	V	+	-	-	
R	O	V	B	+	-	-	-

6. À disposition : R, B, J, V, N, O

V	O	R	J	-	-	
B	N	V	O	+	-	-
B	V	N	R	-	-	

Essais, conjecture, preuve

RS11 Programme de calcul

Voici 3 programmes de calcul (PC) :

- PC1 Je pense à un nombre, j'ajoute 6. Je multiplie le tout par 5.
- PC2 Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 6.
- PC3 Je pense à un nombre, je le multiplie par 5. J'ajoute 30.

Penses-tu que ces trois programmes de calculs donnent toujours tous le même nombre quel que soit le nombre choisi ? ou deux d'entre eux ? ou aucun ?

Justifie ton affirmation.

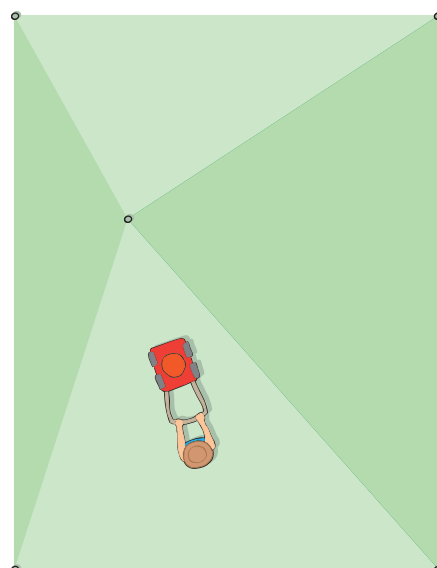
RS12 À tondre !

Anne et Florence doivent tondre un terrain rectangulaire.

Pour le partager en deux parties de même aire, Chris leur propose de planter un piquet en un point quelconque du terrain et de relier ce point aux piquets plantés à chacun des quatre sommets du terrain.

Anne tondra la partie claire sur la figure, Florence la partie foncée.

Le partage est-il équitable quelle que soit la position du piquet, la longueur et la largeur du rectangle ?



RS13 Magique Mathilde !

Mathilde demande à Kevin de choisir un nombre puis :

- de lui ajouter son double ;
- d'additionner 11 à ce résultat ;
- de multiplier le tout par 2 ;
- et pour finir, d'enlever 6 fois le nombre choisi au départ.

Elle dit alors : « Je connais le résultat de ton calcul ! »

Kevin : « Ça m'étonnerait ! Tu ne connais pas le nombre que j'ai choisi au départ... »

Mathilde lui donne le résultat correct.

Kevin est très impressionné.

Explique comment procède Mathilde. Justifie ta réponse.

RS14 Programme bien pensé ?

Je pense à un nombre puis :

- je lui enlève 7 ;
- je multiplie le tout par -3 ;
- j'ajoute 5 fois le double du nombre de départ ;
- je soustrais 20 ;
- et j'ajoute 4 fois le nombre auquel on a enlevé 5.

Peux-tu remplacer ce programme par un autre beaucoup plus court et qui donne toujours le même résultat que lui ?

RS15 Le chiffre des unités

Quel est le chiffre des unités de 7^{2013} ?

Des outils pour chercher

Schéma, croquis, tableau

RS16 Le classement

Voici les déclarations de quatre des six finalistes du cross de l'école.

Marcel : « Quand je suis arrivé, Paulette était déjà là. »

Colette : « Je suis arrivée après Jacques, Claude et Marcel. »

Jacques : « Je suis arrivé juste avant Marcel. Françoise était déjà là, mais pas Claude. »

Françoise : « J'aurais bien aimé être la première ! »

Quel est le classement de cette course ?

RS17 Argent trop cher

Romain, Félix, Pauline et Hornella comparent la somme d'argent qu'ils ont dans leur porte-monnaie.

Romain : « J'ai trois fois plus d'argent qu'Hornella. »

Félix : « J'ai 5 francs de plus qu'Hornella. »

Pauline : « J'ai 2 fois plus d'argent que Félix. »

Hornella : « En tout nous avons 158.50 francs. »

Quelle somme d'argent a Hornella ?

RS18 La famille Belledent

Les quatre enfants Belledent ont tous eu un dessert différent aujourd'hui.

- Simone et les deux enfants nés le même jour n'ont pas voulu la glace aux fraises.
- Marie-Hélène a trempé le doigt dans le flan au caramel de sa sœur. Daniel, le petit dernier, a trouvé ça très rigolo.
- Un des garçons a renversé une partie de sa crème au chocolat en se disputant avec son frère.

a) Un des desserts était une tarte aux pommes. Qui l'a mangée ?

b) Quel dessert Jean-Louis a-t-il eu ?

RS19 Construction complexe

Construis le quadrilatère $ABCD$ inscrit dans un cercle sachant que :

$AC = 5$ cm, $AD = 3$ cm,

$DC = 4$ cm et $BD = 4,5$ cm.

Y a-t-il d'autres solutions ?

RS20 Qui est le plus riche ?

Quatre amis comparent l'argent qu'ils ont :

- Robine dit : « J'ai 10 francs de plus que Daniela. »
- Besar dit : « J'ai trois fois plus d'argent que Robine. »
- Jacques indique : « J'ai 10 francs de moins que Besar. »
- Daniela dit : « En tout, on a 202.40 francs. »

Détermine la somme que chacun a.

RS21 En avion

Dans un avion, quatre passagers sont assis côte à côte.

Ils sont tous de nationalité, d'âge et de profession différents.

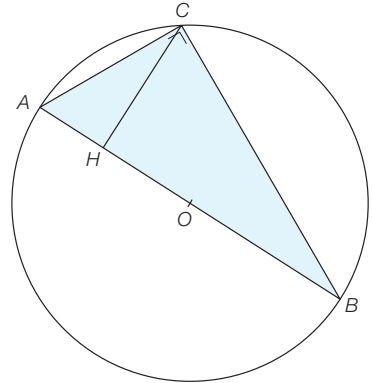
1. Le professeur est âgé de 41 ans.
 2. Le passager qui a 45 ans est ingénieur.
 3. Celui qui boit de la bière résout des mots croisés.
 4. Le Suédois est assis à côté du passager qui a 45 ans.
 5. Le voyageur qui boit du whisky est à la deuxième place, depuis la droite.
 6. Le professeur est assis à la droite du voyageur qui a 39 ans.
 7. L'homme qui est assis à côté de l'ingénieur écrit une lettre.
 8. L'Espagnol est à côté du médecin.
 9. Le voyageur qui boit du jus de fruit lit un journal.
 10. L'Américain est âgé de 35 ans.
 11. L'ingénieur est à l'extrême gauche.
 12. Le médecin boit de la bière.
-
- a) Quel est l'âge du Belge ?
 - b) Quelle est la nationalité du journaliste ?
 - c) Quel est l'âge du buveur de vin ?
 - d) Quelle est la profession du voyageur qui lit un livre ?

Se questionner et s'organiser pour résoudre des problèmes

RS22 Quel périmètre ?

Calcule le périmètre du cercle de centre O , sachant que AB est un diamètre de ce cercle.

$AC = 6$ cm, $BC = 8$ cm et la hauteur CH du triangle mesure 4,8 cm.

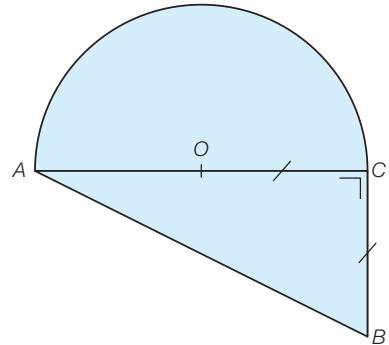


RS23 Casque

Calcule l'aire totale de la figure ci-contre.

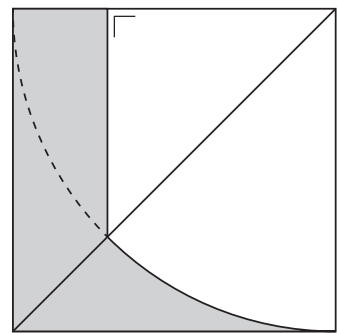
On connaît :

- $OC = BC$;
- O est le centre du demi-cercle ;
- la hauteur CH du triangle ABC mesure 4 cm ;
- $AB = 10$ cm.



RS24 La botte grisée

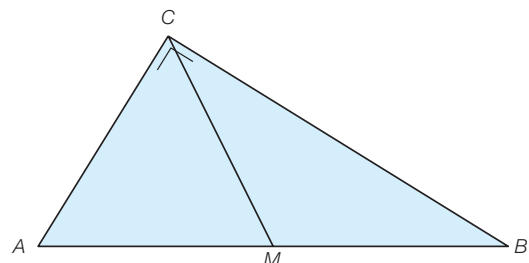
Calcule l'aire de cette surface grisée sachant que le côté du carré mesure 10 cm.



RS25 MACBA

Calcule l'aire du triangle BCM , sachant que $AC = 5$ cm et $BC = 12$ cm.

M est le milieu de AB .



Des problèmes pour modéliser et investiguer

Problèmes

RS26 Volume et consommation d'oxygène

Combien de temps pourriez-vous survivre, toi et tes camarades, avec l'air contenu dans ta classe si celle-ci était soudainement hermétiquement fermée?

RS27 Chemin de traverse

Quelle est la mesure de la plus grande distance possible entre deux points pris sur les arêtes d'un pavé droit de 10 m de hauteur, 3 m de largeur et 3 m de longueur.

Fichier: RS28

RS29 Chi va piano va sano

Une personne doit aller en voiture de Genève à Lausanne par l'autoroute.

Si elle roule à la vitesse moyenne de 100 km/h au lieu de 120 km/h, combien de temps mettra-t-elle en plus et quelle sera la différence de consommation de son véhicule en % ?

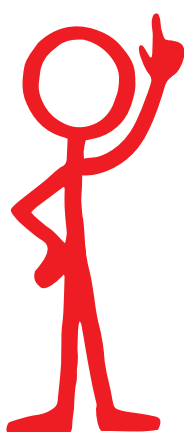
RS30 Le pavé dans l'eau

Si l'on immerge le pavé droit que te montre ton enseignante ou ton enseignant dans le récipient qu'elle ou qu'il a déposé sur son bureau et qui contient une certaine quantité d'eau, est-ce que l'eau va déborder ?

Si ce n'est pas le cas, de combien de cm le niveau d'eau va-t-il monter ?

Nombres et opérations

- Nombres décimaux
- Nombres relatifs
- Nombres réels



Nombres et opérations

Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres réels

Résoudre des problèmes numériques

Résolution de problèmes numériques en lien avec les ensembles de nombres travaillés, l'écriture de ces nombres et les opérations étudiées.



Margarita philosophica, Gregor Reisch, 1508

Du comptage des animaux d'un troupeau, durant le paléolithique, aux milliards d'opérations effectuées en un clin d'œil par nos ordinateurs, l'histoire des nombres et des opérations est une longue et riche aventure, traversant les siècles et les différentes civilisations, depuis plus de trente-deux mille années. Alors que, longtemps, les nombres entiers ont suffi aux besoins des populations, se sont développés peu à peu les nombres décimaux et leurs différentes écritures, comme les fractions.

Cette gravure sur bois de 1508 met en scène, à droite, Pythagore, célèbre philosophe et mathématicien grec du VI^e siècle av. J.-C., et, à gauche, Boëce, savant latin du V^e siècle apr. J.-C. Boëce, philosophe, politicien, religieux, était aussi un passionné de mathématiques ; il a traduit de nombreux livres de mathématiciens grecs, tel Nicomaque. Grâce à lui, entre autres, la numération décimale s'est imposée peu à peu.

Sous le regard de *Dame Arithmétique*, dont la robe est brodée de nombres indou-arabes, Boëce sourit et triomphe de l'abaque de Pythagore, sorte de table à compter fonctionnant sur le principe du boulier ; c'est la victoire des opérations avec les nombres décimaux et les fractions sur les anciennes écritures des nombres, grecque puis romaine.

Nombres décimaux

Apprentissages visés

- Reconnaissance et utilisation des propriétés des nombres naturels :
 - critères de divisibilité, multiples et diviseurs communs
 - ppmc, pgdc, nombres premiers, produit de facteurs
- Connaissance et utilisation des :
 - différentes écritures d'un même nombre
 - priorités des opérations
 - propriétés des opérations pour organiser et effectuer des calculs de manière efficace et pour donner des estimations
 - diverses fonctions de la calculatrice et de la prise en compte de l'ordre dans lequel elle effectue les opérations

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	26
Encore quelques problèmes	27
Pour réactiver certaines connaissances	28
Nombres premiers, ppmc et pgdc	28
Pour consolider et approfondir	31



Pour réactiver certaines connaissances

NO1 Le compte est bon!

But

Atteindre le nombre « cible » en utilisant une ou plusieurs fois les quatre opérations « élémentaires » mathématiques $+$ $-$ $\cdot$ $:$ et une fois, au maximum, chacun des nombres à disposition.

Gagne celui qui s'approche le plus du nombre « cible ».

Exemple

Cible **Nombres à disposition**

456 3 ; 3 ; 7 ; 9 ; 9 ; 50

Une solution

$$9 - 3 = 6$$

$$50 \cdot 9 = 450$$

$$6 + 450 = \mathbf{456}$$

La même solution, en une seule chaîne d'opérations :

$$(9 - 3) + (50 \cdot 9) = \mathbf{456}$$

en utilisant les priorités des opérations :

$$9 - 3 + 50 \cdot 9 = \mathbf{456}$$

Remarque

Tous les nombres à disposition n'ont pas été utilisés, mais aucun n'a été utilisé deux fois, et la division n'a pas été nécessaire.

Voici une série de nombres « cibles » qu'il est possible d'atteindre exactement :

	Cible	Nombres à disposition
a)	270	3 ; 4 ; 5 ; 10 ; 50 ; 100
b)	120	1 ; 2 ; 3 ; 9 ; 10 ; 15
c)	774	1 ; 4 ; 9 ; 10 ; 25 ; 50
d)	622	3 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10
e)	552	2 ; 3 ; 7 ; 8 ; 10 ; 75

	Cible	Nombres à disposition
f)	601	1 ; 6 ; 7 ; 10 ; 25 ; 50
g)	994	2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 10 ; 50
h)	342	5 ; 6 ; 6 ; 8 ; 25 ; 100
i)	628	1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 25
j)	352	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 9

Encore quelques problèmes

NO5 Hommage à Boris

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu viens d'obtenir.

La première étape donne 2 :

$$(71 + 3) : 37 = 2$$

- a) $4^2 - 15$
- b) $(7 - 5)^3 \cdot 9$
- c) $23 \cdot 5 + 115 + 4$
- d) $(338 - 233) : 35$
- e) $(2 \cdot 25 + 5) : 5$
- f) $15 + 5 \cdot 16 + 4 + 101$
- g) $(40 : 2 + 31) \cdot 2$
- h) $(78 - 64)^2$
- i) $45 \cdot 2 : 9 + 7$
- j) $(360 - 189) : 3$
- k) $(781 - 622) : 3$
- l) $72 \cdot 10 : 2$
- m) $(11 - 4 - 3)^2$
- n) $(53 + 18 - 27) : 11$
- o) $1 \cdot 320 : 8$
- p) $(90 \cdot 2 + 8) : 4$
- q) $(200 - 51 - 100) : 7$
- r) $16 : 4 + 6$
- s) $27 \cdot 3 + 3 \cdot 3$
- t) $234 : 3$
- u) $(47 + 3) : 5 + 5$
- v) $64 \cdot 12 + 13$
- w) $(10 \cdot 13 + 3 \cdot 13) \cdot 2$
- x) $57 : 3 + 22$
- y) $(3 \cdot 71 - 13) : 10$
- z) $(17 - 3 - 6)^2$
- aa) $(20 - 5)^2 : 5$
- ab) $(102 + 32 + 1) : 5$
- ac) $1932 - 1832 : 4 - 3 \cdot 458$
- ad) $(41 + 5) \cdot 2 : 4$
- ae) $(196 + 24) : 22 + 1922$
- af) 100 ...

Monsieur le
ur parti
pas sur terre po
ue je vous dise m
irez peut-être
Président
e veux pas l
re avant me
st prise je
mps je vie
pauvres gens c'est pa
piers mili
ur tuer des
je vous fa
taires po
r à la gue
sieur le P
a faire je ne suis
is une le
oir Mon
a décision e
résident je n
mes pa
ttre que vous l
s pour vous fâ
tre si vous a
ns de recevoir
vez le te
rcredi s
ais désert
cher il faut q
m'en v
...



Ingénieur de formation et artiste touche-à-tout, **Boris Vian** (1920-1959) a été, durant sa courte vie, à la fois trompettiste de jazz, chanteur, peintre, traducteur, poète, romancier et linguiste.

Auteur de romans comme *L'écume des jours* ou *L'arrache-cœur* et de romans policiers, sous le pseudonyme de Vernon Sullivan, il a aussi composé et chanté de nombreuses chansons.

Le Déserteur, sorti en 1955, a été longtemps interdit sur les ondes de la radio en France.

Fichier: **Que sais-je ? p. 9**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO10**

NO11 Tous les diviseurs

- a) Donne tous les diviseurs de 36, puis ceux de 54.
- b) Quels sont les diviseurs communs que tu retrouves dans les deux ensembles ?
- c) Quel est le plus grand diviseur commun de 36 et de 54 ?

NO12 Tous les multiples

- a) Donne les dix premiers multiples de 6, puis ceux de 8.
- b) Quels sont les multiples communs que tu retrouves dans les deux ensembles ?
- c) Quel est le plus petit multiple commun de 6 et de 8 ?

Nombres premiers, ppmc et pgdc

Fichier: **NO13**

NO14 Sont-ils premiers ?

Les nombres suivants sont-ils premiers ? Dans le cas contraire, donne leur plus petit diviseur différent de 1.

13 ; 18 ; 23 ; 27 ; 43 ; 81 ; 89 ; 101 ; 169 ; 319 ; 405

NO15 Cherche-les tous !

Cherche tous les nombres premiers :

- a) inférieurs à 50 ;
- b) compris entre 180 et 200.

NO16 Divisible ?

Par quels nombres premiers les nombres suivants peuvent-ils être divisés ?

- | | | |
|-------|-------|--------|
| a) 12 | c) 39 | e) 27 |
| b) 30 | d) 60 | f) 111 |

no17 C'est faux!

Chacun de ces énoncés est-il vrai ou faux ? Justifie tes réponses.

- a) Tous les nombres impairs sont premiers.
- b) Aucun nombre pair n'est premier.
- c) La différence entre deux nombres premiers consécutifs est toujours 2.

Fichier: **NO18****no19 Décompositions**

Décompose chacun des nombres suivants en un produit de nombres premiers.

- a) 14 ; 32 ; 60 ; 72 ; 300 ; 1024
- b) 24 ; 34 ; 56 ; 100 ; 132 ; 1000

no20 Plus petit multiple commun

Trouve le plus petit multiple commun, appelé ppmc, des entiers suivants.

- | | | |
|-----------|------------|-----------------|
| a) 2 et 3 | c) 5 et 10 | e) 6 et 15 |
| b) 8 et 4 | d) 3 et 12 | f) 5 ; 13 et 20 |

no21 ppmc

Trouve le ppmc de :

- | | | |
|-------------|------------------|-------------|
| a) 8 et 24 | c) 6 ; 8 et 9 | e) 45 et 20 |
| b) 14 et 35 | d) 12 ; 15 et 30 | f) 36 et 40 |

no22 Plus grand diviseur commun

Trouve le plus grand diviseur commun, appelé pgdc, des entiers suivants.

- | | | |
|-------------|-------------|--------------------|
| a) 9 et 12 | c) 4 et 8 | e) 7 et 11 |
| b) 10 et 25 | d) 15 et 20 | f) 50 ; 250 et 400 |

no23 pgdc

Trouve le pgdc de :

- | | | |
|---------------|------------------|---------------|
| a) 180 et 240 | c) 10 ; 12 et 16 | e) 288 et 360 |
| b) 72 et 66 | d) 200 et 350 | f) 550 et 70 |

no24 Drôles de montres

La montre d'Ahmed sonne toutes les 6 heures et celle de Nathan, toutes les 14 heures. Elles ont sonné ensemble le 5 avril à 14 h 20.

À quelle date et à quelle heure sonneront-elles de nouveau ensemble ?

no25 À partir de l'horloge fleurie

À Genève, trois petits trains solaires effectuent des boucles différentes à partir de l'horloge fleurie. Les durées de leur trajet sont, respectivement, de :

- train A : 40 min ;
- train B : 20 min ;
- train C : 30 min.



À 11 h 30, un touriste russe de passage devant l'horloge fleurie, après une excursion dans la vieille ville, reconnaît les trois petits trains qu'il a photographiés le matin, au même endroit.

Saurais-tu dire quelle heure il était alors ?

no26 La fleuriste

Une fleuriste dispose de 75 renoncules et de 90 œillets.

- Peut-elle composer 5 bouquets identiques, en utilisant toutes ses fleurs ?
- Peut-elle composer 6 bouquets identiques, en utilisant toutes ses fleurs ?
- Quel est le plus grand nombre de bouquets identiques qu'elle peut composer sans qu'il ne reste de fleurs ? Combien de fleurs comptera alors chacun des bouquets ?

Pour consolider et approfondir

Fichier: NO27 et NO28

NO29 Nombres premiers de Sophie Germain

Un nombre premier p est appelé « nombre premier de Sophie Germain » si l'expression $2p + 1$ est également un nombre premier.

2 est un nombre premier de Sophie Germain, car $2 \cdot 2 + 1 = 5$ est aussi premier.

Donne deux nombres premiers de Sophie Germain supérieurs à 10.



Sophie Germain (1776-1831) a vécu à Paris et a été l'une des premières mathématiciennes françaises autodidactes.

Au début du XIX^e siècle, les femmes étaient souvent jugées incompetentes pour comprendre les travaux scientifiques ; elles ne

pouvaient en général avoir accès à la connaissance des progrès scientifiques qu'au cours de discussions mondaines ou à la lecture des livres de vulgarisation

qui leur étaient spécifiquement destinés.

Sophie Germain se prend de passion pour les mathématiques à l'âge de 13 ans. Elle apprend seule la théorie des nombres et du calcul, et étudie les travaux d'Euler et de Newton, souvent durant la nuit, à la lumière de chandelles que son père tente de lui confisquer. En empruntant l'identité d'un ancien élève, Antoine Auguste Le Blanc, elle arrive à se procurer les cours de l'École polytechnique, réservée aux hommes. Sous ce nom, elle échange des travaux complexes avec les grands mathématiciens Gauss et Lagrange. Ce dernier finit par découvrir le subterfuge après l'avoir convoquée suite à l'excellence de ses travaux.

NO30 m et n

Deux nombres, m et n , sont écrits sous forme de produits de nombres premiers :

$$m = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{et} \quad n = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Réponds aux questions suivantes sans calculer m et n .

- 2 est-il diviseur de n ?
- 6 est-il diviseur de m ?
- 10 est-il diviseur de n ?
- Quel est le pgcd de m et de n ?
- Quel est le ppmc de m et de n ?
- Duquel des deux nombres 4 est-il diviseur ?
- Duquel des deux nombres 15 est-il diviseur ?

NO31 On recherche

Trouve :

- a) des carrés parfaits compris entre 50 et 100 ;
- b) des carrés parfaits diviseurs de 100 ;
- c) des cubes parfaits multiples de 2 ;
- d) des cubes parfaits compris entre 100 et 400 ;
- e) des cubes parfaits multiples de 5 ;
- f) des nombres qui sont à la fois des carrés parfaits et des cubes parfaits ;
- g) les diviseurs de 400 supérieurs à 200 ;
- h) des nombres premiers divisibles par 1 et par 7 ;
- i) des multiples de 8 compris entre 51 et 55 ;
- j) un multiple de 5 et de 7 qui se termine par 3 ;
- k) des multiples à la fois de 5 et de 7, compris entre 100 et 200 ;
- l) un multiple de 17 et de 18 qui se termine par 8.

NO32 Qu'en dire ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie tes réponses.

- a) Le produit de deux nombres est toujours supérieur à leur somme.
- b) Il n'existe aucun nombre naturel impair égal à la somme de ses diviseurs inférieurs à lui-même.
- c) Le ppmc de deux nombres premiers distincts est toujours égal à leur produit.
- d) Si un nombre est inférieur à 10, alors son carré est inférieur à 100.
- e) Il n'existe aucun carré parfait qui, augmenté de 2, soit égal à un cube parfait.

NO33 Boîte de jeux

Une boîte de jeux a la forme d'un parallélépipède rectangle.

Ses faces ont pour aire 96 cm^2 , 160 cm^2 et 240 cm^2 .

Quel est le volume de la boîte sachant que ses dimensions sont des nombres entiers ?



no34 L'escalier

Un menuisier désire construire un escalier composé de deux parties, l'une de 2,88 m de hauteur, l'autre de 3,52 m de hauteur.

Il désire évidemment construire des marches de même hauteur, comprise entre 15 cm et 20 cm.

Détermine la hauteur exacte de chaque marche et le nombre total de marches.

no35 Découpage

Les dimensions d'un parallélépipède rectangle sont 48 cm, 120 cm et 144 cm.

On veut le découper entièrement en cubes identiques de plus de 5 cm d'arête, sans aucune perte.

Combien y a-t-il de solutions ?

no36 La parcelle

Un jardinier désire planter une haie autour d'une parcelle rectangulaire de longueur 10,8 m et de largeur 7,8 m.

Il place un plant à chaque sommet du rectangle.

La distance entre deux plants doit toujours être la même et doit être égale à un nombre entier de centimètres.

- a) Détermine la plus grande distance possible entre deux plants.
- b) Calcule le nombre de plants nécessaires pour entourer la parcelle rectangulaire.

no37 Les dix premiers nombres premiers

De la liste des neuf premiers nombres premiers 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23, on enlève successivement deux nombres dont le produit est 34, deux nombres dont le produit est 69, deux nombres dont le produit est 95 et deux nombres dont le produit est 143.

Que vaut le produit du nombre restant par le dixième nombre premier ?

Les quantités *négatives* sont le contraire des positives : où le positif finit, le négatif commence. Voyez POSITIF.

Il faut avouer qu'il n'est pas facile de fixer l'idée des quantités négatives, & que quelques habiles gens ont même contribué à l'embrouiller par les notions peu exactes qu'ils en ont données. Dire que la quantité *négative* est au-dessous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir.

*Extrait de Encyclopédie,
ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*

En 1780, quand D'Alembert et Diderot publient leur *Encyclopédie*, les nombres négatifs étaient connus en Occident depuis trois siècles environ ; pourtant, il semblait toujours bien difficile de les accepter : « Dire que la quantité *négative* est au-dessous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir », notent-ils. Et pourtant, les nombres négatifs complètent les positifs pour former l'ensemble des relatifs et permettre ainsi la résolution de nombreux problèmes.

Ce n'est qu'au XIX^e siècle que ces nombres seront pleinement, mais difficilement, acceptés.

Le parcours fut ainsi bien long, puisque les toutes premières traces des nombres négatifs ont été retrouvées en Chine et qu'elles dataient du I^{er} siècle de notre ère. Par la suite, vers l'an 600, le mathématicien indien Brahmagupta notait dans ses écrits : « Une dette retranchée du néant devient un bien, un bien retranché du néant devient une dette »...

Nombres relatifs

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation de différentes écritures d'un même nombre relatif
- Comparaison, approximation, encadrement et représentation sur une droite de nombres relatifs
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres relatifs
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice
- Exploration de quelques systèmes de numération

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	36
Addition et soustraction de nombres relatifs	36
Multiplication et division de nombres relatifs	41
Pour consolider et approfondir	43
Encore quelques problèmes	44



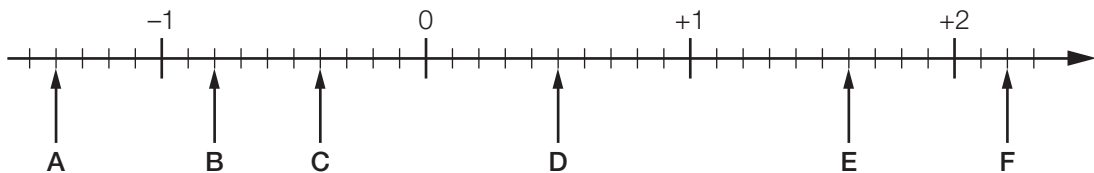
Fichier: **Que sais-je ? p. 15**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO38 et NO39**

NO40 Quel nombre ?

Sur la droite numérique, à quel nombre correspond chacune des lettres ?



Addition et soustraction de nombres relatifs

NO41 Les quatre additions

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+3) + (+9) = (+12) \quad (+3) + (-9) = (-6) \quad (-3) + (+9) = (+6) \quad (-3) + (-9) = (-12)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

- | | | | |
|--------------------|-------------------|--------------------|-------------------|
| a) $(-8) + (+7)$ | c) $(+5) + (+15)$ | e) $(+32) + (+68)$ | g) $(-7) + (-21)$ |
| b) $(+20) + (-19)$ | d) $(-11) + (-1)$ | f) $(-3) + (+13)$ | h) $(+4) + (-12)$ |

NO42 Additions d'entiers relatifs

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) $(+5) + (+6)$ | b) $(+5) + (-6)$ | c) $(-5) + (+6)$ | d) $(-5) + (-6)$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|

Procède de même pour les calculs suivants :

- | | | | |
|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| e) $(+9) + (-3)$ | g) $(-13) + (+7)$ | i) $(-20) + (-80)$ | k) $(+36) + (+14)$ |
| f) $(-20) + (-12)$ | h) $(+4) + (+8)$ | j) $(+6) + (-18)$ | l) $(-15) + (+15)$ |

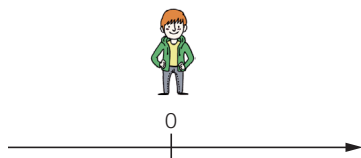
Comment additionner deux nombres, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO43 Marche avant

Observe le petit bonhomme...

Règles :

Il est au repos.



Il regarde en direction...

... des positifs ... des négatifs.



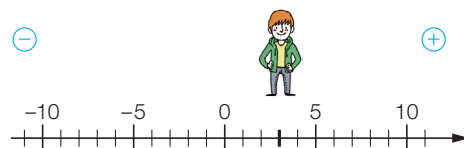
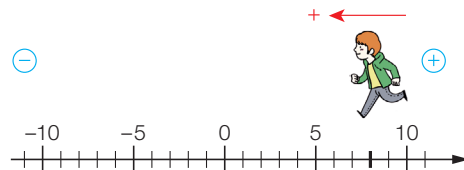
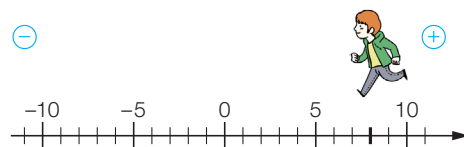
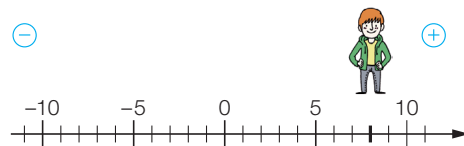
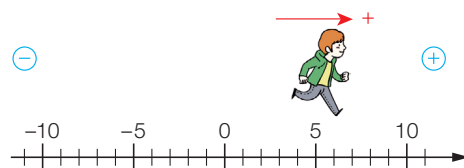
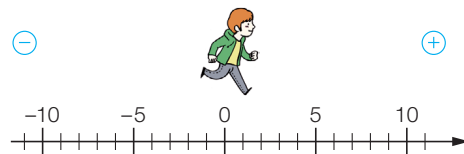
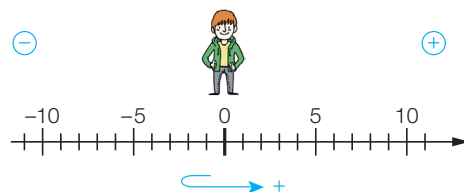
Il avance.



Détermine le résultat des opérations suivantes en t'aidant du petit bonhomme :

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $0 + (+2)$ | e) $(-9) + (+8)$ |
| b) $0 + (-5)$ | f) $(-7) + (-1)$ |
| c) $(+8) + (-6)$ | g) $(+3) + (-2)$ |
| d) $(-3) + (-4)$ | h) $(-2) + (+5)$ |

Exemple : $(+8) + (-5) = (+3)$



NO47 Gratte-ciel

Un ascenseur monte de deux étages, redescend de trois, remonte de six et redescend enfin de cinq étages. Après ces quatre déplacements, l'ascenseur se trouve au premier sous-sol.

De quel étage l'ascenseur est-il parti ?

NO48 À midi!

Tous les jours, à midi précis, Patricia relève la température indiquée par le thermomètre qui se trouve sur sa terrasse. Voici ce qu'elle constate :

- Le mardi, il a fait 8 °C de plus que le lundi.
- Du jeudi au samedi, la température a chuté de 12 °C.
- Le samedi, il a fait 4 °C de moins que le vendredi.
- Mercredi, il faisait 6 °C.
- Par rapport au lundi précédent, il faisait 3 °C de plus le dimanche.
- La température affichée le mercredi était 2 °C plus élevée que celle de lundi.
- Du samedi au dimanche, la température indiquée par le thermomètre est montée de 1 °C.

Qu'affichait le thermomètre le jeudi à midi ?

NO49 Les quatre soustractions

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+7) - (+2) = (+7) + (-2) = (+5)$$

$$(-7) - (+2) = (-7) + (-2) = (-9)$$

$$(+7) - (-2) = (+7) + (+2) = (+9)$$

$$(-7) - (-2) = (-7) + (+2) = (-5)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(-14) - (-8)$

c) $(+12) - (-12)$

e) $(+100) - (+90)$

g) $(-8) - (-2)$

b) $(+31) - (+9)$

d) $(-5) - (+19)$

f) $(-6) - (+16)$

h) $(+7) - (-4)$

NO50 Soustractions d'entiers relatifs

Effectue ces calculs, puis compare tes résultats avec ceux que tu obtiens à l'aide de ta calculatrice :

a) $(+8) - (+3)$

b) $(+8) - (-3)$

c) $(-8) - (+3)$

d) $(-8) - (-3)$

Procède de même pour les calculs suivants :

e) $(+20) - (+19)$

g) $(-18) - (+11)$

i) $(-1) - (-9)$

k) $(+16) - (-4)$

f) $(+12) - (-3)$

h) $(+150) - (+50)$

j) $(-30) - (+10)$

l) $(-26) - (-6)$

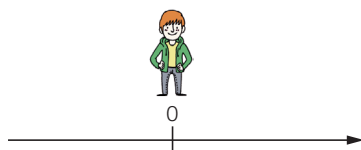
Comment soustraire un nombre d'un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

NO51 Marche arrière

Observe le petit bonhomme...

Règles :

Il est au repos.



Il regarde en direction...

... des positifs ... des négatifs.



Il avance.



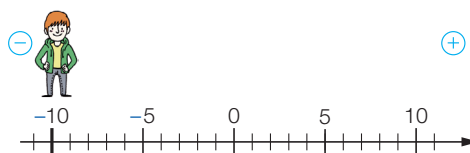
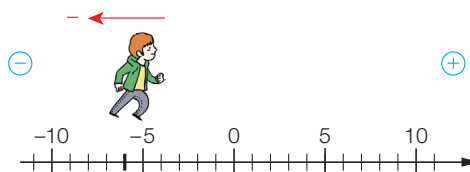
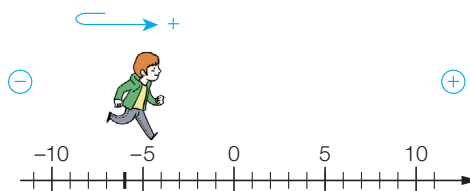
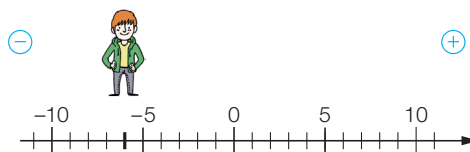
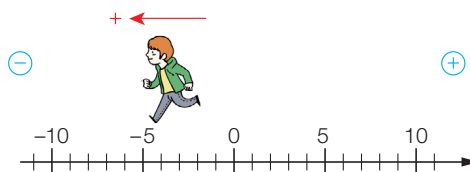
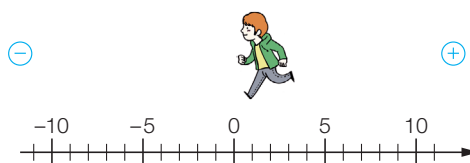
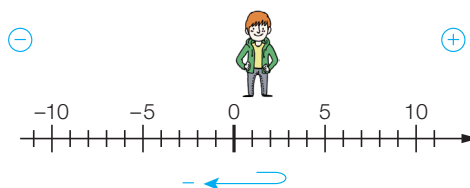
Il recule.



Détermine le résultat des opérations suivantes en t'aidant du petit bonhomme :

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) $(+4) - (+2)$ | e) $0 - (-8)$ |
| b) $(-5) - (-5)$ | f) $(+1) - (-9)$ |
| c) $(-6) - (+1)$ | g) $(-12) - (+8)$ |
| d) $(+7) - (+3)$ | h) $(+3) - (-4)$ |

Exemple : $(-6) - (+4) = (-10)$



NO60 Yoyo

Un plongeur entre dans l'eau depuis son bateau gonflable. Il descend de 28 m, remonte de 17 m, redescend de 32 m, puis remonte de 18 m.

À quelle profondeur se trouve-t-il alors, et à quelle altitude :

- a) s'il se trouve en Méditerranée ?
- b) s'il se trouve sur la mer Morte (altitude – 390 m) ?
- c) s'il se trouve sur le lac de Bienne (altitude 429 m) ?

NO61 Alpinisme

Lors d'une semaine en montagne, un alpiniste monte de 1300 m, descend de 600 m, monte de 1400 m, puis de 550 m, descend de 1600 m, monte de 450 m, puis redescend de 1620 m.

- a) S'il est parti de 1200 m, quelle altitude maximale a-t-il atteinte ?
- b) S'il arrive à 660 m, de quelle altitude était-il parti ?
- c) Est-il possible qu'il soit parti du bord de la mer, dans les Alpes Maritimes en France ?
Si oui, avec quel équipement ?

NO62 Lac de Garde

Le lac de Garde est situé à une altitude de 65 m ; sa profondeur maximale est de 346 m.

Un plongeur en apnée décide d'y effectuer une plongée qui l'amènera 100 m sous la surface du lac.

Lorsqu'il atteint son but, à quelle altitude se trouve-t-il ?

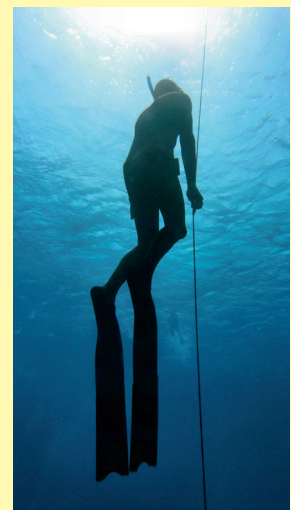
La plongée sportive en apnée consiste à rester sous l'eau en retenant sa respiration. À l'origine, c'est une technique de pêche qui existe depuis fort longtemps, notamment pour le ramassage des coquillages et des éponges naturelles.

Il existe différentes catégories d'apnée. Les records des catégories citées ci-après datent de 2023. L'apnée statique consiste à rester le plus longtemps possible sous l'eau. Les records du monde sont détenus par le Français Stéphane Mifsud (11'35") depuis 2009, et par la Russe

Natalia Molchanova (9'02") depuis 2013.

L'apnée en immersion libre consiste à atteindre la profondeur la plus importante en tirant sur un câble à la seule force des bras, à la descente comme à la remontée. Chez les femmes, c'est Fatima Korok qui détient le record du monde avec 102 m depuis 2023 et chez les hommes, c'est Petar Klovar avec 135 m depuis 2023.

L'apnée fut popularisée en 1988 par le film de Luc Besson, *Le Grand Bleu*, qui retrace la vie de deux célèbres champions de plongée en apnée, Jacques Mayol et Enzo Maiorca.



Multiplication et division de nombres relatifs

NO64 Les quatre multiplications

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+4) \cdot (+6) = (+24)$$

$$(-4) \cdot (+6) = (-24)$$

$$(+4) \cdot (-6) = (-24)$$

$$(-4) \cdot (-6) = (+24)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(-8) \cdot (-5)$

c) $(-4) \cdot (+7)$

e) $(+2) \cdot (-15)$

g) $(-7) \cdot (-8)$

b) $(+12) \cdot (+3)$

d) $(+11) \cdot (-11)$

f) $(-9) \cdot (+5)$

h) $(+6) \cdot (+1000)$

NO65 Multiplications d'entiers relatifs

Trouve la règle qui permet de multiplier deux nombres relatifs.

a) $(+6) \cdot (+3)$

b) $(+6) \cdot (-3)$

c) $(-6) \cdot (+3)$

d) $(-6) \cdot (-3)$

Utilise cette règle pour trouver la réponse aux calculs ci-dessous.

e) $(+12) \cdot (+9)$

g) $(-9) \cdot (+4)$

i) $(-3) \cdot (-11)$

k) $(+30) \cdot (+12)$

f) $(-100) \cdot (-5)$

h) $(+70) \cdot (-8)$

j) $(+5) \cdot (-8)$

l) $(-7) \cdot (+6)$

NO68 Les quatre divisions

Aide-toi de ces quatre égalités

$$(+20) : (+4) = (+5)$$

$$(-20) : (+4) = (-5)$$

$$(+20) : (-4) = (-5)$$

$$(-20) : (-4) = (+5)$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+72) : (-9)$

c) $(-25) : (+5)$

e) $(+48) : (-6)$

g) $(+81) : (+9)$

b) $(+28) : (+7)$

d) $(-40) : (-10)$

f) $(-18) : (+2)$

h) $(-49) : (-7)$

no69 Divisions d'entiers relatifs

Trouve la règle qui permet de diviser deux nombres relatifs.

a) $(+8) : (+2)$

b) $(-8) : (+2)$

c) $(+8) : (-2)$

d) $(-8) : (-2)$

Utilise cette règle pour trouver la réponse aux calculs ci-dessous.

e) $(-32) : (+4)$

g) $(-56) : (+8)$

i) $(+63) : (-7)$

k) $(-30) : (-5)$

f) $(+36) : (+12)$

h) $(+24) : (-6)$

j) $(-45) : (-9)$

l) $(+100) : (+20)$

no70 Réversibilité!

On peut justifier la réponse d'une division selon l'exemple ci-dessous :

$15 : 3 = 5$	car	$5 \cdot 3 = 15$
--------------	-----	------------------

En t'appuyant sur cet exemple, trouve la réponse aux calculs ci-dessous :

a) $(+15) : (-5) = \blacksquare$ car $(\blacksquare) \cdot (-5) = (+15)$

b) $(-15) : (+5) = \blacksquare$ car $(\blacksquare) \cdot (+5) = (-15)$

c) $(-15) : (-5) = \blacksquare$ car $(\blacksquare) \cdot (-5) = (-15)$

Comment diviser un nombre par un autre, qu'ils soient positifs ou négatifs ?

Fichier: **NO71 à NO73**

no74 Réelle ou ressentie

Pour une température identique, nous avons l'impression qu'il fait plus froid lorsque le vent souffle que lorsqu'il ne souffle pas. On parle de température réelle (T), celle qu'indique le thermomètre, et de température ressentie (T_r).

Pour un vent soufflant à 60 km/h, la température ressentie se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$T_r = 1,4 \cdot T - 9$$

Calcule la température ressentie lorsque le vent souffle à 60 km/h et que la température réelle est de :

a) 5°C

b) -10°C

Fichier: **Faire le point p. 23**

Pour consolider et approfondir

no75 Hommage à Amel

En face de chaque opération, tu découvres un morceau de phrase.

La réponse de chaque opération te permet de décoder la suite du texte de la manière suivante : il te suffit de chercher, dans la liste, un calcul dont le premier nombre est le résultat que tu viens d'obtenir.

La première étape donne 3 :

$$(21 + 27) : 16 = 3$$

a) $(-16 + 6) \cdot (6 - 16)$

b) $8 \cdot 22 + 2 \cdot 22$

c) $(-8 + 32) : (-4)$

d) $-72 - 12 : 3$

e) $-55 : (-5)$

f) $-120 : (-2 + 8)$

g) $(12 - 22)^3$

h) $100 - 100 - 120$

i) $(-33 : 11) \cdot (1 - 5)$

j) $16 \cdot (-1)^5$

k) $3^3 - (-21)$

l) $(-100 : 25)^2$

m) $-76 + 127$

n) $(-20 : 10) \cdot 8 \cdot 25$

o) $[51 : (-17)]^2$

p) $9 - 42$

q) $(48 - 50)^3$

r) $-6 \cdot 3 \cdot 4$

s) $(-1000 + 2000 - 3000) : 20$

t) $-400 : 25 : (-2)$

u) $220 : (-4)$

v) $(11 - 14)^3$

Je n'ai qu'une

le poing levé

La vie ne m'en laisse

comme je suis

ce qu'on me dit

Je suis l'as

bomber le torse

Je suis métisse,

Lever la tête,

comme le pire

Mais toujours,

philosophie

J'avance le cœur léger

Je reste

Sans cesse

le poing levé

Pour le meilleur,

Être acceptée

Malgré tout

mais pas martyre

redoubler d'efforts

pas le choix

qui bat le roi.



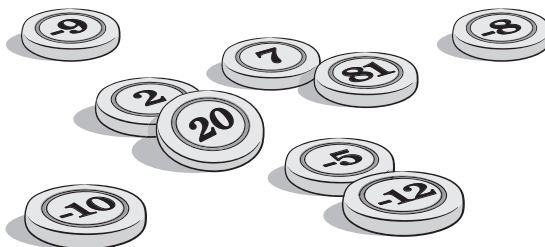
Amel Bent Bachir est une chanteuse et actrice française, née le 21 juin 1985 à Paris d'un père algérien et d'une mère marocaine. C'est sa participation, en 2004, à la saison 2 de l'émission « Nouvelle Star » qui la révèle au public. Son premier album, *Un jour d'été*, sort la même année. Le premier single issu de cet album, *Ma philosophie*, entre directement en première place des ventes en France et y reste plusieurs semaines.

Ma philosophie, coécrite avec la rappeuse Diam's, est sans doute la chanson la plus populaire d'Amel Bent. Elle y évoque ses origines, son physique et se libère des préjugés qu'elle rencontre dans son quotidien. Ces sujets ont touché toute une génération qui s'est reconnue dans les paroles de la chanteuse.

NO76 Jetons relatifs

À l'aide des jetons suivants, trouve :

- deux nombres dont la somme est (-20) ;
- deux nombres dont le quotient est (-9) ;
- trois nombres dont le produit est $(+280)$;
- deux nombres dont la différence est $(+5)$.



NO77 Qui vérifie ?

Trouve deux nombres entiers relatifs x et y , qui vérifient :

- $x + y = (-3)$ x est inférieur à y **et** x et y sont de même signe.
- $x + y = (-3)$ x est supérieur à y **et** x et y sont de signes différents.
- $x + y = (+5)$ x **ou** y est nul.
- $x + y = (+5)$ x est supérieur à y **et** x et y sont de même signe.

Fichier: NO78 à NO84

Encore quelques problèmes

Fichier: NO85 et NO86

NO87 Cryptarithmes

Retrouve, si possible, les nombres qui sont cachés dans ces cryptarithmes.

Dans chaque cryptarithme :

- une lettre représente toujours le même chiffre ;
- un chiffre est toujours représenté par la même lettre ;
- aucun nombre ne commence par zéro.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \quad \text{H U I T} \\ + \quad \text{H U I T} \\ \hline \text{S E I Z E} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \quad \text{N E U F} \\ + \quad \quad \text{U N} \\ + \quad \quad \text{U N} \\ \hline \text{O N Z E} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } \quad \text{F O R T Y} \\ + \quad \quad \text{T E N} \\ + \quad \quad \text{T E N} \\ \hline \text{S I X T Y} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } \quad \text{R E S P E C T} \\ + \quad \text{R E S P E C T} \\ \hline \text{S O C I E T E} \end{array}$$

no88 Bon compte

En disposant sur chaque ligne des cartes numérotées de 1 à 4, on a réalisé la soustraction ci-contre.

En modifiant l'ordre des cartes sur chaque ligne, cherche toutes les dispositions permettant d'obtenir le nombre 1998.

	4	3	2	1
-	1	2	3	4
	3	0	8	7

no89 Eugène Catalan

Catalan formula quelques conjectures sur les nombres ; en voici une très simple à présenter.

Il énonce que le sextuple de tout nombre impair positif est la somme de trois carrés parfaits.

Dans ce cas, on a notamment

$$6 = 6 \cdot 1 = 4 + 1 + 1$$

$$18 = 6 \cdot 3 = 16 + 1 + 1$$

...

À toi de vérifier cette conjecture pour les nombres impairs inférieurs à 100.



Né à Bruges et mort à Liège, **Eugène Catalan** (1814-1894) a fait ses études de mathématiques et de physique en France. Tout en étant un brillant mathématicien à l'origine de nombreuses théories

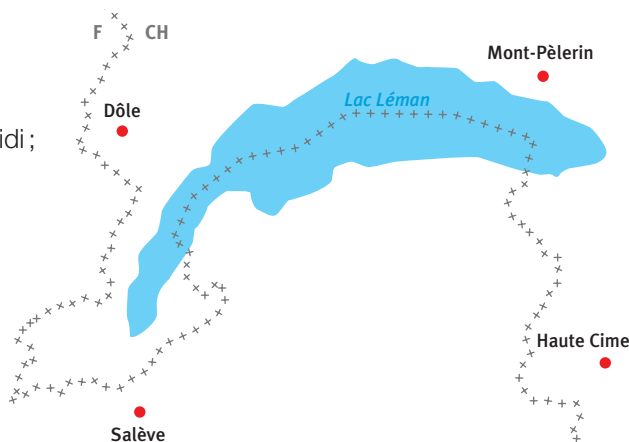
et conjectures, dans le domaine des nombres et de la géométrie, il était aussi un homme très engagé politiquement. Le fait d'être scientifique ne l'empêchait pas de se sentir très concerné par les problèmes sociaux et politiques ; sa participation à la Révolution de 1848 en France et ses convictions extrémistes ont, par contre, limité sa carrière d'ingénieur des Ponts et Chaussées.

Fichier : NO90

no91 Plus c'est haut, plus c'est beau!

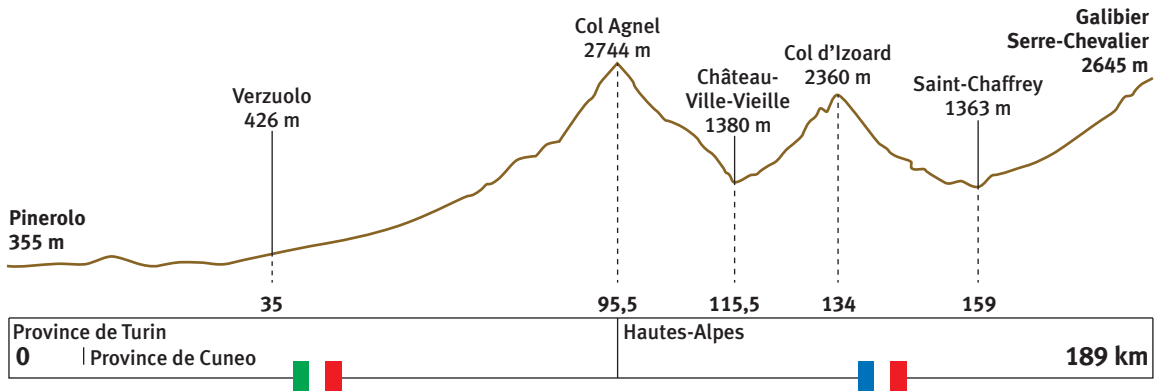
Tu possèdes suffisamment de renseignements pour déterminer l'altitude du fond du lac Léman :

- le sommet du Salève est 1003 m plus haut que le niveau du lac Léman et 1882 m plus bas que la Haute Cime des Dents du Midi ;
- le Mont-Pèlerin culmine à 1080 m ;
- la différence d'altitude entre la Haute Cime et le fond du lac Léman est de 3195 m ;
- la Dôle domine le Salève de 302 m ;
- le niveau du lac Léman est 708 m plus bas que le sommet du Mont-Pèlerin.



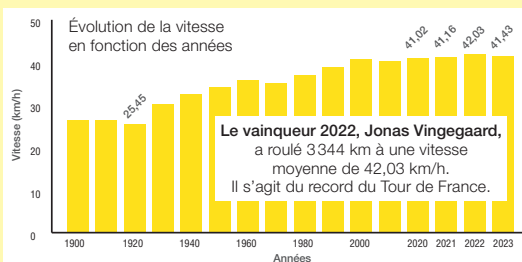
NO92 Tour de France

Lors de cette étape du Tour de France dont voici le profil, les coureurs ont gravi trois cols : l'Agnel, l'Izoard et le Galibier. Pour cet exercice, on admet qu'entre le fond d'une vallée et le sommet d'un col, ou inversement, la route ne fait que monter, respectivement descendre.



En t'aidant du graphique ci-dessus, réponds aux questions suivantes :

- Quelle est la dénivellation totale de cette étape ?
- Quelle est la différence d'altitude entre le col Agnel et le Galibier ?
Et entre Saint-Chaffrey et Château-Ville-Vieille ?
- Dans quels pays cette étape du Tour de France passe-t-elle ?



Le Tour de France – appelé aussi « La Grande Boucle » – est une compétition cycliste par étapes qui se déroule chaque année en France durant le mois de juillet. Initialement destinée exclusivement aux hommes, avec de rares courses réservées aux femmes par le passé, une nouvelle édition féminine est ouverte depuis 2022.

La première édition masculine de 1903 a été remportée par Maurice Garin. Elle comportait 6 étapes pour une

distance totale de 2428 km. La vitesse moyenne du vainqueur fut de 25,7 km/h.

L'édition masculine de 2023 (21 étapes pour une distance totale de 3401,3 km) a été remportée pour la deuxième fois consécutive par le Danois Jonas Vingegaard. Sa vitesse moyenne sur l'ensemble du tracé a été de 41,4 km/h. Le graphique ci-dessus présente l'évolution de la vitesse moyenne des cyclistes masculins en fonction des années. Plusieurs facteurs peuvent expliquer cette évolution : le développement de la bicyclette et du matériel, la recherche en aérodynamisme, la préparation physique des coureurs, le revêtement des chaussées, etc.

no95 La numération en Grèce Antique

Dans l'Antiquité grecque, l'alphabet comportait plus de lettres que celui qui figure dans ton *Aide-mémoire*. On utilisait ces lettres pour écrire les nombres entiers positifs, sauf le 0.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
alpha	bêta	gamma	delta	epsilon	digamma	dzêta	êta	thêta
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ς
iota	kappa	lambda	mu	nu	xi	omicron	pi	koppa
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϝ
rhô	sigma	tau	upsilon	phi	khi	psi	oméga	sampi

Ils ajoutaient une apostrophe (le signe keréa) pour indiquer la fin d'un nombre et plaçaient une virgule (aristeri keréa) avant un nombre pour indiquer une multiplication par 1000.

Ainsi, le nombre 12 s'écrivait **ιβ'** et le nombre 4024 s'écrivait, **δκδ'**.

Écris les nombres ci-dessous dans la numération grecque :

a) 18

b) 144

c) 8759

d) 2011

e) 789

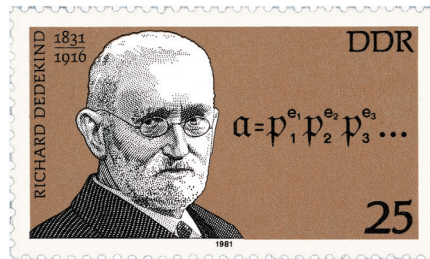


On peut distinguer trois significations pour le zéro :

- le zéro qui indique l'absence de quelque chose, le « rien » ;
- le zéro « de position » pour écrire les nombres et qui permet de différencier la position des chiffres : 10 ; 101 ; 1001... ;
- le zéro en tant que chiffre, reconnu comme tel avec ses propriétés.

Ce dernier est apparu tardivement dans l'histoire des nombres, vers le V^e siècle.

La population grecque de l'Antiquité avait beaucoup de respect pour les nombres ; elle pensait que les nombres avaient été créés par les dieux et les déesses, qui ne pouvaient avoir réalisé que des objets parfaits et divins. C'est la raison pour laquelle le zéro en tant que chiffre n'existait pas pour eux, car zéro, c'est-à-dire rien, le néant était considéré comme une créature démoniaque.



Souvent, en mathématiques, des éléments très simples, et qui nous semblent peut-être évidents aujourd'hui, ont mis beaucoup de temps pour être expliqués et prouvés par les chercheuses et les chercheurs. La droite des nombres, que nous utilisons souvent, et qui est continue et sans vide, en est un exemple.

Il est facile de dire que lorsque l'on choisit un nombre, celui-ci va séparer l'ensemble de tous les nombres en deux parties : ceux qui sont *plus petits que* lui et ceux qui sont *plus grands que* lui : si l'on prend le nombre 2, tous les autres nombres sont soit inférieurs à 2, soit supérieurs à 2. Cela était démontré pour tous les nombres rationnels qui peuvent s'écrire sous forme de fractions.

Certains nombres sont appelés *irrationnels* ; ils ne peuvent pas s'écrire sous forme de fractions, comme par exemple : $\sqrt{7}$, π , ... Ces nombres étaient connus de longue date, mais il a fallu attendre la fin du XIX^e siècle pour que l'on réussisse à construire un ensemble les incluant, l'ensemble des nombres réels : $\mathbb{R}$.

Le mathématicien allemand Richard Dedekind (1831-1916) a proposé une théorie permettant à ces nombres irrationnels d'être eux aussi considérés comme une coupure dans la droite des nombres. Cette droite se retrouve ainsi sans plus aucune faille !

Nombres réels

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation de différentes écritures d'un même nombre
- Comparaison, approximation, encadrement, représentation sur une droite et ordre de grandeur de nombres écrits sous forme décimale, fractionnaire, de pourcentage et/ou de puissance et de notation scientifique, de racine
- Utilisation de procédures de calcul réfléchi ou de calcul mental avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire pour obtenir un résultat exact ou une estimation
- Connaissance et utilisation des propriétés des opérations avec des nombres entiers naturels écrits sous forme de puissances
- Utilisation des algorithmes pour effectuer des calculs de façon efficace avec des nombres rationnels sous forme décimale et fractionnaire
- Discernement des ensembles de nombres
- Exploration de situations aléatoires
- Connaissance et utilisation des diverses fonctions de la calculatrice

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	50
Pour consolider et approfondir	50
Addition et soustraction de fractions	51
Encore quelques problèmes	54
Pour consolider et approfondir	57
Multiplication et division de fractions	59
Encore quelques problèmes	62
Pour réactiver certaines connaissances	64
Puissances	64
Racines	66
Notation scientifique	68
Situations aléatoires	72
Encore quelques problèmes	73



Fichier: **Que sais-je ? p. 32**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO96 à NO98**

NO99 Classement

Ordonne ces nombres par ordre croissant :

$$0,\overline{6}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$0,8$$

$$\frac{6}{10}$$

$$\frac{17}{15}$$

Fichier: **NO100**

NO101 Oranges

Les deux quinzièmes des trente oranges contenues dans un sac sont pourries.

Quel est le nombre d'oranges pourries ?

NO102 Marteau

Tu tapes sur un clou de 70 mm de long. En un coup, tu l'enfonces de $\frac{3}{2}$ cm.

Quelle est la longueur de la partie du clou encore visible ?

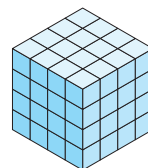
Pour consolider et approfondir

Fichier: **NO103 à NO108**

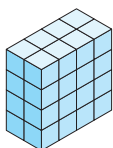
NO109 Fractions de cube

Le grand cube ci-contre représente l'unité.

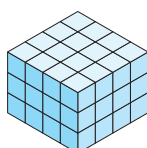
Quelle fraction irréductible de ce grand cube est représentée par chacun de ces solides ?



a)



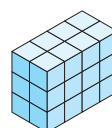
b)

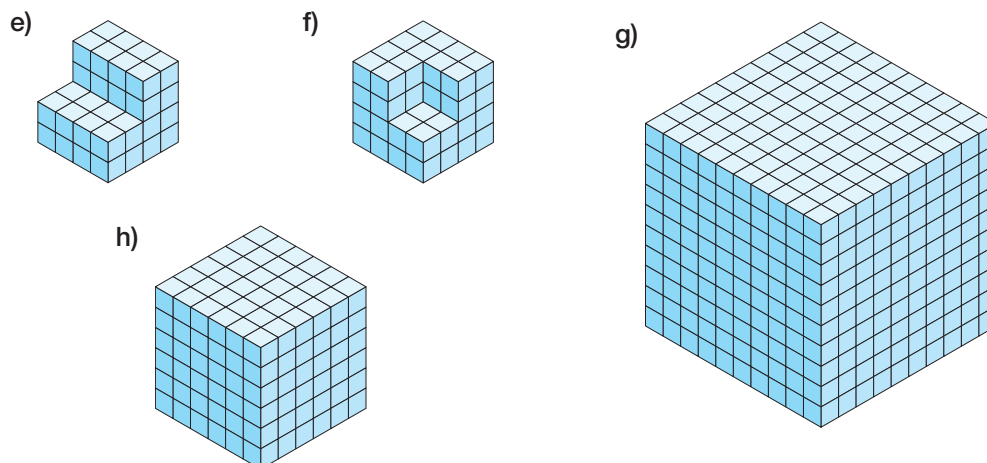


c)



d)





Fichier: NO110 et NO111

Addition et soustraction de fractions

NO112 Début de leçon

Aide François à effectuer cette opération.

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{4} =$$

NO113 Rectangle coloré

L'unité d'aire est le rectangle extérieur.

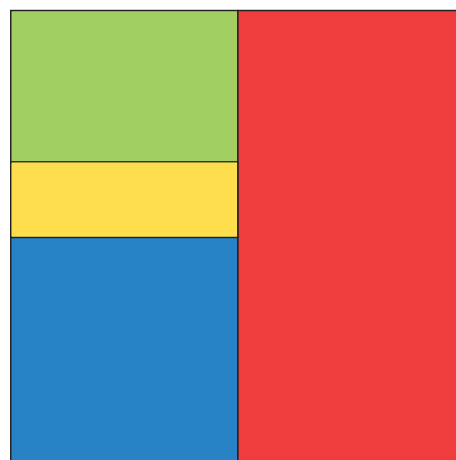
Effectue les opérations demandées.

La somme des aires des rectangles :

- | | |
|--------------------|--------------------------------|
| a) rouge et bleu ; | c) bleu et jaune ; |
| b) jaune et vert ; | d) rouge, bleu, jaune et vert. |

La différence des aires des rectangles :

- | | |
|--------------------|--------------------|
| e) bleu et vert ; | g) rouge et vert ; |
| f) vert et jaune ; | h) bleu et jaune. |



SUITE ►

Énonce une règle te permettant d'additionner ou de soustraire des fractions.

Applique cette règle aux calculs suivants :

i) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$

k) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$

m) $\frac{5}{6} + \frac{5}{4}$

j) $\frac{5}{6} + \frac{1}{12}$

l) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

n) $4 - \frac{7}{5}$

NO114 Quelle somme ?

Voici deux procédés pour additionner $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$:

1. Comme $\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{4}{5} = 0,80$, alors $0,75 + 0,80 = 1,55$.

Comme $1,55 = \frac{155}{100} = \frac{31}{20}$, on en déduit $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20}$.

2. $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} =$

$\frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20}$

Utilise les deux procédés successivement pour effectuer les opérations suivantes :

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{5}{4}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

Choisis maintenant le procédé qui te paraît le plus efficace et effectue les opérations suivantes :

d) $\frac{3}{2} + \frac{3}{10}$

e) $\frac{5}{8} + \frac{4}{3}$

f) $\frac{1}{7} + \frac{2}{5}$

NO115 Illustration

1. Illustre, à l'aide de figures géométriques (disques, carrés, rectangles, segments, ...), les opérations suivantes.

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{10} + \frac{3}{2}$

e) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $0,5 - \frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$

f) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

2. Énonce une règle permettant d'additionner ou de soustraire des fractions.

NO116 Histoire de se perdre

- a) Invente un labyrinthe de 16 cases (4×4) en respectant les règles suivantes :
- chaque case contient :
un **nombre**, exprimé à l'aide d'une fraction,
et une **opération** d'addition ou de soustraction de deux fractions ;
 - pour passer d'une case à l'autre, tout au long du cheminement adéquat,
il s'agit d'effectuer l'**opération** indiquée sur la case,
puis de chercher la réponse parmi les **nombres** des cases voisines ;
 - les cases de départ et d'arrivée se situent sur deux cases d'angles opposés ;
 - le cheminement qui conduit du départ à l'arrivée doit être unique.
- b) Soumets ton labyrinthe à ton voisin et demande-lui de retrouver le parcours qui mène de la case de départ à la case d'arrivée.

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{7}{9} + \frac{3}{7}$	$\frac{4}{2} - \frac{2}{4}$

Exemple de deux cases

Fichier: **NO117**

NO118 La copine de Claudine

Pour aller chez sa copine, Claudine a fait le quart du trajet à vélo jusqu'à la gare, les trois cinquièmes en train et le reste à pied.

Quelle fraction du voyage représente le parcours à pied ?

NO119 Avec ou sans lunettes ?

Dans une classe, $\frac{5}{12}$ des élèves portent des lunettes et les autres n'en ont pas.

Quelle fraction des élèves représentent ceux qui n'ont pas de lunettes ?

NO120 Consommation

- a) Le réservoir de la voiture de Camille est vide.
Elle met 45 l d'essence et constate que son réservoir est plein aux trois cinquièmes.
Quelle est la capacité du réservoir à essence de sa voiture ?
- b) Le réservoir de la voiture de Thibaud a une capacité de 60 l.
Il en a déjà consommé les trois cinquièmes.
Combien de litres d'essence cela représente-t-il ?

NO121 À pied ou à vélo ?

Dans une classe, $\frac{2}{3}$ des élèves viennent à l'école à pied et les sept autres à vélo.

Combien d'élèves compte cette classe ?

Fichier: NO122 à NO124

Encore quelques problèmes

NO125 Relief suisse

La Suisse occupe une superficie d'environ 40 000 km², répartis en trois régions.

Les trois cinquièmes se trouvent dans les Alpes et les trois dixièmes dans le Moyen-Pays.

Quelle est la superficie du Jura, qui constitue la troisième grande région de la Suisse ?



no126 Pays limitrophes de la Suisse

Les 1900 km de frontière suisse se répartissent approximativement ainsi :

Italie : $\frac{2}{5}$ France : $\frac{3}{10}$ Allemagne : $\frac{1}{5}$ Autriche et Liechtenstein : $\frac{1}{10}$

Calcule la longueur de chacun de ces tronçons.

no127 Inférieur à la moyenne

Lors de la dernière évaluation de mathématiques, un tiers des élèves de la classe a obtenu une note d'au moins 4,5 et quatre neuvièmes une note de 4. Tous les autres élèves ont obtenu une note inférieure à 4.

- a) Quelle fraction des élèves de la classe représente cette dernière catégorie ?
- b) Combien d'élèves peut-il y avoir dans cette classe ?

no128 Soldes saisonniers

Lors des soldes d'hiver, un magasin offre un rabais de 20 % sur tous ses articles.

Combien paie-t-on alors un manteau coûtant normalement 240 francs ?

no129 Fort Alamo

« Fort Alamo » est une émission de télévision d'une heure et quart durant laquelle les personnes qui concourent doivent trouver des indices en vue de découvrir une énigme.

Aux deux tiers de l'émission, elles ont déjà trouvé la moitié des indices.

Combien de temps leur reste-t-il pour en trouver d'autres ?

no130 Amazonie

La forêt amazonienne s'étend sur environ 5 500 000 km².

Cette année, $\frac{8}{1000}$ de sa superficie a été détruite.

Cette partie représente-t-elle plus ou moins que la superficie de la Suisse ?

no131 Cyclisme

Renaud a déjà parcouru les quatre septièmes de l'étape du jour et il lui reste 27 km à parcourir.

Quelle est la longueur totale de cette étape ?

NO132 En Lavaux

Un vigneron de Lavaux produit 360 hl de vin.

Il place $\frac{6}{10}$ de sa production dans des bouteilles de 75 cl et le reste dans des bouteilles de 37,5 cl.

- Combien d'hectolitres met-il dans des bouteilles de 37,5 cl ?
- Combien de bouteilles de chaque sorte obtient-il ?



« Je vais faire une belle pente tout exprès, dans l'exposition qu'il faut, avec l'inclinaison qu'il faut, et je vais mettre encore dans le bas la nappe de l'eau pour qu'il y ait ainsi deux soleils sur elle, que le soleil qui vient ailleurs d'en haut seulement vienne ici d'en haut et d'en bas... » Ce sont les mots que Ramuz, dans son roman *Passage du poète*, attribue à Dieu après que celui-ci eut créé Lavaux.

Poète et écrivain suisse, Charles Ferdinand Ramuz (1878-1947) chante, dans nombre de ses ouvrages, les paysages, les atmosphères et les caractères du pays vaudois. Situé entre Lausanne et Montreux, Lavaux, région de vignes et de vin, gorgée de soleil, est inscrit depuis juin 2007 au Patrimoine mondial de l'Unesco.

NO133 Vente de pâtisseries

Lors d'une vente pour un voyage d'études, $\frac{3}{5}$ des pâtisseries ont été vendues le matin, alors que $\frac{1}{4}$ seulement l'a été l'après-midi. À la fin de la journée, il restait encore neuf pâtisseries.

Combien de pâtisseries cette classe a-t-elle vendues ?

NO134 Bonbons

Romain a un certain nombre de bonbons. Il en donne le quart à Evelyne et le tiers à Florence.

Réponds, si c'est possible, aux questions suivantes :

- Qui a le plus de bonbons après le partage : Romain, Evelyne ou Florence ?
- Combien de bonbons reste-t-il à Romain ?
- Romain a-t-il donné aux deux filles plus de la moitié des bonbons qu'il avait ?

NO135 Candidats

Lors d'une élection, $\frac{2}{5}$ des électeurs ont voté pour la candidate Laetitia, $\frac{1}{3}$ pour le candidat Gaëtan et le reste pour le candidat Timeo.

- a) Représente cette situation par un dessin de ton choix.
- b) Quelle fraction de l'assemblée a voté pour le candidat Timeo ?

Fichier: **NO136**Fichier: **Faire le point p. 45****Pour consolider et approfondir****NO137 Les quatre-heures**

En arrivant de l'école, tu trouves sur la table un gâteau entier partagé en quatre parts égales. Tu en manges une. Plus tard, ayant encore un peu faim, tu manges la moitié d'une des tranches restantes.

Quelle fraction du gâteau as-tu mangée en tout ?

NO138 Attention peinture fraîche

Un peintre en bâtiment a peint les deux cinquièmes d'un mur le matin et les six dixièmes l'après-midi.

Quelle part du mur reste-t-il à peindre ?

NO139 Les calculs de l'oncle Paul

Paul affirme qu'un demi plus un quart plus un tiers vaut 1.

- a) Paul a-t-il raison ? Justifie ta réponse par des calculs.
- b) Trouve trois nombres entiers positifs distincts a , b et c tels que : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

NO140 Un rabais, s.v.p. !

À l'occasion des soldes, tu ne paies que 75 % du prix d'un article qui coûte normalement 160 francs.

Quelle somme représente le rabais accordé ?

NO141 Voyage

Une personne a effectué les quatre cinquièmes d'un voyage long de 28 000 km en avion, le dixième en bateau et le reste en voiture.

Combien de kilomètres a-t-elle parcourus avec chacun des moyens de transport ?

NO142 Grêle tous azimuts

Après un orage de grêle, deux personnes évaluent les dégâts dans leur verger.

La première constate que six arbres sur quinze ont été touchés, alors que la deuxième compte huit arbres sur vingt.

Lequel des deux vergers a été le plus abîmé ?

NO143 Le travail, c'est la santé

Une personne doit faire un travail en trois jours. Le premier jour, elle en effectue le tiers, le deuxième jour les $\frac{2}{5}$; elle travaille encore 6 heures au même rythme le troisième jour afin d'achever sa tâche.

Calcule la durée totale de ce travail.

Fichier: NO144 et NO145

NO146 Du plus grand au plus petit

Classe les nombres suivants par ordre décroissant :

$-1,\bar{6}$

$-\frac{4}{5}$

$-\frac{16}{10}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{45}{50}$

Fichier: NO147 à NO151

NO152 Vous avez dit moyenne ?

La moyenne arithmétique de deux nombres est égale à leur somme divisée par deux. C'est celle que tu utilises pour calculer tes moyennes.

La moyenne harmonique de deux nombres est l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses de ces deux nombres.

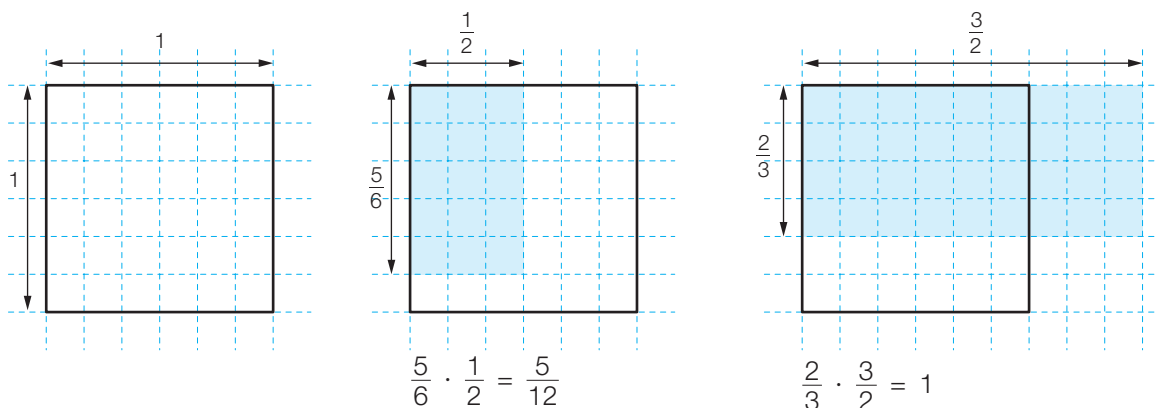
- Calcule la moyenne harmonique de 4 et de 6.
- Calcule la moyenne harmonique de 0,5 et de 0,2.
- Calcule la moyenne arithmétique de $\frac{3}{4}$ et de $\frac{5}{3}$.
- Calcule la moyenne harmonique de $\frac{3}{4}$ et de $\frac{5}{3}$.

Un exemple d'utilisation de la **moyenne harmonique** est le calcul de la moyenne de vitesses constantes. Si un train fait un aller-retour en ayant une vitesse v_1 constante à l'aller et une vitesse v_2 constante mais différente au retour, sa vitesse moyenne ne sera pas la moyenne arithmétique des vitesses, mais bien leur moyenne harmonique :

$$v_m = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

Multiplication et division de fractions

NO153 Avec des rectangles



a) Illustre de la même façon les multiplications suivantes :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ; \quad \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} ; \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} ; \quad \frac{3}{2} \cdot 2 ; \quad \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

b) Énonce une règle te permettant de multiplier des fractions.

NO154 Conflit

Belle, Abel et Label proposent trois manières d'effectuer la multiplication $\frac{2}{5} \cdot 6$.

Belle

$$\frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{12}{30}$$

Abel

$$\frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{12}{5}$$

Label

$$\frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{2}{30}$$

Qui a raison ?

Fichier: NO155 à NO160

NO161 Par couples

En utilisant chacun des dix nombres suivants, une et une seule fois, forme cinq couples dont le produit vaut 1.

$$\frac{2}{9} \quad -3 \quad \frac{5}{7} \quad 4,5 \quad 1,4 \quad 1,333... \quad -0,3333... \quad 0,75 \quad -1,2 \quad -\frac{5}{6}$$

NO162 Sacrée Marcelle !

Marcelle n'est pas la meilleure des collaboratrices et sa supérieure lui dit un jour : « Vous ne faites rien les trois quarts du temps, et la moitié de votre travail est tout à fait insuffisant ! »

Durant une réunion de deux heures et demie, combien de temps Marcelle travaille-t-elle correctement ?

NO163 Lions en cage

Dans un zoo, $\frac{3}{10}$ des animaux sont des fauves. Parmi ceux-ci, les $\frac{2}{5}$ sont des lions.

- Quelle fraction des animaux du zoo les lions représentent-ils ?
- Et quel pourcentage cela fait-il ?

NO164 Règle à trouver

Résous les deux problèmes ci-dessous et, en observant les résultats, trouve une règle de calcul pour la division des fractions.

- Il reste les trois quarts de ton gâteau d'anniversaire. Tu le partages avec des amis.

Quelle part du gâteau mangera chacun d'entre vous si vous êtes en tout :

- trois personnes ?
- six personnes ?

- Tu leur offres aussi à boire. Tu as prévu une bouteille de jus d'orange d'un litre et demi.

Combien de verres peux-tu remplir complètement si tu utilises des verres :

- d'un demi-litre ?
- d'un quart de litre ?

NO165 Diviser en multipliant

Aide-toi de ces deux égalités pour trouver une règle te permettant de diviser des fractions entre elles.

$$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

NO166 Contre-pied ?

Quel est l'inverse de :

- | | | | |
|--------|----------|-------------------|---------------|
| a) 18 | c) -0,03 | e) $\frac{27}{4}$ | g) $\sqrt{4}$ |
| b) -23 | d) 1 | f) $\frac{-3}{5}$ | h) a |

NO167 Multiplier pour diviser

Aide-toi de ces quatre égalités :

$$\begin{aligned} (+\frac{2}{3}) : (+6) &= (+\frac{2}{3}) \cdot (+\frac{1}{6}) = (+\frac{1}{9}) & (-\frac{2}{3}) : (+6) &= (-\frac{2}{3}) \cdot (+\frac{1}{6}) = (-\frac{1}{9}) \\ (+\frac{2}{3}) : (-6) &= (+\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{1}{6}) = (-\frac{1}{9}) & (-\frac{2}{3}) : (-6) &= (-\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{1}{6}) = (+\frac{1}{9}) \end{aligned}$$

pour trouver le résultat de ces calculs :

a) $(+\frac{2}{3}) : (-12)$

d) $(+12) : (-0,5)$

g) $(-5) : (-40)$

b) $(+\frac{4}{5}) : (+16)$

e) $(-\frac{21}{4}) : (+7)$

h) $(+13) : (-500)$

c) $(-6) : (-36)$

f) $(+2) : (-\frac{2}{3})$

Fichier: NO168

NO169 Division

Maurice, Gilles, Jean-Michel et Serge effectuent la même division, mais différemment :

Maurice

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{5}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

Gilles

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20}{5} \cdot \frac{10}{5} = \frac{200}{25} = 8$$

Jean-Michel

$$\frac{20}{5} : \frac{5}{10} = \frac{20^4}{5^1} \cdot \frac{10^2}{5^1} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = 8$$

Serge

$$\frac{20^2}{5^1} : \frac{5^1}{10^1} = \frac{2}{1} : \frac{1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

Qui a raison ?

Fichier: NO170 et NO171

NO172 Gourmandise partagée

Il reste les deux tiers d'un gâteau. On le partage à parts égales entre cinq personnes.

Quelle fraction du gâteau chaque personne reçoit-elle ?

NO173 Jus de pommes

Un agriculteur produit 210 litres de jus de pommes par année. Il le vend en bouteille de $\frac{7}{10}$ de litre.

Combien de bouteilles peut-il vendre chaque année ?

NO174 L'autre

Le produit de deux fractions est $\frac{3}{5}$. L'une des fractions est $\frac{21}{20}$. Quelle est l'autre ?

Fichier: Faire le point p. 55

Encore quelques problèmes

Fichier: NO175 à NO178

NO179 Tour de vis

Une vis de 4 cm s'enfonce de $\frac{2}{7}$ de cm à chaque tour.

Combien de tours faudra-t-il pour qu'elle soit complètement enfoncée ?

NO180 Devoirs

Rachel fait le tiers de ses devoirs à l'école, puis le quart à la maison avant le souper et le reste après celui-ci.

- a) Quelle fraction de ses devoirs fait-elle après le souper ?
- b) La totalité des devoirs de maths représente les trois quarts des devoirs qu'elle fait à l'école. Quelle fraction de ses devoirs représente les mathématiques ?

NO181 Invente !

Dans chaque cas, invente un problème dont la solution est donnée par le calcul indiqué.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$

NO182 H₂O

Le volume d'eau présent sur notre planète est composé de 97,5 % d'eau salée et de 2,5 % d'eau douce. Les glaciers contiennent environ 69 % des réserves d'eau douce du globe.

Quel pourcentage du volume total d'eau sur notre planète les glaciers représentent-ils ?

NO183 Course populaire

Au départ d'un tour cycliste de deux jours, il y a 200 coureurs ; 25 % abandonnent après la première étape et 80 % des coureurs restants franchissent l'arrivée de la deuxième étape.

Combien de coureurs ont abandonné durant ce tour cycliste ?

NO184 Temps de jeu

Un match de hockey est constitué de trois tiers-temps de vingt minutes de jeu effectif chacun. Au cours d'un match, une joueuse a joué sept minutes au premier tiers, huit minutes au deuxième et neuf minutes au troisième.

Pendant quelle fraction du match a-t-elle joué ?

NO185 Étonnant, non ?

Voici un extrait des statistiques d'un match de basket concernant les lancers francs réussis par deux joueurs au cours des première et deuxième mi-temps :

	1 ^{re} mi-temps	2 ^e mi-temps
Hervé	5 sur 7	1 sur 4
Gilles	3 sur 4	2 sur 7

Qui s'est montré le plus habile :

- lors de la première mi-temps ?
- lors de la deuxième mi-temps ?
- sur l'ensemble de la partie ?

Le **paradoxe de Simpson** a été étudié en 1951 par le Britannique Edward Simpson. Il avait remarqué que, parfois, le succès de plusieurs groupes s'inverse lorsque les groupes sont combinés. Ce résultat, qui semble d'abord impossible, est souvent rencontré dans la réalité, dans les sciences sociales et les statistiques médicales.

Il a été notamment mis en évidence aux États-Unis en 1964, tant à la Chambre des représentants (*United States House of Representatives*) qu'au Sénat, lors du vote du *Civil Rights Act* qui mettait hors la loi la ségrégation raciale.

Chambre des représentants	Démocrates	Républicains
États du Nord	94 % (145/154)	85 % (138/162)
États du Sud	7 % (7/94)	0 % (0/10)
Ensemble	61 % (152/248)	80 % (138/172)

Sénat	Démocrates	Républicains
États du Nord	98 % (45/46)	84 % (27/32)
États du Sud	5 % (1/21)	0 % (0/1)
Ensemble	69 % (46/67)	80 % (27/33)

Dans les États du Sud comme dans ceux du Nord, le taux d'élus démocrates à approuver cette loi fut supérieur à celui des Républicains, tant à la Chambre des représentants qu'au Sénat. Cependant, tous États confondus et pour les deux chambres, le taux de votants des élus favorables à la suppression de cette loi fut plus élevé chez les élus républicains.

NO186 Langues anciennes

Dans une école, les élèves qui ont choisi d'étudier le grec ancien doivent aussi faire du latin.

Les $\frac{2}{5}$ des élèves de cette école étudient le latin.

Parmi ceux-ci, 30 % font aussi du grec.

- Quelle fraction des élèves de cette école étudie le grec et le latin ?
- Quel est le pourcentage des élèves qui n'étudie que le latin ?
- Si cette école compte 600 élèves, combien y a-t-il d'élèves qui étudient le grec ?

NO187 Mouvement perpétuel ?

Une balle rebondit aux deux tiers de la hauteur maximale à laquelle elle a rebondi précédemment.

Quelle fraction de la hauteur initiale atteint-elle après le troisième rebond ?

Fichier: **Que sais-je ? p. 59**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **NO188 à NO190**

NO191 De l'arête au volume

Calcule le volume d'un cube dont l'arête mesure 5 cm.

NO192 De l'aire au périmètre

Calcule le périmètre d'un carré dont l'aire vaut 81 cm².

Puissances

NO193 Quel échec !

Une légende prétend que l'inventeur de l'échiquier est Sissa, un sage oriental. Il aurait ainsi réussi à distraire un roi qui, voulant le remercier, lui offrit de choisir lui-même une récompense.

- Il me faudrait un peu de riz.
 - C'est parfait Sissa, mais combien en veux-tu donc ?
 - Voici : vous placerez un grain de riz sur la première case d'un échiquier, puis deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case, en doublant à chaque fois le nombre de grains.
- Le roi fut surpris et amusé par une demande aussi modeste.

À ton avis, cette récompense est-elle si modeste que cela ?

Combien de grains le roi a-t-il dû déposer sur la dernière case de l'échiquier ?

no194 Drôles de manières

Solange, Charly et Jérôme ont effectué l'opération $4^2 \cdot 4^4$, de différentes manières :

Solange

$$2^4 \cdot 2^8$$

Charly

$$4^6$$

Jérôme

$$16^3$$

Pourquoi obtiennent-ils le même résultat ?

no195 Comment procéder ?

Observe ces égalités parfaitement correctes, puis note les procédures qui te permettront de trouver le résultat de n'importe quel autre calcul du même type.

Addition et soustraction

a) $5^3 + 5^2 = 150$

c) $3^3 + 3^2 = 36$

e) $7^1 - 7^1 = 0$

b) $10^4 - 10^0 = 9999$

d) $4^2 + 4^2 = 32$

f) $2^3 + 2^3 = 2^4$

Multiplication

g) $4^2 \cdot 4^3 = 4^5$

j) $2^3 \cdot 3^3 = 6^3$

m) $5^2 \cdot 3^2 = 15^2$

h) $6^3 \cdot 6^3 = 6^6$

k) $7^1 \cdot 7^1 = 7^2$

n) $3^3 \cdot 3^2 = 3^5$

i) $1^2 \cdot 1^5 = 1^7$

l) $10^4 \cdot 10^3 = 10^7$

Division

o) $3^6 : 3^2 = 3^4$

r) $10^6 : 10^4 = 10^2$

u) $2^5 : 2^3 = 2^2$

p) $6^4 : 6^4 = 6^0$

s) $\frac{5^3}{4^3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$

v) $10^4 : 10^3 = 10^1$

q) $7^4 : 7^2 = 7^2$

t) $1^6 : 1^3 = 1^3$

Élévation à une puissance

w) $(3^2)^3 = 3^6$

x) $(10^2)^5 = 10^{10}$

y) $(6^3)^2 = 6^6$

z) $(5^4)^2 = 5^8$

NO196 Applique-les !

Donne la réponse sous la forme d'une puissance (a^n) chaque fois que c'est possible ; sinon, effectue.

- | | | | |
|--------------------|--------------------|----------------|------------------------|
| a) $2^2 \cdot 2^5$ | f) $7^3 - 6^3$ | k) 2^{2^3} | o) $\frac{10^3}{10^6}$ |
| b) $4^4 \cdot 4^2$ | g) $(5^1)^2$ | l) $2^{(2^3)}$ | p) $10^3 \cdot 10^2$ |
| c) $3^3 + 3^3$ | h) $5^2 \cdot 2^2$ | m) $2^2 + 2^5$ | q) $\frac{2^2}{3^2}$ |
| d) $10^0 : 10^0$ | i) $2^7 - 2^3$ | n) $(10^3)^2$ | r) $3^3 \cdot 4^2$ |
| e) $10^6 - 10^2$ | j) $10^6 : 10^2$ | | |

Fichier: **NO197 et NO198**

NO199 Dans l'ordre croissant

Classe les nombres de chaque ligne dans l'ordre croissant.

- | | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------|-----------------|----------------|
| a) 4^2 | 2^4 | $(2^2)^3$ | $2^2 \cdot 2^3$ | $2^{(2^3)}$ |
| b) $10^8 \cdot 10^{12}$ | $10^{10} \cdot 10^{10}$ | $(10^5)^4$ | 10000^5 | $10^{(15+5)}$ |
| c) 8^6 | $(2 \cdot 4)^6$ | $8^3 + 8^3$ | $(8^3)^3$ | $8^{10} - 8^2$ |
| d) $7^7 \cdot 5^7$ | $7^{14} : 7^4$ | $7^7 \cdot 7^7$ | 35^7 | 7^{13} |

NO200 Enfin !

Par quel chiffre se termine le nombre 3^{100} ?

Racines

Fichier: **NO201 à NO204**

NO205 Trouver la lettre

Remplace les lettres par des nombres pour que chaque égalité soit vraie.

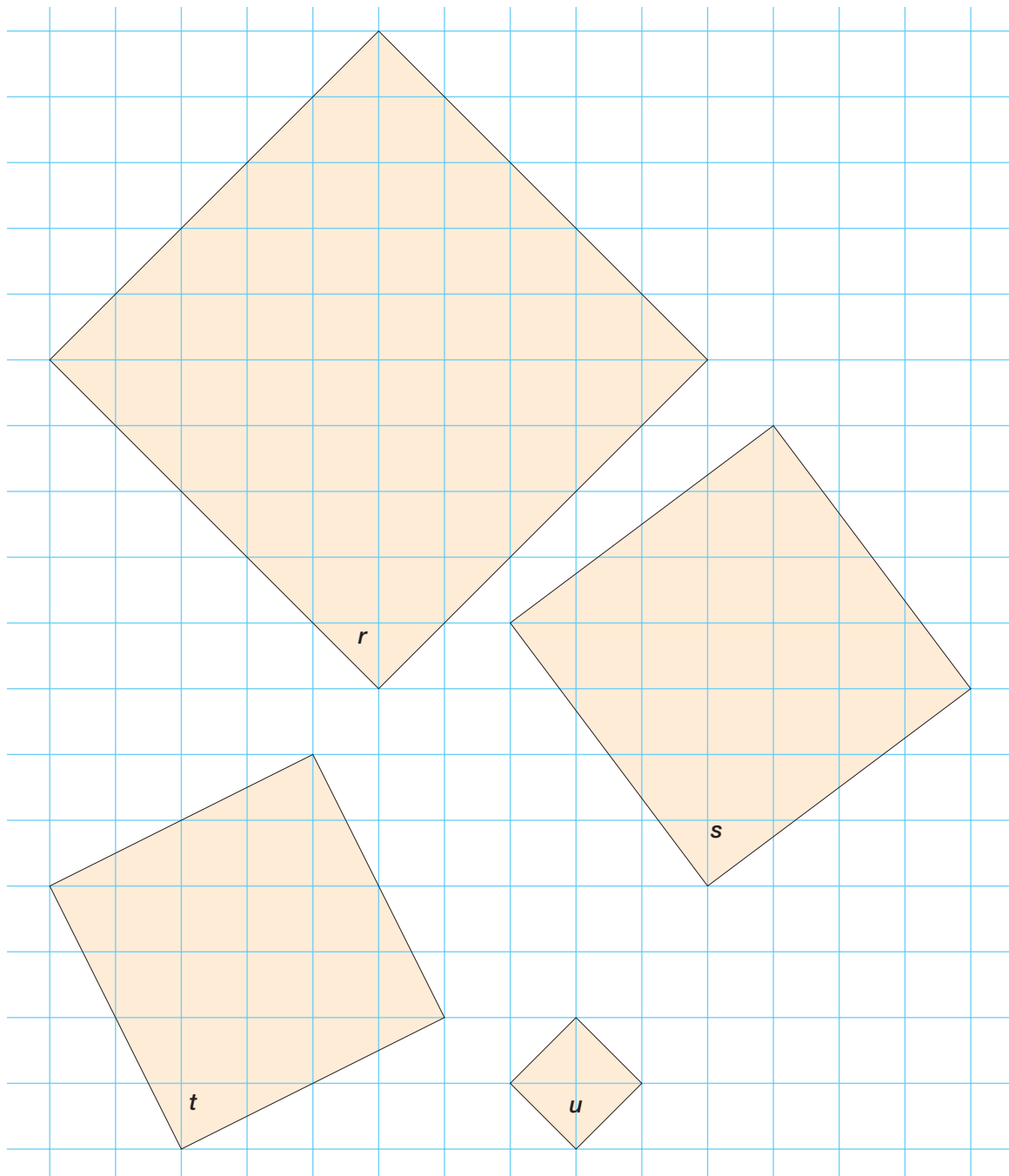
- | | | |
|-----------------------------|--------------------------|------------------------------|
| a) $3^3 \cdot 3^x = 243$ | f) $a^y = 16$ | k) $(2^x)^6 = 64$ |
| b) $x^5 = 1$ | g) $4^5 : 4^p = 4^2$ | l) $(3^2 \cdot 3^1)^x = 3^6$ |
| c) $5^2 \cdot 5^x = 5^2$ | h) $b^3 : b^0 = 216$ | m) $(-7)^x = -343$ |
| d) $10^7 \cdot 10^x = 10^1$ | i) $2^2 \cdot 2^x = 2^3$ | n) $(-5)^5 : (-5)^5 = x$ |
| e) $x^2 \cdot x^3 = 32$ | j) $4^5 : 4^3 = 4^k$ | |

NO206 Quelle mesure ?

a) Jacques-André et Michel mesurent le côté du carré r .

Jacques-André trouve 7 cm et Michel 7,1 cm.

Qui a raison ?



b) Quelles sont les mesures des côtés des carrés s , t et u ?

NO207 À la racine

Réponds ou calcule.

- a) Quel est le nombre dont le carré vaut 10 000 ?
- b) 3^2
- c) Combien vaut la racine carrée de 36 ? Et la racine cubique ?
- d) $\sqrt{100}$
- e) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$
- f) Pourquoi $\sqrt{1,44} = 1,2$?
- g) Existe-t-il un nombre dont le carré vaut -16 ?
- h) $\sqrt{0}$
- i) $\sqrt[3]{1000}$
- j) Peux-tu extraire la racine carrée du nombre -4 ?
- k) $-\frac{5^2}{3}$
- l) $\sqrt{1}$
- m) $-\sqrt{81}$
- n) $\sqrt{18}$
- o) Quel est le nombre dont le carré est 49^2 ?

Fichier: **NO208**

Notation scientifique

NO209 Jusqu'où ?

Écris la suite de ces trois lignes, en respectant les mêmes « règles ».

$$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$$

$$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$$

...

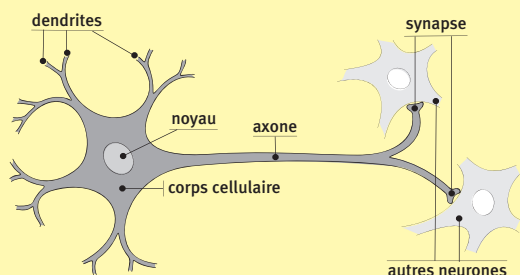
Fichier: **NO210 et NO211**

NO212 Faites marcher vos neurones !

Notre cerveau est constitué d'environ cent milliards de neurones, chacun d'eux étant connecté à dix mille de ses semblables.

À l'aide de puissances de dix, exprime les nombres suivants.

- Le nombre de neurones présents dans notre cerveau.
- Le nombre de connexions dans ce même cerveau.
- À la naissance, un enfant possède tous ses neurones.
En vieillissant, leur nombre diminue d'environ cinquante mille par jour.
Après combien d'années (365 jours) avons-nous épuisé notre réserve ?



GODAUX E., *Cent milliards de neurones*, LEP

« [...] Un neurone ressemble à une pieuvre, avec des bras qui partent dans tous les sens. À partir d'un corps cellulaire central, plus ou moins sphérique, rayonnent plusieurs expansions. Il y en a de deux types. Un bras

cellulaire est soit un dendrite, soit un axone. Le type de neurone le plus répandu dans le cerveau possède plusieurs dendrites, mais un seul axone. [...] »

L'axone transporte l'information neuronale vers d'autres neurones du cerveau. Cela nous conduit à introduire un nouveau mot clé : la synapse. Celle-ci est la zone où l'extrémité de l'axone entre en contact avec un autre neurone.

Les contacts synaptiques sont les endroits privilégiés où l'information passe d'un neurone à l'autre. On les trouve sur les corps cellulaires et sur les dendrites.

Il n'y en a pas sur l'axone. L'information atterrit sur le neurone au niveau de son corps cellulaire et de ses dendrites. Elle en sort par l'axone. [...] »

NO213 La bascule

- Affiche un maximum de «9», sur l'écran de ta calculatrice. Ajoute 1.
Que se passe-t-il et pourquoi ?
- Quel est le plus grand nombre que tu peux afficher avec ta calculatrice ?

Fichier : NO214 à NO216

NO217 Traduction scientifique

Écris les nombres suivants en notation scientifique.

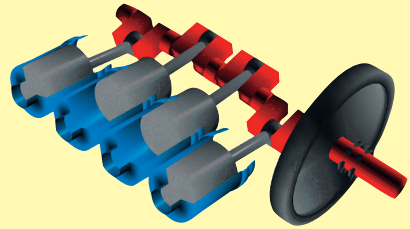
- 730 408
- 0,003 205
- $504 \cdot 10^{-4}$
- 76543210

Fichier : NO218

NO219 Vilebrequin

Un véhicule parcourt 180 km à la vitesse de 120 km/h. Durant ce trajet, son vilebrequin effectue 3400 tours par minute.

- Combien de tours cela représente-t-il ?
- Et en fin de vie du véhicule ?



Dans un moteur à explosion, le **vilebrequin** permet de transformer le mouvement rectiligne des pistons (la partie bleue sur le schéma ci-dessus) en un mouvement de rotation (la partie rouge).

NO220 La distance Terre-Soleil

La lumière parcourt environ $3 \cdot 10^8$ mètres en une seconde.

La lumière du Soleil met huit minutes et vingt secondes pour arriver sur la Terre.

Calcule la distance séparant le Soleil et la Terre ; donne ta réponse en notation scientifique, puis en écriture décimale.

NO221 Masse de la Terre

La masse de la Terre est d'environ 5970 000 000 000 000 000 000 000 kg.

Exprime cette grandeur en notation scientifique :

- en kilogrammes ;
- en tonnes.

NO222 La goutte d'eau...

Une molécule d'eau a une masse de $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

Combien y en a-t-il approximativement dans un milligramme d'eau ?

NO223 Petits mais nombreux

Calcule le nombre d'atomes de fer constituant un clou ayant une masse de 2,5 g, sachant que la masse de l'atome de fer vaut $9,3 \cdot 10^{-26}$ kg.

no224 Remue-ménages sans calculatrice

a) Combien de fois faut-il additionner 10^{-3} à lui-même pour arriver à 10^2 ?

Combien de fois peut-on mettre :

b) $5 \cdot 10^3$ s dans $5 \cdot 10^6$ s?

c) 50 g dans 10^4 g?

d) 10^{-2} mm dans 10^6 mm?

e) $2 \cdot 10^{-3}$ mm² dans 1 mm²?

no225 Réserve de gaz

Un des plus grands gisements de gaz du monde est à Ourengoi, en Russie.

La production annuelle est de deux cents milliards de mètres cubes.

Les réserves estimées sont de sept mille milliards de mètres cubes.

- a) Exprime ces renseignements en notation scientifique.
- b) À ce rythme, durant combien d'années pourrait-on encore exploiter ce gisement ?



no226 Notation scientifique et calculatrice

Calcule le rapport entre le volume du Soleil et la somme des volumes des autres astres.

	Astre	Volume (en km ³)
☉	Soleil	$1,412 \cdot 10^{18}$
☿	Mercure	$6,083 \cdot 10^{10}$
♀	Vénus	$9,3843 \cdot 10^{11}$
♁	Terre	$1,08321 \cdot 10^{12}$
♂	Mars	$1,6318 \cdot 10^{11}$

	Astre	Volume (en km ³)
♃	Jupiter	$1,43128 \cdot 10^{15}$
♄	Saturne	$8,2713 \cdot 10^{14}$
♅	Uranus	$6,833 \cdot 10^{13}$
♆	Neptune	$6,254 \cdot 10^{13}$
♇	Pluton	$6,39 \cdot 10^9$

Situations aléatoires

NO227 Jass

Dans le jeu de jass, il y a 36 cartes : 9 carreaux et 9 cœurs de couleur rouge, 9 piques et 9 trèfles de couleur noire (voir FA83, p. 103).

Tu tires une carte au hasard dans un jeu de jass.

- Combien de chances as-tu de tomber sur l'as de cœur ?
- Combien de chances as-tu de tirer un as ?
- Combien de chances possèdes-tu de tirer un dix rouge ?
- Combien de cartes, au moins, faut-il tirer pour être sûr d'avoir une dame ?

NO228 Un dé ? Deux dés ?

Dans un jeu de famille, tu dois faire un total de « 6 » pour commencer à jouer.

Tu peux lancer, à choix, un ou deux dés conventionnels (à 6 faces).

Quel est ton choix ?

Et s'il fallait amener un « 5 » ?

Formé à partir du mot latin *alea* (jeu de dés, hasard), l'adjectif **aléatoire** désigne une situation dont on ne peut prévoir le résultat ; cela n'empêche pas de calculer le nombre de chances – ou de risques – d'obtenir telle ou telle issue.

On retrouve cette étymologie dans l'expression « les aléas de la vie » qui désigne les hasards et imprévus auxquels nous sommes confrontés.

NO229 Qui gagnera ?

Trois joueurs A, B et C lancent à tour de rôle deux pièces de monnaie.

Si les pièces indiquent :

- les deux « pile », le joueur A marque 1 point ;
- les deux « face », le joueur B marque 1 point ;
- l'une « pile » et l'autre « face », le joueur C marque 1 point.

But du jeu : atteindre en premier un total de 20 points.

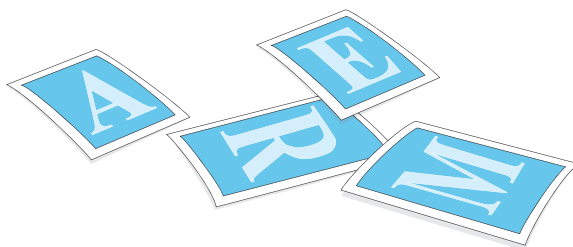
Ce jeu est-il équitable ?

NO230 Connais pas !

Les quatre cartes ci-contre sont dissimulées dans un chapeau.

Tu les tires une à une et tu les places devant toi, de gauche à droite, dans l'ordre du tirage.

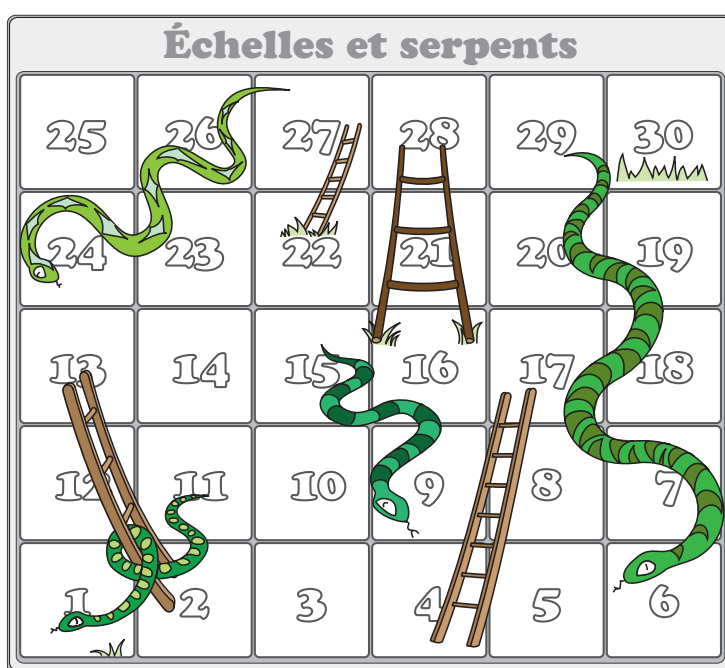
Quelles sont tes chances de former un mot de quatre lettres de la langue française ?



NO231 Échelles et serpents

À ce jeu bien connu, les échelles font avancer et les serpents reculer.

- En partant de la case 1 et en lançant une fois le dé, as-tu plus de chances d'atteindre la case 13 ou plus de chances de la dépasser ?
- Même question pour les cases 3, 7, 17.
- En deux coups, as-tu plus de chances d'atteindre la case 11 que la case 14 ?
- As-tu beaucoup de risques de revenir à la case de départ après trois coups ?
- Quelles chances as-tu d'atteindre l'arrivée en trois coups ? Et en deux coups ?



Encore quelques problèmes

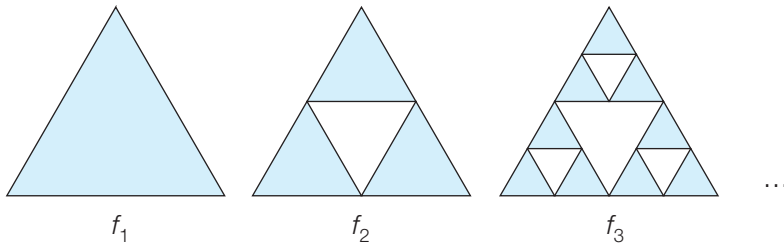
NO232 Dans le mille

Si tu écrivais tous les nombres naturels inférieurs à 1000, combien de fois écrirais-tu le chiffre 0 ?

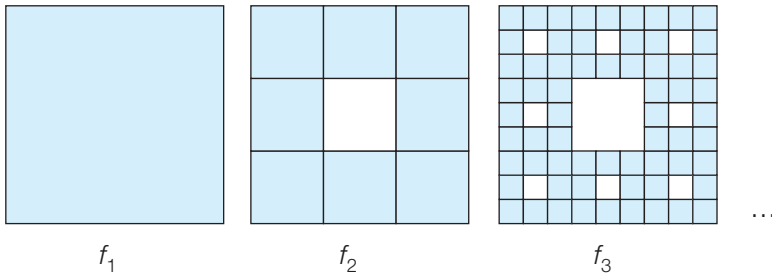
Et les autres chiffres ?

NO233 Passoires...

- a) Exprime l'aire de chaque surface colorée (f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , ...) en fonction de celle de f_1 .



- b) Quelle sera l'aire de f_{15} ?
c) Mêmes questions avec les figures suivantes :



NO234 Quelques estimations

Estime, sans calculatrice ni calculs écrits :

- a) la population mondiale en 2050, selon ces prévisions démographiques :

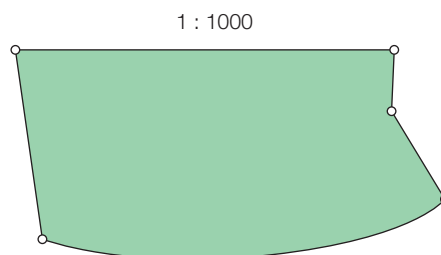
Continent, région	Population en 2050 (en millions)
Europe et Amérique du Nord	1125
Afrique du Nord et Asie occidentale	771
Afrique subsaharienne	2094
Asie centrale et Asie du Sud	2575
Asie de l'Est et Asie du Sud-Est	2317
Amérique latine et Caraïbes	749
Australie, Nouvelle-Zélande et autres pays d'Océanie	58

- b) les valeurs manquantes correspondant à ces informations :

Frs. 0050.00 ℓ Cts/ℓ 172.0 Sans plomb 95	Frs. ℓ 25.00 Cts/ℓ 179.0 Super plus Sans plomb 98	Frs. 0036.25 ℓ 20.00 Cts/ℓ Diesel
--	--	---

c) l'aire de cette parcelle :

d) le prix d'une barrière permettant de clôturer cette même parcelle, sachant que la barrière revient à Fr. 45.–/m.



NO235 Consommation

Avec la voiture dont la consommation correspond aux valeurs affichées dans ce tableau, un automobiliste parcourt 60 km en circuit urbain et 150 km sur une autoroute.

Quelle quantité de carburant sa voiture a-t-elle consommée ?

Consommation de carburant (l/100 km)

circuit urbain	10,1
à 80 km/h	5,4
à 120 km/h	7,6

NO236 Le lac des Quatre-Cantons

Lu dans un hebdomadaire :

De 1985 à 1997, la superficie de béton et de macadam a progressé de 172 km² sur le Plateau, soit une fois et demie la surface du lac des Quatre-Cantons :

- la moitié de cette superficie stérilisée accueille des habitants ;
- un cinquième est occupé par des décharges, des chantiers et des zones de stockage ;
- un autre gros cinquième est recouvert par des routes, des parkings et des zones industrielles.

Quelle est la superficie du lac des Quatre-Cantons ?

NO237 Espèces animales

Lu dans un livre de biologie :

Il est difficile de donner une vue d'ensemble de la diversité des insectes. On connaît actuellement 950 000 espèces d'insectes environ, ce qui représente $\frac{4}{5}$ de toutes les espèces animales actuellement connues.

Quel est le nombre d'espèces animales connues à ce jour ?

NO238 Équitable ?

Julie et Antoine lancent deux dés (à 6 faces) à tour de rôle.

Si la somme est supérieure à 9, Julie marque 1 point.

Si cette somme est inférieure à 4, Antoine marque 2 points.

Le jeu est-il équitable ?

NO239 Bébé rose

Statistiquement, il est admis qu'il y a autant de chances de voir naître un garçon qu'une fille.

Combien y a-t-il de chances, dans une famille avec trois enfants, que les enfants soient :

- a) trois filles ?
- b) deux filles et un garçon ?
- c) deux filles puis un garçon ?

On pourrait croire qu'il naît autant de filles que de garçons ; or, depuis plus de cent ans, il y a en Suisse plus de naissances de garçons que de filles.

Le tableau ci-dessous indique le nombre de naissances de garçons pour 100 naissances de filles. Une valeur inférieure à 100 signifierait que les filles sont plus nombreuses que les garçons ; les garçons sont plus nombreux que les filles si la valeur est supérieure à 100.

La valeur maximale enregistrée est de 107 garçons pour 100 filles.

Rapport de masculinité à la naissance

	2017	2018	2019	2020	2021
Suisse	106	105	105	106	105

NO240 Pièces de monnaie

Je lance trois pièces de monnaie en même temps.

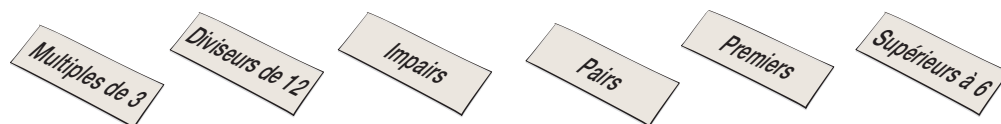
Combien y a-t-il de chances :

- a) qu'elles retombent les trois du même côté ?
- b) qu'au moins deux d'entre elles retombent sur le côté pile ?
- c) qu'exactement deux d'entre elles retombent sur le côté pile ?

NO241 Dominos retournés

Tous les dominos d'un jeu complet (du double zéro au double six) sont sur une table, faces cachées.

Chaque élève choisit une des cartes suivantes :



Règles du jeu

On retourne un domino choisi au hasard.

Chaque élève marque un point si la somme des points du domino appartient à l'ensemble de nombres qu'elle ou il a choisi.

On recommence après avoir remis en jeu et mélangé le domino avec les autres.

But du jeu : atteindre en premier un nombre fixé de points.

Chaque étiquette donne-t-elle les mêmes chances de gagner ?

NO242 Mistigri

Alix, Nathan et Sofia finissent une partie de « Mistigri ». Alix et Nathan possèdent encore trois cartes chacun, et Sofia, cinq. Alix, qui n'a pas le « Mistigri », doit maintenant tirer une carte.

A-t-il plus de chances de tirer le « Mistigri » en prenant une carte chez Nathan qu'en tirant une chez Sofia ?



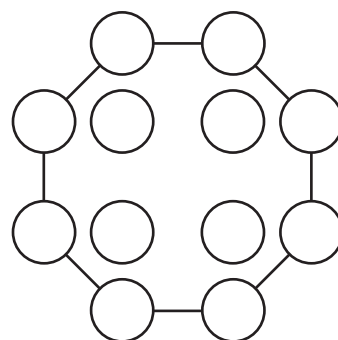
Ce jeu comporte généralement 32 paires de cartes, que les joueuses et joueurs doivent réunir, et une carte particulière et unique, le « Mistigri ». Celui ou celle qui possède le « Mistigri » à la fin du jeu a perdu.

NO243 L'octogone

Les douze cercles de la figure ci-contre contiennent les nombres de 1 à 12.

On sait que les quatre cercles placés à l'intérieur de l'octogone contiennent des entiers consécutifs et que la somme de ces quatre entiers est égale à la moitié de la somme des nombres placés sur le pourtour de l'octogone.

Quel est le plus petit nombre qui se trouve à l'intérieur de l'octogone ?



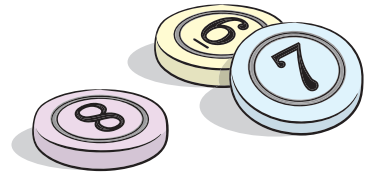
NO244 Faces cachées

On dispose de trois jetons sur lesquels sont écrits des nombres différents et inférieurs à 10 sur chaque face recto-verso.

Après avoir été lancés, ces trois jetons sont retombés sur la table. La somme des trois nombres qui apparaissent est 21.

En recommençant l'expérience, on obtient d'autres sommes :
16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 20 ; 22 ; 23

Retrouve les nombres inscrits sur ces jetons.



NO245 Chasse en tout genre

Choisis quelques questions et, à l'aide de ta calculatrice, trouve rapidement :

- a) les multiples de 7
- b) les multiples de 13 supérieurs à 100
- c) les multiples de 17 compris entre 1000 et 2000
- d) les dix premiers multiples de 12345
- e) la suite 21875 ; 8750 ; 3500 ; 1400 ; 560 ; ...
- f) la suite 0,0032 ; 0,016 ; 0,08 ; ...
- g) les puissances de 3
- h) les puissances de 4 supérieures à 200
- i) la suite de nombres 13 ; 39 ; 117 ; 351 ; ...
- j) la suite de nombres 1 ; 0,2 ; 0,04 ; 0,008 ; ...
- k) la suite de nombres 183 ; 159 ; 135 ; 111 ; ...
- l) les nouveaux prix des articles d'un magasin qui offre un rabais de 15 %
- m) les anciens prix d'articles d'un magasin qui sont affichés après une baisse de 20 %

NO246 Quelles touches ?

Sur quelles touches dois-tu presser, et dans quel ordre, pour obtenir...

- | | | | |
|-----------------|----------------------|-----------------|------------------|
| a) le double... | c) le tiers... | e) les 50 % ... | g) le dixième... |
| b) la moitié... | d) les deux tiers... | f) les 10 % ... | h) le triple... |

... du nombre 1560 qui est affiché sur l'écran de ta calculatrice ?

Fonctions et algèbre

- Fonctions et diagrammes
- Calcul littéral
- Équations



Fonctions et algèbre

Résoudre des problèmes numériques et algébriques

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations).

Résolution de problèmes de proportionnalité.

«*In mathematics there is no ignorabimus.*»

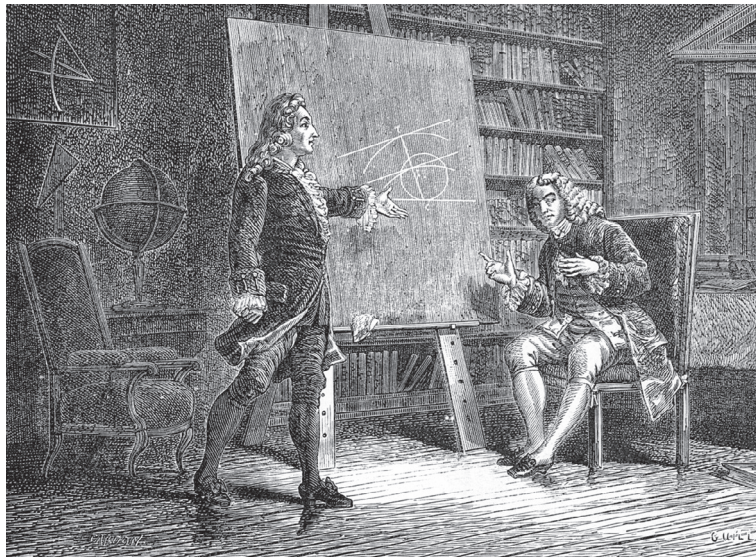
David Hilbert, mathématicien allemand, 1862-1943.

Bonne nouvelle : la « bosse des mathématiques » n'existe pas ! Il n'a, en effet, jamais été prouvé qu'il est génétiquement déterminé d'être « bon ou nul en maths », qu'on soit une fille ou un garçon.

Installée dès le début du XVII^e siècle à Bâle, la famille Bernoulli est un phénomène unique dans l'histoire des sciences : neuf de ses membres, sur trois générations, ont laissé leurs traces dans les recherches et les ouvrages de sciences, en physique et en mathématiques surtout.

Il est même parfois difficile de savoir lequel des Bernoulli a découvert ceci ou cela. On pourrait parler d'eux en géométrie, dans le calcul littéral, en statistiques et probabilités, ou dans le domaine des fonctions, en particulier avec les frères Jean et Jacques.

Jean a été le premier à définir une fonction sous la forme d'une expression ; il a également proposé la lettre grecque ϕ pour noter les fonctions. C'est Euler, autre célèbre mathématicien suisse, qui introduira en 1748 les notations encore utilisées actuellement f et $f(x)$.



Les frères Jean et Jacques Bernoulli – Gravure de Guillon, d'après Cardon (XIX^e siècle)

Fonctions et diagrammes

Apprentissages visés

- Reconnaissance de situations pouvant être modélisées par des fonctions
- Lecture, interprétation et réalisation de tableaux de valeurs, de représentations graphiques et d’expressions fonctionnelles
- Passage d’une représentation à une autre
- Résolution de problèmes de proportionnalité
- Lecture de données
- Lecture, interprétation et réalisation de diagrammes
- Utilisation d’outils appropriés (*calculatrice, tableur, grapheur, etc.*)

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	82
Situations modélisables par des fonctions	82
Représentations de fonctions	84
Fonctions linéaires, affines, constantes et quadratiques	85
Encore quelques problèmes	86
Pour réactiver certaines connaissances	87
Représentations de la proportionnalité	88
Résoudre des problèmes de proportionnalité	90
Encore quelques problèmes	102
Diagrammes	105



Pour réactiver certaines connaissances

FA1 Trois situations, trois fonctions

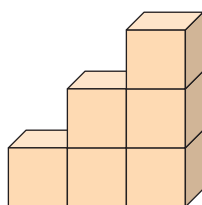
Voici trois situations.

1. Pour calculer le volume d'un cube (en m^3), on élève à la puissance 3 la mesure de son arête (en m).
 2. Le prix moyen du mètre cube d'eau potable en Suisse est de 1.60 francs.
 3. Pour faire partie d'un club culturel, il faut d'abord payer un droit d'entrée de 100 francs, puis chaque spectacle auquel on participe coûte 30 francs.
- a) Traduis chaque situation à l'aide d'une expression mathématique.
 - b) Représente graphiquement chaque situation.
 - c) Indique celle(s) représentant une situation de proportionnalité.
 - d) Réponds aux questions suivantes à l'aide des représentations graphiques.
 - Combien mesure, environ, l'arête d'un cube dont le volume vaut 3 m^3 ?
 - Combien coûtent 12 m^3 d'eau potable en moyenne en Suisse ?
 - À combien de spectacles a-t-on assisté si on a payé 220 francs ?

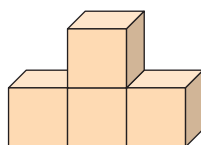
Situations modélisables par des fonctions

FA2 Escaliers

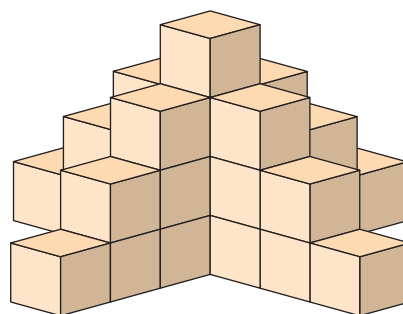
Comment déterminer efficacement le nombre de cubes nécessaires à la construction d'escaliers de chaque sorte, de 1500 marches de hauteur ?



Escalier simple
hauteur : 3 marches



Escalier double
hauteur : 2 marches

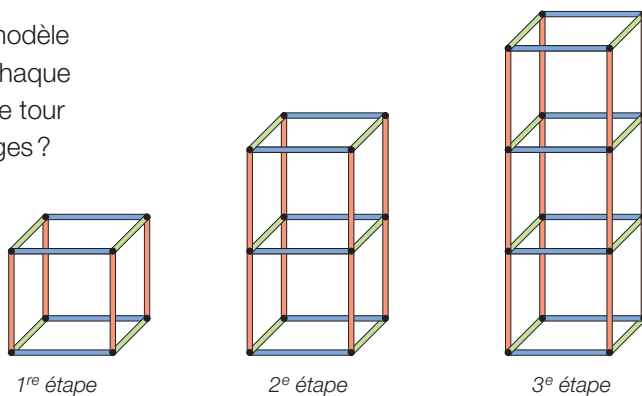


Escalier quadruple
hauteur : 4 marches

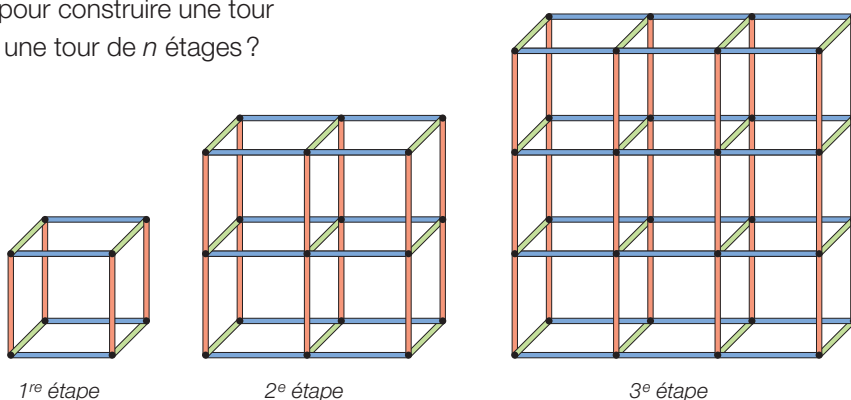
FA3 Des pailles et des nœuds

Un jeu de construction est composé de « pailles » bleues, rouges et vertes, ainsi que de « nœuds » pour les assembler.

- a) Si tu construis des tours, comme sur le modèle illustré ci-contre, combien de pièces de chaque sorte devras-tu utiliser pour construire une tour de 10 étages ? Et pour une tour de n étages ?



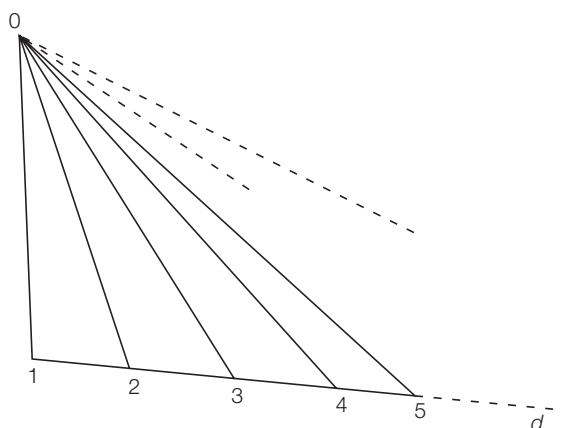
- b) Si tu construis des tours, comme sur le modèle illustré ci-contre, combien de pièces de chaque sorte devras-tu utiliser pour construire une tour de 10 étages ? Et pour une tour de n étages ?



FA4 Dénombrement de triangles

Combien y a-t-il de triangles dans cette figure ?

Combien y en aurait-il dans le cas d'une figure comportant 50 points alignés et numérotés sur la demi-droite d ?



FA5 Le bout du tunnel

Dans beaucoup de tunnels, on trouve des panneaux de ce genre :

- a) À quoi servent-ils ?
- b) Dans ce tunnel, connaissant la distance figurant sur la gauche d'un de ces panneaux, comment peut-on trouver celle figurant sur la droite ?



FA6 Suites de nombres

Prolonge ces suites de nombres.

Détermine une manière qui permet de calculer rapidement la valeur du 2012^e terme.

- a) 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; ... c) 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; ... e) 96 ; 92 ; 88 ; 84 ; ...
- b) -5 ; -2 ; 1 ; 4 ; ... d) 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; ...

Fichier: FA7 à FA10

Représentations de fonctions

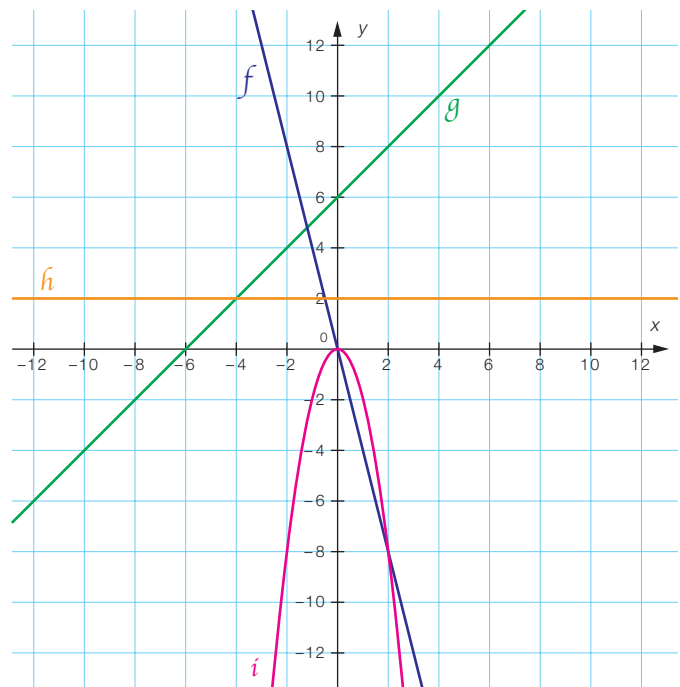
Fichier: FA11 à FA13

FA14 Graphique et expression fonctionnelle

Voici quatre fonctions f , g , h et i , représentées dans un système d'axes.

Indique à quelle représentation graphique chacune des expressions fonctionnelles ci-dessous correspond.

- a) $x \mapsto -2x^2$
- b) $x \mapsto -4x$
- c) $x \mapsto 2$
- d) $x \mapsto x + 6$



Fichier: FA15

Fonctions linéaires, affines, constantes et quadratiques

FA16 Mets de l'ordre !

Voici seize expressions fonctionnelles.

$$\begin{array}{llll}
 f: x \mapsto x^2 & j: x \mapsto -x & n: x \mapsto 7x^2 + 3 & r: x \mapsto 100x \\
 g: x \mapsto 15x & k: x \mapsto -x^2 + 1 & o: x \mapsto -8 & s: x \mapsto -3x^2 \\
 h: x \mapsto 2x + 1 & l: x \mapsto \frac{x}{10} & p: x \mapsto -3x & t: x \mapsto x + 0,2 \\
 i: x \mapsto 0,5 & m: x \mapsto \frac{1}{10} & q: x \mapsto 4 + 2x & u: x \mapsto 2x + \frac{1}{10}
 \end{array}$$

- Lesquelles ont une droite pour représentation graphique ?
- Lesquelles sont des fonctions linéaires ?
- Lesquelles sont des fonctions constantes ?
- Lesquelles sont des fonctions affines ?

Fichier: FA17 à FA20

FA21 Où est passée la bonne ?

f , g , h et j sont quatre fonctions. L'une d'entre elles n'est pas linéaire.

- Trouve laquelle et justifie.
- Écris l'expression fonctionnelle de chacune de ces fonctions.

f	g	h	j
$5 \mapsto 30$	$5 \mapsto 10$	$5 \mapsto 0,5$	$5 \mapsto 20$
$-7 \mapsto -42$	$\frac{1}{2} \mapsto 10$	$7 \mapsto 0,7$	$9 \mapsto 24$
$10 \mapsto 60$	$9 \mapsto 18$	$12 \mapsto 1,2$	$-15 \mapsto 0$

FA22 C'est linéaire

Les fonctions f , g , h et i sont linéaires.

Dans chacune de ces lignes s'est glissé un couple d'intrus. Trouve-le !

Fonction f :	(4 ; 12)	(12 ; 48)	(16 ; 48)	(8 ; 24)
Fonction g :	(-2 ; 5)	(10 ; -25)	(-6 ; 15)	(-8 ; -20)
Fonction h :	(17 ; 3)	(12 ; 68)	(34 ; 6)	(-17 ; -3)
Fonction i :	(0 ; 2,1)	(3,4 ; 7)	(10,2 ; 21)	(-6,8 ; -14)

FA23 Trouvez la bonne !

h , i et j sont trois fonctions.

Trouve laquelle est linéaire et indique son facteur de linéarité.

h	i	j
$21 \mapsto 32,5$	$5 \mapsto -12,5$	$\frac{1}{3} \mapsto -1$
$0 \mapsto 1$	$7 \mapsto -24,5$	$-3 \mapsto 9$
$7 \mapsto 11,5$	$10 \mapsto -50$	$6 \mapsto -18$
$14 \mapsto 22$	$12 \mapsto -72$	$7 \mapsto -21$

FA24 Laquelle n'est pas linéaire ?

k , l et m sont trois fonctions.

Seule l'une d'entre elles n'est pas linéaire.

- Indique laquelle.
- Détermine le facteur de linéarité des deux autres fonctions.

k	l	m
$k(2) = 9$	$l(-0,1) = -0,4$	$m(72) = 12$
$k(-10) = -46$	$l(1,5) = 6$	$m(1,8) = 0,3$
$k(4) = 18$	$l(110) = 440$	$m(-36) = -6$

Fichier: **FA25**

Fichier: **Faire le point p. 83**

Encore quelques problèmes**FA26 Entre le club et la maison**

Représente schématiquement dans un système d'axes chacune des situations suivantes.

- Pierre, qui vient de perdre un match de tennis contre son fils Emmanuel, rentre à pied à la maison, sans s'arrêter. Emmanuel, lui, s'en retourne sur ses patins inline et rejoint l'appartement avant son père.
- Pierre quitte la maison en voiture, sans se presser, pour son entraînement de tennis. Parvenu au club, il se rend compte qu'il a oublié sa raquette et retourne la chercher très rapidement.
- Pierre se rend au club de tennis. Après avoir perdu en deux sets contre son vieux pote Michel, il rentre immédiatement chez lui.
- Ayant terminé la tonte de son gazon, Pierre prend sa raquette pour aller affronter Gianni. En chemin, il accélère, car il est en retard.
- Emmanuel enfourche son vélo pour se rendre au club. En route, il croise Pierre qui s'en retourne au volant de sa voiture, la mine réjouie par sa victoire contre Beate.

FA27 Les huit autres fonctions

a) Représente dans un même système d'axes les fonctions suivantes. Que constates-tu ?

$$f: x \mapsto 3x \qquad g: x \mapsto 3(x-2) \qquad h: x \mapsto 3x-2 \qquad i: x \mapsto 3x-6$$

b) Représente dans un autre système d'axes les fonctions suivantes. Que constates-tu ?

$$j: x \mapsto x^2 \qquad k: x \mapsto 2x^2 \qquad m: x \mapsto -x^2 \qquad n: x \mapsto -2x^2$$

FA28 De la suite dans les idées

Prolonge ces suites de nombres.

Détermine une loi de passage qui permet de calculer rapidement la valeur du 2013^e terme.

- a) 1 ; 3 ; 7 ; 13 ; 21 ; ... c) 1 ; 8 ; 27 ; 64 ; ... e) 3 ; 9 ; 19 ; 33 ; 51 ; ...
 b) 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; ... d) 3 ; 8 ; 15 ; 24 ; ...

FA29 Images

Le couple de nombres (5 ; 3) appartient à la représentation graphique d'une certaine fonction linéaire f ; autrement dit: $f(5) = 3$.

Sans calculer le facteur de linéarité en jeu, recherche :

$$f(10) ; f(30) ; f(0,05) ; f(-15) ; f(0) ; f(30,05) ; f(14,95) ; f(105).$$

Fichier : **Que sais-je ? p. 85**

Pour réactiver certaines connaissances

FA30 Toujours proportionnel ?

Parmi les quatre énoncés ci-dessous, lesquels décrivent des situations de proportionnalité ? Justifie.

- a) Une voiture a consommé 7,2 l de carburant pour faire les 120 premiers kilomètres d'un parcours. Elle a consommé 14,4 l pour faire les 220 derniers.
 b) Un train a parcouru 90 km en 60 min ; une heure et demie plus tard, il se trouve 135 km plus loin.
 c) À 3 ans, Jonas mesurait 85 cm ; à 12 ans, sa taille a doublé.
 d) Je laisse une lampe allumée toute la nuit, soit durant 8 h. Si je laisse deux lampes identiques allumées durant le même temps, la consommation électrique doublera.

Fichier : **FA31 et FA32**

FA33 En vacances

En vacances aux États-Unis, tu remarques que la vitesse maximale inscrite sur le compteur d'une voiture est de 120 miles/h. On t'informe que cela correspond à un peu plus de 180 km/h. Tu lis ensuite sur un panneau que la vitesse est limitée à 75 miles/h sur les autoroutes.

À quelle vitesse cela correspond-il, environ, en kilomètres par heure ?

Représentations de la proportionnalité

FA34 Situations proportionnelles ?

Voici trois tableaux de valeurs.

1.

x	-5	0	3	6
y	25	0	9	36

2.

x	-4	0	4	8
y	0	4	8	12

3.

x	-5	0	6	10
y	20	0	-24	-40

- Représente ces couples dans un même système d'axes.
- Quel(s) tableau(x) peut (peuvent) représenter une situation de proportionnalité ?
- Quel nom donne-t-on à ce type de fonction ?

FA35 Patchwork

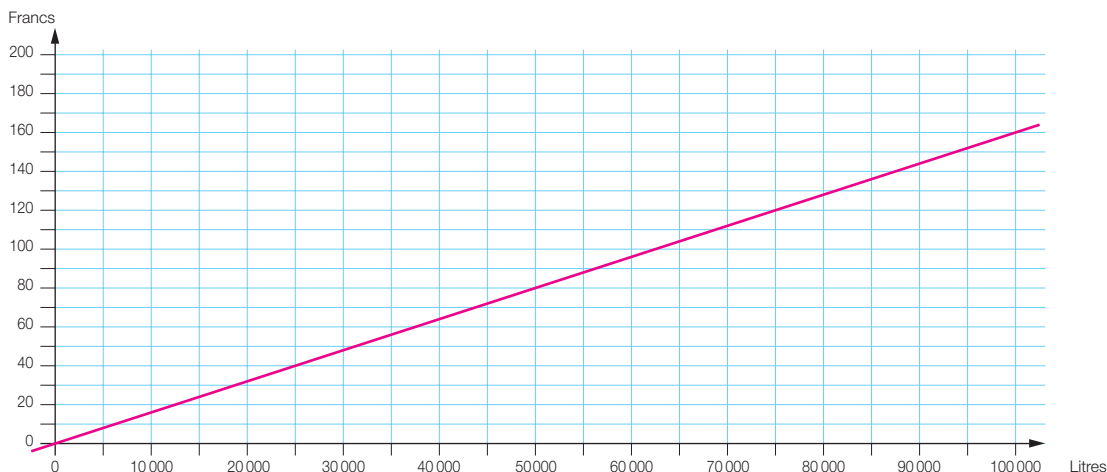
Pour chacune des situations ci-dessous, trouve l'expression fonctionnelle correspondante. Indique aussi lesquelles correspondent à des situations de proportionnalité. Justifie.

- Comment calculer l'aire totale des faces d'un cube, si tu connais la mesure de son arête ?
- Un coureur à pied effectue un marathon (42,195 km) à vitesse constante.
Il parcourt les 12 premiers kilomètres en 48 min.
Comment trouver son temps de course selon la distance parcourue ?
- Chaque élève d'une classe dessine un rectangle dont le périmètre mesure 30 cm.
Connaissant une dimension de l'un de ces rectangles, comment trouver l'autre ?
- En période de soldes, un magasin effectue un rabais de 25 % sur tous ses prix.
Comment déterminer le prix de vente d'un article à partir de son prix initial ?
- Comment trouver le nombre de diagonales d'un polygone convexe lorsque tu connais le nombre de ses côtés ?
- 500 g d'abricots sont vendus au prix de Fr. 4.80.
Connaissant le nombre de kilogrammes d'abricots achetés, comment trouver le prix à payer ?

FA37 Eau potable

Le prix moyen de 1000 l d'eau potable en Suisse est de Fr. 1.60.

Voici le graphique de cette situation.



a) Réponds aux questions suivantes à l'aide de ce graphique.

Quel sera le montant de la facture pour 25 000 l d'eau consommés ?

Si la facture s'élève à Fr. 120.–, combien de litres a-t-on consommés ?

b) Peux-tu déterminer le prix exact pour 57 000 l à l'aide du graphique ?

Si ce n'est pas le cas, calcule le prix précis.



La Suisse, « château d'eau » de l'Europe, profite d'une situation privilégiée : 6 % des réserves d'eau fraîche du continent trouvent leur source dans notre pays. Ainsi, aujourd'hui, la plupart d'entre nous a un accès facile à l'eau en ouvrant simplement le robinet. On en viendrait presque à oublier que l'eau a un prix :

- « le distributeur d'eau doit couvrir toutes ses charges sans être subventionné ;
- les infrastructures généralement très coûteuses, tels les bâtiments, ouvrages de captage, réservoirs, réseaux de conduites, doivent être exploitées et entretenues, renouvelées et agrandies selon les besoins ;
- le personnel doit être qualifié et des contrôles de qualité doivent être effectués régulièrement. »

Source : Services industriels de Lausanne

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Fichier: FA38 à FA41

FA42 Terrains

Un terrain de 1200 m² coûte Fr. 300 000.–.

Combien de mètres carrés de ce terrain pourrait-on acheter avec Fr. 175 000.– ?

FA43 Question de pages

Une publication a été imprimée sur 48 pages comptant chacune 1400 caractères.

Combien de pages auraient été économisées si on avait pu placer 1600 caractères par page ?

FA44 Au magasin

- a) 300 g de pâté coûtent Fr. 8.35.
Combien coûtent 750 g de ce même pâté ?
- b) Trois bouteilles de 1,5 l d'eau coûtent Fr. 1.80.
Quel sera le prix de 5 bouteilles ?

FA45 Petits gâteaux

Gâteaux au chocolat

100 g de chocolat noir	
100 g de beurre	Faire fondre
1 dl de sucre	
2 œufs	Fouetter, puis ajouter le mélange chocolat/beurre
1 dl de farine	Ajouter

Répartir dans 12 petits moules, puis cuire 15 à 20 minutes à 200° C.

- a) Pour réaliser la recette avec 5 œufs, quelle quantité de beurre dois-tu utiliser ?
- b) Pour obtenir 42 petits gâteaux, quelle quantité de sucre dois-tu utiliser ?
- c) Si on prépare 36 petits gâteaux, à quelle température doit-on les cuire ?

FA46 En train

De Moutier, le train met environ 18 min pour rallier Bienne, parcourant ainsi une distance de 24,36 km.

À la même vitesse moyenne, combien de kilomètres ce même train pourrait-il parcourir en 1,5 h ?

FA47 Puissance totale

Combien de lampes de 100 watts faudrait-il pour remplacer douze lampes de 75 watts sans changer la puissance totale ?



La **puissance** électrique d'un appareil est l'énergie consommée ou produite par cet appareil par unité de temps. Elle s'exprime en watts (W).

L'**énergie** électrique consommée ou produite par un appareil est égale à la puissance de cet appareil multipliée par le temps d'utilisation. On l'exprime en watt-heure (Wh), kilowatt-heure (kWh), mégawatt-heure (MWh), etc.

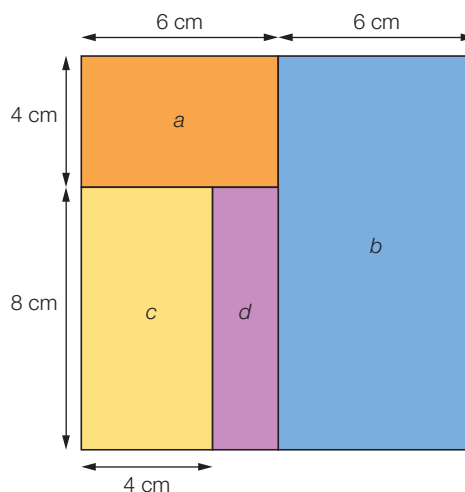
Ainsi, une ampoule de 100 W, allumée en moyenne 2 h par jour, consomme en une année 73 kWh ($100 \text{ W} \times 2 \text{ h} \times 365 \text{ jours} = 73\,000 \text{ Wh} = 73 \text{ kWh} = 0,073 \text{ MWh}$).

Les lampes à incandescence, comme illustré, ainsi que l'ampoule halogène et l'ampoule à économie d'énergie (lampes fluorescentes compactes, fluocompactes, économiques ou à basse consommation) sont aujourd'hui remplacées par les LED (diodes électroluminescentes).

FA48 Puzzle, le retour

Voici un puzzle carré constitué de quatre pièces rectangulaires a , b , c et d .

Fabrique un agrandissement de ce puzzle de manière que les segments qui mesurent 4 cm sur le modèle mesurent 5 cm sur le puzzle agrandi.



FA49 On agrandit

Un rectangle $ABCD$ a une longueur de 5 cm et une largeur de 3 cm.

Construis un agrandissement de ce rectangle de manière que sa longueur mesure 8 cm.

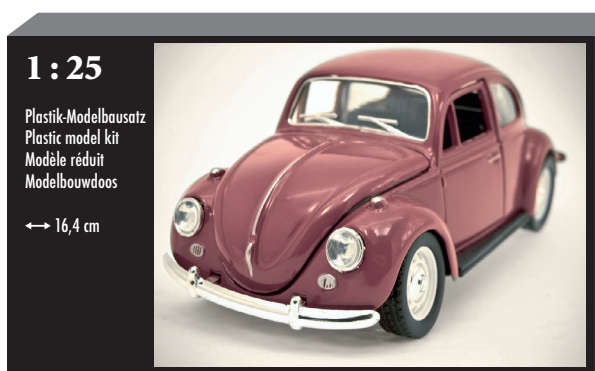
FA50 On réduit

Les côtés d'un triangle isocèle EFG mesurent respectivement 30 cm, 30 cm et 40 cm. Pour le dessiner à l'échelle sur sa feuille A4, Audrey lui donne les dimensions suivantes : 6 cm, 6 cm et 7 cm.

Son triangle est-il une réduction du triangle EFG ?

FA51 VW Coccinelle

Ricardo a acheté ce modèle réduit de la célèbre voiture VW Coccinelle.



- Que signifie l'inscription 1 : 25 au haut de l'emballage ?
- Tu peux lire que ce modèle réduit a une longueur de 16,4 cm.
Calcule la longueur de cette voiture dans la réalité et explique comment tu procèdes.
- La voiture de tes parents mesure 1,6 m de haut.
Quelle serait la hauteur d'un modèle réduit à la même échelle que cette Coccinelle ?



Ferdinand Porsche, 1940

La **Coccinelle** de Volkswagen, « voiture du peuple », a été pensée pour « pouvoir transporter à 100 km/h une famille de quatre personnes en consommant 7 l d'essence aux 100 km pour moins de 1000 Reichmarks ». À la demande des autorités allemandes, cette auto fut conçue par Ferdinand Porsche, produite dès 1938 et utilisée pour la propagande du régime en place.

Après la Seconde Guerre mondiale, sa production en Allemagne fut relancée par les autorités anglaises et connut un grand essor : en 1955, on fêta la millionième VW Coccinelle et, jusqu'en 2003, plus de 21 500 000 exemplaires roulèrent à travers le monde. Elle fut la voiture la plus vendue au monde avant que ce record ne soit dépassé par une autre VW, la Golf, en 2006.

Cette voiture a également été l'héroïne de cinq films produits par les studios Walt Disney – par exemple, *Un amour de Coccinelle* (1968), un téléfilm et une série télévisée.

FA52 Question d'échelle

Sur une carte à l'échelle 1 : 10 000, tu mesures une distance de 5,6 cm entre deux fermes.

- Quelle distance sépare ces deux fermes dans la réalité ?
- Combien de centimètres séparent, sur cette carte, deux points distants de 3,5 km dans la réalité ?

FA53 Coccinelle

La longueur réelle de cette coccinelle est d'environ 10 mm.

À quelle échelle est-elle dessinée ici ?

Surnommée parfois aussi « bête à Bon Dieu », la **coccinelle** est un véritable « ogre à pucerons » ; elle peut en dévorer plus d'une centaine par jour et constitue ainsi un insecticide naturel apprécié des jardiniers. Elle se nourrit aussi parfois d'acariens, de chenilles et même de spores de champignons. L'espèce la plus commune dans nos régions est la coccinelle rouge à sept points, comme celle représentée ci-contre.

Au début du siècle dernier, une espèce de coccinelle a été importée de Chine vers l'Europe et aux États-Unis, pour la lutte biologique contre les pucerons : la Coccinelle asiatique (*Harmonia axyridis*). Mais son comportement, sa fertilité et sa voracité lui ont permis de se développer sans contrôle ; elle est désormais considérée comme nuisible pour de nombreuses espèces de coccinelles originaires de chez nous qu'elle tend à éliminer.



FA54 À l'échelle

Un élève doit dessiner un insecte à l'échelle 8 : 1.

Quelle sera la longueur d'une antenne sur son dessin, si celle-ci mesure réellement 12 mm ?

Fichier: FA55

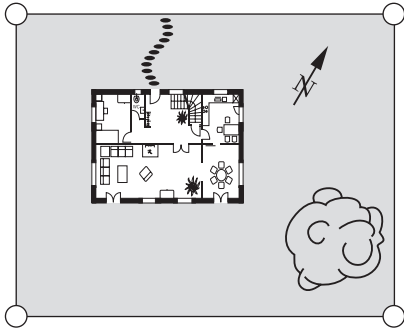
FA56 D'un sommet à l'autre

Sur une carte au 1 : 50 000, la distance mesurée entre deux sommets alpins est de 5 cm.

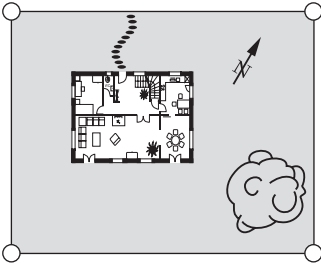
- Quelle sera la mesure de la distance entre ces deux mêmes sommets sur une carte à l'échelle 1 : 25 000 ?
Et sur une carte à l'échelle 1 : 10 000 ? Et 1 : 250 000 ? Et 1 : 1 000 000 ?
- Quelle est la distance réelle (à vol d'oiseau) entre ces deux sommets ?

FA57 Représentations

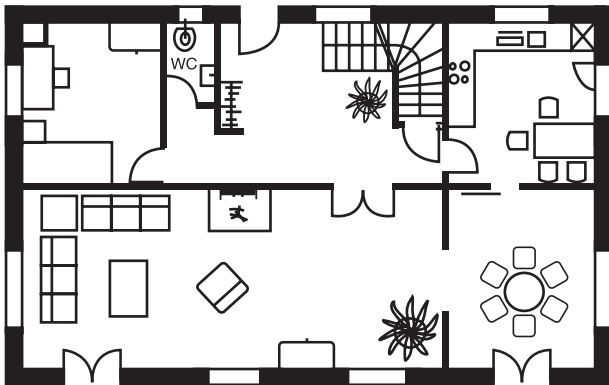
- a) Le plan de cette parcelle est à l'échelle 1 : 500.
Dessine un nouveau plan de cette parcelle à l'échelle 1 : 200.



- b) Quelle est, ici, l'échelle du plan de cette même parcelle ?

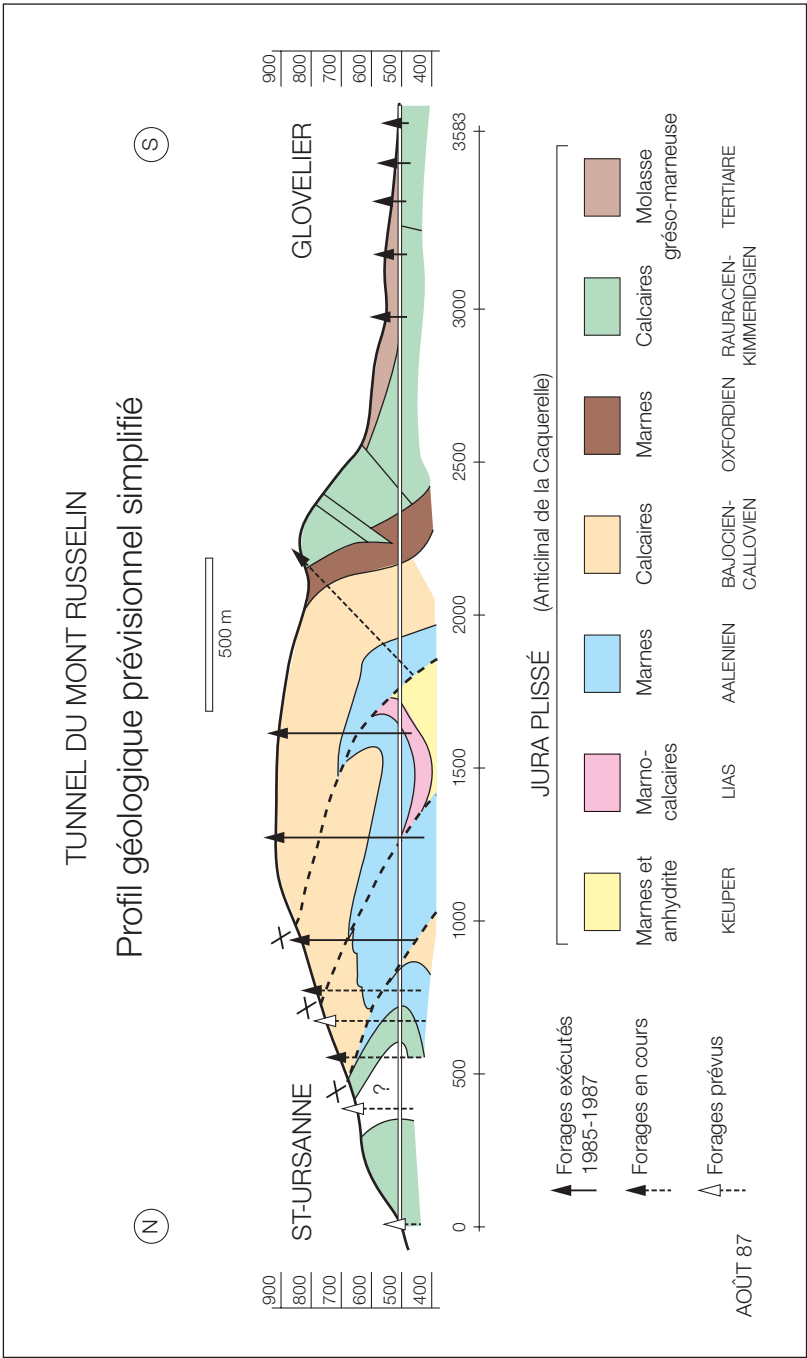


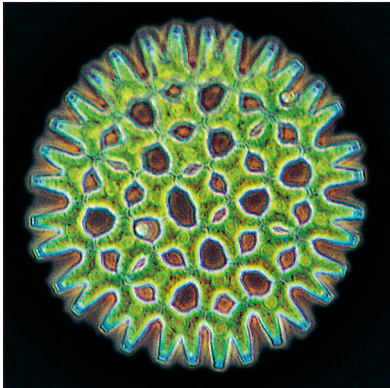
- c) Cet autre plan peut-il être une représentation à l'échelle d'une surface habitable rectangulaire dont les côtés mesurent 9 m et 13,5 m ?



- d) Sur une maquette, un immeuble de 40 m de hauteur est représenté par une boîte d'allumettes de 10 cm de hauteur.
- Par quel nombre faut-il multiplier la hauteur de cette boîte pour obtenir la hauteur de l'immeuble ?
 - Quelle est la longueur, sur la maquette, du mur de 70 m qui borde son parking ?

e) Quelle est l'échelle de ce profil géologique ?





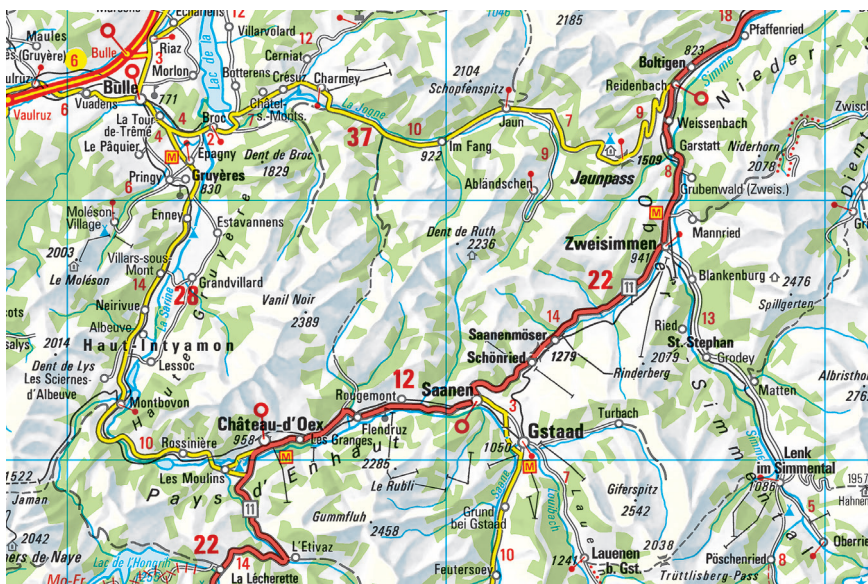
- f) L'algue verte est une plante aquatique qui pousse dans les mares. Quel est, approximativement, le diamètre réel d'une de ses cellules ?

Coupe transversale d'une cellule cylindrique d'algue verte (agrandie 700 fois)

- g) Cette carte est à l'échelle 1 : 800 000. Quelle est approximativement l'aire du lac de Neuchâtel ?



- h) Tu veux faire le plus grand plan possible de ta salle de classe, sur une feuille de format A4. Quelle sera l'échelle de ce plan ?
- i) Une plaquette rectangulaire de silicium comportant un circuit intégré mesure 5 mm de long et 4 mm de large. Détermine une échelle te permettant de la représenter sur une feuille de format A4, de telle sorte que le plan soit le plus grand possible.
- j) Quelle est, approximativement, l'échelle de cette carte routière ?



FA58 Lancers francs

Diego, Fatou et Hugo, trois fans de basket font un concours de lancers francs.

Qui est le ou la plus habile ?

	Diego	Fatou	Hugo
Nombre de paniers réussis	16	18	15
Nombre de lancers francs	20	24	21

FA59 Soldes

Dans un « chat » à propos des soldes :

	Léo 24 jan 2024, 18:40	Le pantalon m'a coûté 72 francs au lieu de 90 francs.
	Camille 24 jan 2024, 19:02	Ma veste valait 120 francs, mais je l'ai obtenue pour 90 francs.
	Mirko 24 jan 2024, 19:13	J'ai fait l'acquisition d'un training pour les trois quarts de sa valeur.
	Julia 24 jan 2024, 19:18	Aujourd'hui, j'ai profité d'acheter une chemise et un sweat-shirt, car il y a un rabais de 20 % sur tous les articles.

Qui a fait la meilleure affaire ?

FA60 Sondage

Un maître d'éducation physique fait un sondage auprès des élèves de ses classes.

Dans la première classe, 12 élèves sur 25 aiment le football ; dans la deuxième, 6 sur 10, alors qu'ils sont 9 sur 20 à l'aimer dans la troisième.

Dans quelle classe la proportion d'élèves aimant le football est-elle la plus élevée ?

FA61 Publicité mensongère ?

Dans cette annonce datant de 1945, le Bûcheron propose 30 % de rabais.

Le prix indiqué est-il correct ?

3 13 45 | ADMINISTRATION : Place Pépinet 2 | 13 h. 45 à 17 h. Samedi fermé, à 12 h. 30 | 1 cl. 2 24 44

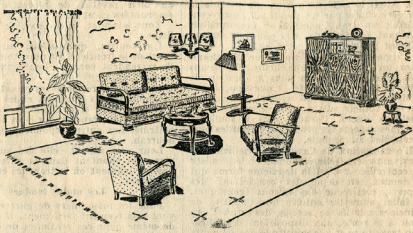
AU BUCHERON

LAUSANNE Tél. 3 72 72

Par son grand stock, en ce moment **90** chambres à coucher en magasin, le **BUCHERON** vous offre des conditions avantageuses, **30%** sur tout l'assortiment!

LIVRAISONS FRANCO
FACILITÉS DE PAYEMENT
PAS DE VOYAGEURS

Demandez le dernier catalogue illustré, **gratuit**, 32 pages



Très beau studio, composé d'un beau meuble combiné en noyer ni-poil, rayonnage, secrétaire, vitrine et buffet, d'un divan-couch avec coffre pour literie et deux fauteuils recouverts jol. tissu, et un guéridon, rond ou carré, pieds galbés, complet.....fr. **710.-**
500.-

CES MEUBLES PEUVENT ÊTRE VENDUS SÉPARÉMENT.

FA62

NHL

Voici le classement par division du championnat nord-américain de hockey sur glace (NHL).
Calcule le pourcentage de victoires de chaque équipe classée 1^{re} de sa division.

Est

pos	Métropolitaine	mj	vic
1	Caroline – Hurricanes	82	52
2	New Jersey – Devils	82	52
3	NY Rangers – Rangers	82	47
4	NY Islanders – Islanders	82	42
5	Pittsburgh – Penguins	82	40
6	Washington – Capitals	82	35
7	Philadelphie – Flyers	82	31
8	Columbus – Blue Jackets	82	25
pos	Atlantique	mj	vic
1	Boston – Bruins	82	65
2	Toronto – Maple Leafs	82	50
3	Tempa Bay – Lightning	82	46
4	Floride – Panthers	82	42
5	Buffalo – Sabres	82	42
6	Ottawa – Sénateurs	82	39
7	Détroit – Red Wings	82	35
8	Montréal – Canadiens	82	31

Ouest

pos	Centrale	mj	vic
1	Colorado – Avalanche	82	51
2	Dallas – Stars	82	47
3	Minnesota – Wild	82	46
4	Winnipeg – Jets	82	46
5	Nashville – Predators	82	42
6	St-Louis – Blues	82	37
7	Arizona – Coyotes	82	28
8	Chicago – Blackhawks	82	26
pos	Pacifique	mj	vic
1	Vegas – Golden Knights	82	51
2	Edmonton – Oilers	82	50
3	Los Angeles – Kings	82	47
4	Seattle – Kraken	82	46
5	Calgary – Flames	82	38
6	Vancouver – Canucks	82	38
7	San Jose – Sharks	82	22
8	Anaheim – Ducks	82	23



La **NHL**, *National Hockey League* (Ligue nationale de hockey ou LNH) est une association professionnelle regroupant des équipes masculines de hockey sur glace du Canada et des États-Unis. Le niveau de jeu y est sans doute le meilleur au monde.

La NHL compte actuellement 32 équipes ou franchises réparties selon leur position géographique dans deux conférences, celle de l'Est et celle de l'Ouest. Dans chaque conférence, les franchises sont séparées en deux divisions de 8 équipes.

La **PWHL** *Professional Women's Hockey League* (Ligue professionnelle de hockey féminin ou LPHF) est créée en 2023 pour remplacer la Fédération première de hockey (2015-2021). Elle comprend trois équipes au Canada et trois équipes aux États-Unis.

FA65 Attachez vos ceintures!

Dans le vol 714 pour Sydney, 40 % des passagers sont angoissés. Parmi ceux-ci, 70 % demandent une pilule calmante, alors que les 30 % restants commandent un petit remontant pour se donner du courage!

Avant le décollage, l'hôtesse de l'air distribue 21 pilules.

Combien doit-elle alors verser de petits remontants ?

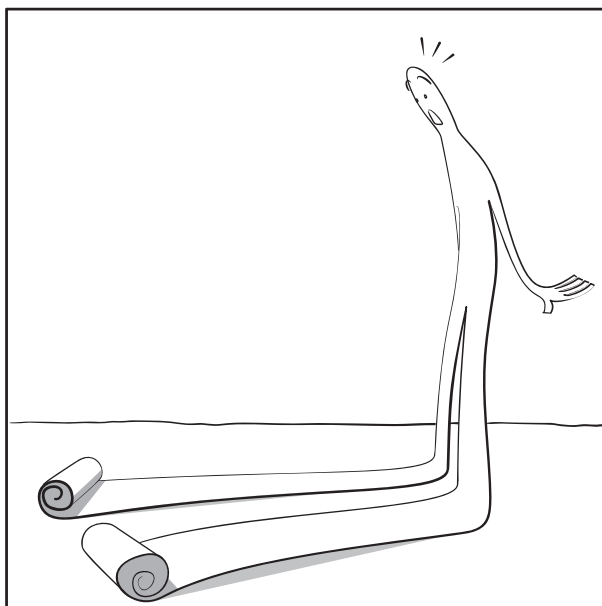
FA66 Un peu de tout

- a) Un bocal de 500 g de confiture contient 35 % de sucre.
Quelle masse de sucre contient un bocal de 1 kg de cette même confiture ?
- b) « Si on réduit la longueur de chacun des côtés d'un carré de 50 %, son aire sera réduite de 75 % », affirme Pascale.
A-t-elle raison ?
- c) Il y a 11 filles dans une classe de 20 élèves.
Quelle part des élèves représentent les garçons ?
- d) Un snowboard coûtait Fr. 450.—. Il coûte actuellement Fr. 480.—.
Quel est le pourcentage de l'augmentation ?
- e) En Suisse, depuis plusieurs années, le taux annuel de natalité est proche de 12 ‰.
Peux-tu estimer le nombre de naissances dans ta commune durant une année civile ?
Et en Suisse ?

FA67 Changement de taille

À l'aide de la photocopieuse de la salle des maîtres, comment faut-il procéder pour obtenir une copie de cette image carrée qui ait 12 cm pour mesure de côté ?

Et pour des côtés de 3 cm ? 7 cm ?
20 cm ? 6 cm ? 10 cm ?



FA68 Pourcentage de réduction

- a) Tu as réduit de 40 % les dimensions d'un document carré de 10 cm de côté, mais la figure obtenue est trop petite.
De quel pourcentage dois-tu agrandir les dimensions de ce nouveau document pour retrouver le format initial ?
- b) Tu as réduit de 20 % les dimensions du même document initial.
Par quel nombre dois-tu multiplier la mesure du côté obtenu, à la suite de cette réduction, pour retrouver celle du document carré initial ?

FA69 Périmètres et aires

Un rectangle a une longueur de 6 cm et une largeur de 4 cm.

On augmente sa longueur de 20 % et on diminue sa largeur de 20 % également.

Comment varient son périmètre et son aire ?

FA70 La population augmente

De 2011 à 2022, la population mondiale a augmenté d'environ 14,3 % pour atteindre les 8 milliards d'habitants.

Combien d'habitants environ comptait la planète en 2011 ?

Fille ou garçon ? Nargis, Danica ou Piotr ? Inde, Philippines ou Russie ? Plusieurs pays ont revendiqué, au milieu du mois de novembre 2022, la naissance symbolique du huit milliardième habitant de la planète. C'est le petit Damian, né le 15.11.22, qui a été choisi pour le représenter.

Au-delà de cette concurrence accrue et futile pour le titre, ce cap des huit milliards n'est pas à prendre à la légère et invite plutôt à une réflexion sur de nouveaux défis majeurs tels que la nourriture, l'accès à l'eau potable, l'environnement, l'éducation, l'emploi.

FA71 Augmentation

Au cours de ces dix dernières années, le nombre d'élèves d'un bâtiment scolaire a d'abord augmenté de 12 %, avant de diminuer de 25 %.

Aujourd'hui, cette école compte 756 élèves.

Il y a dix ans, combien d'élèves suivaient les cours dans ce bâtiment scolaire ?

FA72 Pentu ?

- a) Quelle est la signification de ce panneau ?
- b) Représente précisément une pente de 12 %.
- c) Tu te déplaces de 175 m sur un chemin au bord duquel figure ce panneau.
De combien de mètres es-tu descendu ou monté ?



FA73 Ça grimpe dur!

- a) Qu'est-ce qui est le plus raide : une route dont la pente est de 30 % ou un chemin qui fait un angle de 30° avec l'horizontale ?
- b) Dessine une droite dont la pente est de 100 %.

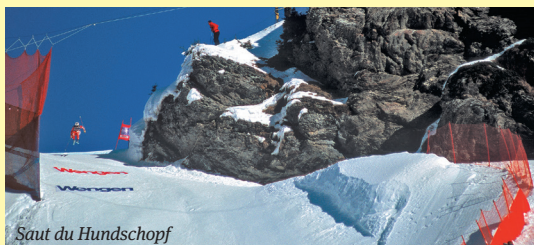
Fichier : FA74

FA75 Lauberhorn

Lors de la descente du Lauberhorn, les coureurs partent de 2315 m pour arriver à 1290 m.

Sur une carte au 1 : 25 000, la longueur de la course est de 17,3 cm.

Quelle est la pente moyenne de la descente ?



La descente du Lauberhorn, course masculine, a lieu chaque année, vers la mi-janvier, à Wengen, dans l'Oberland bernois. Avec ses 4455 m, c'est la plus longue descente de la Coupe du monde de ski alpin. Les coureurs mettent environ 2'30" pour parcourir cette distance.

Elle comprend des endroits clés mythiques et spectaculaires, tels le Hundschopf (la tête de chien), un saut d'une cinquantaine de mètres entre deux falaises, le Hanneggsschuss, dans lequel les coureurs peuvent atteindre la vitesse de 150 km/h, ou encore le Wasserstation tunnel, un passage sous un petit viaduc de la ligne de chemin de fer menant à la Petite Scheidegg, au pied de l'Eiger.

La course a été ouverte aux femmes une fois en 1947, avec une épreuve féminine remportée par la Suissesse Lina Mittner. Ce n'est pourtant ni l'envie ni l'ambition qui manquent aux skieuses : plusieurs d'entre elles expriment régulièrement le souhait de pouvoir concourir sur cette piste mythique.

FA76 Nyon – Saint-Cergue

Une route permet de monter de Nyon à Saint-Cergue avec une pente moyenne de 3,5 %.

La distance horizontale de la route est de 18 km.

Quelle est l'altitude de Saint-Cergue si Nyon est situé à 406 m ?

FA77 Échelle et pente

Sur une carte, tu mesures une distance de 10 cm entre la station de départ d'un télésiège et la station d'arrivée. La pente moyenne de ce télésiège est de 30 %. La station supérieure est à 2000 m d'altitude et le départ se situe à 1400 m.

Quelle est l'échelle de cette carte ?

Fichier : Faire le point p. 93

Encore quelques problèmes

FA78 CO₂

À l'aide des renseignements ci-contre, réponds aux questions suivantes.

- Quelle quantité de CO₂ produit-on lorsque l'on parcourt 250 km avec une voiture diesel ?
- Combien de litres d'essence seront consommés par une voiture à essence sur une distance de 800 km ?

Émission de CO₂

Le CO₂ n'est pas un polluant, mais un gaz à effet de serre naturellement présent dans l'atmosphère. Tout processus de combustion produit du CO₂, et la quantité émise par un moteur est proportionnelle à sa consommation de carburant.

Depuis 2021, la limite maximale d'émission de CO₂ pour un véhicule neuf immatriculé dans l'UE est de 95g/km. Elle correspond à une consommation moyenne de 4,1 l/100 km pour un moteur essence et 3,7 l/100 km pour un diesel. Aux États-Unis, ce sera 125 g/km et 117 g/km en Chine.

FA79 Marché exotique

Dans un marché exotique, tu peux échanger :

- 2 mangues contre 3 kiwis,
- 2 kiwis contre 5 caramboles.

Si tu possédais :

- 8 mangues, combien obtiendrais-tu de kiwis ?
Et de caramboles ?
- 5 mangues, combien obtiendrais-tu de kiwis ?
Et de caramboles ?
- 27 kiwis, combien obtiendrais-tu de mangues ?
Et de caramboles ?
- 60 caramboles, combien obtiendrais-tu de mangues ?



FA80 Équitable

Partage un bénéfice de 7200 francs entre trois associés, proportionnellement à leurs mises de départ de respectivement 12 500 francs, 18 700 francs et 28 800 francs.

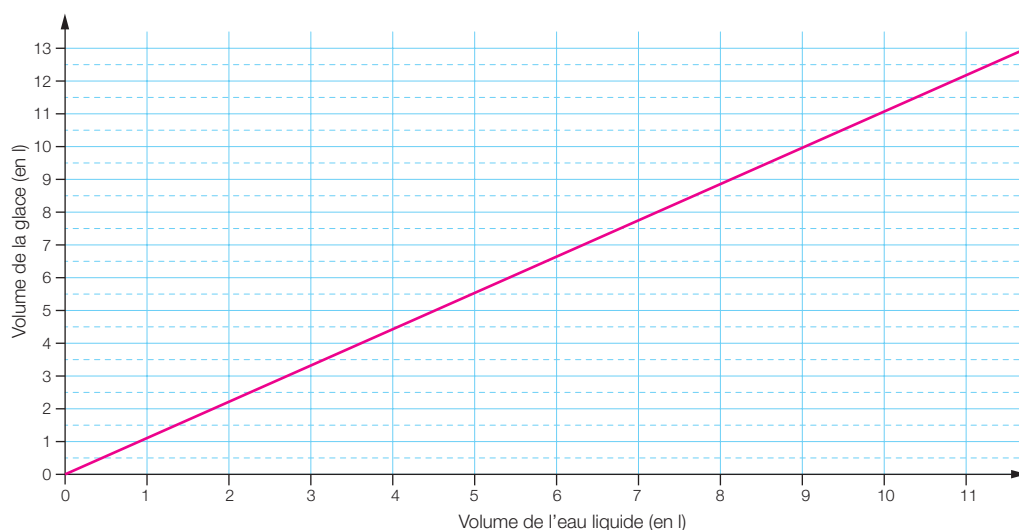
FA81 On connaît la musique

Huit musiciens mettent une heure et demie pour jouer un morceau.

Combien de temps mettraient seize musiciens pour exécuter le même morceau ?

FA82 Ça gèle

L'eau augmente de volume en gelant. Voici un graphique illustrant cette situation.



- Cette situation est-elle une situation de proportionnalité ? Justifie.
- Quel volume de glace obtient-on avec 10 l d'eau liquide ?
- Quel volume d'eau liquide faut-il pour obtenir 5 l de glace ?
- Calcule le volume de glace obtenue avec 63 l d'eau.

FA83 Jeu de cartes

Ce tableau de valeurs, établi lors d'une partie, est associé à une fonction que les joueuses et les joueurs de jass connaissent bien.

69	22	136	99	45	59	118	x
88	135	21	58	112	98	39	?

- Exprime en fonction de x la formule générale correspondant à cette situation.
- S'agit-il d'une situation de proportionnalité ?



Le jeu de **jass** (prononcé [yas]) est un jeu de cartes pratiqué en Suisse, au Liechtenstein, dans le Vorarlberg autrichien, le sud de l'Allemagne et l'Alsace. Il se joue généralement à quatre, en deux équipes de deux, avec un jeu de 36 cartes, allant de l'as au 6. Ce jeu allie levées et combinaisons de cartes ; au début d'une donne, une couleur est désignée « atout ».

L'as vaut 11 points, le roi 4, la dame 3, le valet 2 et le 10 en vaut 10 ; les autres cartes valent 0 point. Le valet d'atout (le « Bauer » prononcé [bour]) vaut 20 points et le neuf d'atout (le Nell, prononcé [nèl]) vaut 14 points ; la dernière levée rapporte 5 points supplémentaires.

FA84 Les minutes écoulées

Sur une horloge, connaissant le nombre de minutes écoulées entre midi et une heure, comment calculer l'angle séparant l'aiguille des heures de celle des minutes ?

Trouve l'expression fonctionnelle correspondante. Est-ce une situation de proportionnalité ?

FA85 Tarif tennistique

Éric et Jean-Pierre ont décidé de jouer au tennis, en principe une heure chaque semaine, durant la saison d'hiver, toujours le même jour et à la même heure.

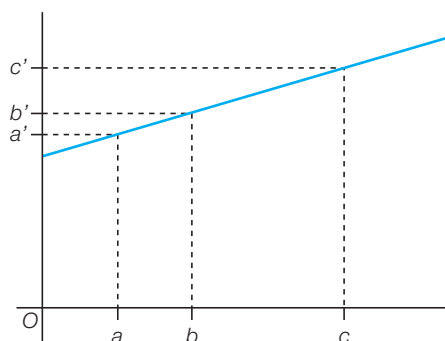
À l'aide du panneau ci-contre, détermine les avantages et les inconvénients des différentes possibilités.

Tennis-club			
Saison d'hiver (30 semaines – 1 h / sem.)			
Non-membres :			
– de 7 h à 17 h :	Fr./h	35.–	
– de 17 h à 22 h :	Fr./h	40.–	
Membres :			
Taxe d'introduction :	Fr.	150.–	
– de 7 h à 17 h :	Fr./h	29.–	
– de 17 h à 22 h :	Fr./h	33.–	
Abonnement de 30 semaines :			
– de 7 h à 17 h :	Fr.	840.–	
– de 17 h à 22 h :	Fr.	950.–	

FA86 C'est oui ou c'est non ?

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a) Le prix d'un billet de train est proportionnel à la distance parcourue.
- b) L'aire d'un disque est proportionnelle à son rayon.
- c) À vitesse constante, la distance parcourue est proportionnelle au temps de parcours.
- d) D'après ce graphique, la suite des nombres a , b et c est proportionnelle à celle des nombres a' , b' etc'.



FA87 Des « peanuts »

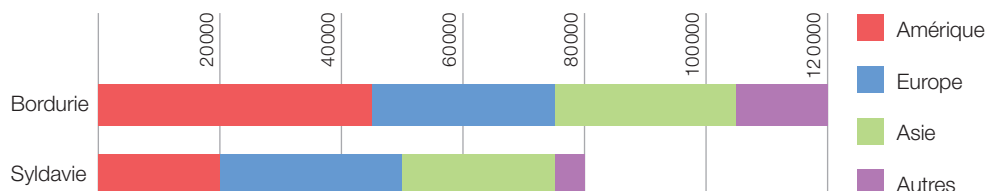
4 singes mangent 4 cacahuètes en 4 min.

Combien 12 singes mangent-ils de cacahuètes en 12 min ?

Diagrammes

FA90 Importations

Les deux diagrammes en barre suivant montrent les importations de voitures de deux pays.



Réponds aux questions suivantes :

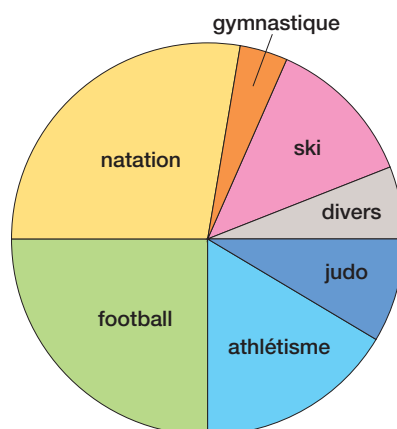
- Combien de véhicules asiatiques ont été importés en Bordurie ?
- En Syldavie, quelle fraction des importations totales représentent les voitures américaines ?
- Quel pourcentage représentent, en Bordurie, les importations cumulées d'Europe et d'Amérique ?
- Laquelle (lesquelles) de ces trois affirmations est (sont) fausse(s) ?
 - Le pourcentage de voitures américaines importées est le même dans les deux pays.
 - Le nombre de voitures américaines importées est le même dans les deux pays.
 - Le pourcentage des voitures européennes importées en Bordurie est le même que celui des voitures américaines importées en Syldavie.

FA91 Sport favori

On a demandé à 180 jeunes (filles et garçons) quel était leur sport favori. Voici un diagramme circulaire illustrant leurs réponses.

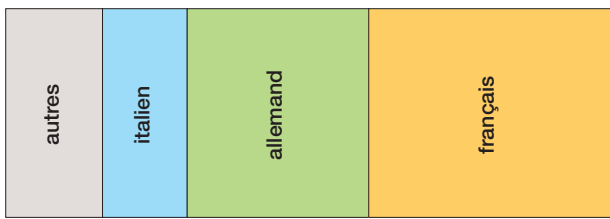
Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- Plus de 50 jeunes ont répondu le football.
- L'athlétisme a été choisi par moins de 25 % des interrogés.
- La natation est le sport favori de plus de 45 individus.
- Le judo a été choisi par moins de 1 % des jeunes.
- Football, athlétisme et judo représentent 50 % des réponses.
- Le ski, la gymnastique et divers sports sont les favoris de plus de 60 % des intéressés.



FA92 Population

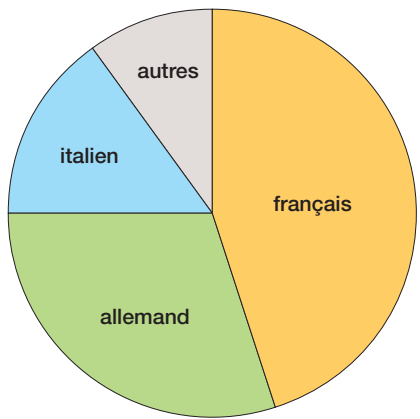
Dans quatre communes, la répartition de la population selon la langue maternelle se présente ainsi :



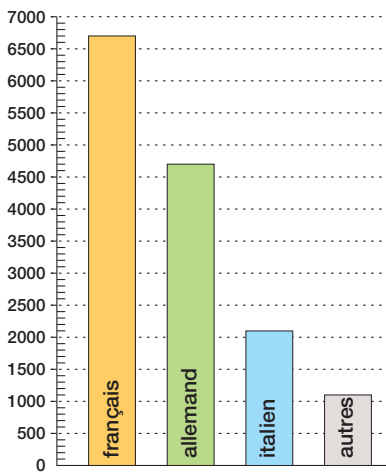
commune A

langue maternelle	nombre d'habitants
français	576
allemand	300
italien	144
autres	180

commune B



commune C



commune D

- a) Dans quelle commune la proportion des personnes de langue maternelle française est-elle la plus forte ?
- b) Et la plus faible ?
- c) Et pour les langues allemande et italienne ?

FA93 Pour passer le temps

Pour passer le temps lors d'un voyage en voiture, Mélanie s'est amusée à compter les occupants des voitures circulant en sens inverse. Elle a rempli un tableau.

Nombre d'occupants	1	2	3	4	5
Nombre de voitures	74	31	9	4	2

- a) Représente cette situation par un diagramme circulaire.
- b) En moyenne, combien d'occupants y avait-il par voiture ?

FA95 Métro, boulot, dodo!

Un sondage a permis d'établir quels sont les moyens de transport utilisés principalement par la population active d'un pays pour se rendre au travail.

- Représente la situation à l'aide d'un diagramme de ton choix.
- Pour une population active d'environ 4 millions d'habitants, combien de personnes de chaque catégorie cela représente-t-il ?

Moyens de transport utilisés pour se rendre au travail

Automobile	50 %
Transports publics	23 %
À pied	8 %
Vélo	6 %
Moto, scooter	4 %
Aucun (travail à domicile)	9 %

FA96 Diminuer le temps de travail ?

Il y a plusieurs années, une enquête a été réalisée, auprès de nombreuses personnes actives professionnellement, pour connaître l'opinion des Suisses à propos de l'affirmation : « Il faut chercher à travailler le moins possible. »

Il faut chercher à travailler le moins possible

Tout à fait d'accord	3 %
Plutôt d'accord	14 %
Plutôt pas d'accord	58 %
Absolument pas d'accord	23 %
Sans opinion	2 %

Mais, à la question « Entre une augmentation de salaire et une diminution du temps de travail, que choisissez-vous ? », les réponses, sur 1000 personnes interrogées, se répartissaient comme ci-contre.

Entre une augmentation de salaire et une diminution du temps de travail, que choisissez-vous ?

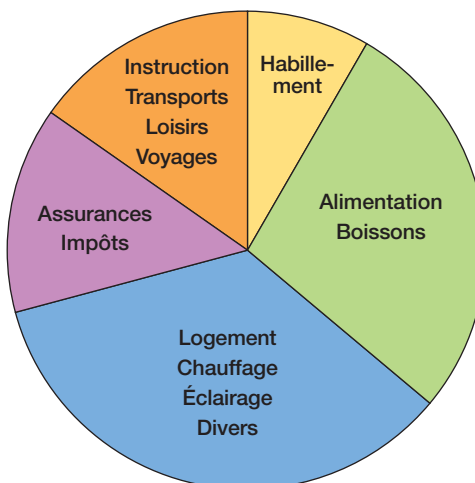
516	Pour la diminution du temps de travail
299	Pour l'augmentation de salaire
85	Indécis
100	Sans réponse

Représente les réponses à ces deux enquêtes par un diagramme circulaire et un diagramme en barre.

FA97 Prévisions

Voici le budget prévisionnel d'un couple qui pense disposer d'environ Fr. 48 000.– pour ces douze prochains mois.

- Trouve le montant approximatif de chacun des postes du budget.
- Représente la situation par un diagramme en barre, puis par un diagramme en bâtons.



FA98 Vacances blanches

Au début de leurs vacances blanches, M. et M^{me} Durand hésitent devant le panneau présentant les tarifs des remontées mécaniques de la station. Ils savent qu'ils pourront skier trois jours, qu'ils descendront en plaine pour fêter Noël pendant deux jours et qu'ils termineront leurs sept derniers jours de vacances sur les pistes.

Avec leurs deux enfants Vanessa, étudiante, et le petit Léon de neuf ans, ils se demandent s'il est préférable qu'ils prennent pour chacun un abonnement de douze jours ou un de trois jours, puis un de sept jours.

Aide-les à faire leur choix.

Abonnements jours consécutifs			
	Adultes CHF	Étudiants CHF	Enfants CHF
1 jour	68	54	34
2 jours	134	107	67
3 jours	198	158	99
4 jours	260	208	130
5 jours	320	256	160
6 jours	351	281	176
7 jours	398	317	198
8 jours	442	354	220
9 jours	484	387	242
10 jours	523	418	263
11 jours	560	448	281
12 jours	594	475	298
13 jours	628	502	315
14 jours	662	530	332
15 jours	696	557	348
16 jours	730	584	365
17 jours	764	611	382
18 jours	798	638	399
19 jours	832	666	416
20 jours	866	693	433
21 jours	900	720	450

FA99 Enquête

Un groupe de 600 jeunes a répondu à une enquête leur demandant quel était leur loisir préféré. Voici, ci-contre, les résultats de cette enquête.

Représente ces données par un diagramme de ton choix.

Jeux vidéo	280
Internet	170
Sport	110
Autres	40

FA100 Ça jette un froid !

Voici un tableau incomplet qui donne, de façon approchée, quelques superficies glacées relatives à la Terre datant de 2012.

- Quelle était la superficie glacée du pôle Sud ?
- Quelle était la superficie glacée du Spitzberg, si celle du pôle Nord était au total de 2 070 000 km² ?
- Quelle était la superficie glacée d'Amérique du Sud ?
- Exprime, en pour-cent de la surface glacée de la Terre, celle qui se rapporte à la superficie de glace située dans l'hémisphère Sud.
- Représente, à l'aide d'un diagramme circulaire, les valeurs relatives au tableau, en les regroupant selon les catégories suivantes :
 - Pôle Sud,
 - Pôle Nord,
 - Asie et Nouvelle-Zélande,
 - Amérique (Alaska, Rocheuses et Amérique du Sud),
 - Europe (avec l'Islande).

On peut considérer la surface glacée de l'Afrique comme négligeable.

Région	Superficie (en km ²)
Pôle Sud	
Antarctique	12 535 000
Autres glaciers	53 000
Pôle Nord	
Groenland	1 726 000
Autres glaciers	76 200
Archipel canadien	153 200
Spitzberg	...
Autres îles de l'Arctique	56 600
Asie	115 800
Alaska / Rocheuses	76 900
Amérique du Sud	...
Islande	12 170
Alpes européennes	9 280
Nouvelle-Zélande	10 10
Afrique	10
Surface glacée de la Terre	14 899 670



L'étendue des glaces de l'Arctique vient de battre un triste record : son plus bas niveau depuis le début des observations par satellite en 1972. Le 8 septembre 2011, les glaces du pôle Nord couvraient ainsi 4,24 millions de kilomètres carrés, soit 0,5 % de moins que le précédent minimum « historique » de 2007, selon une étude de l'Institut de physique environnementale de l'Université de Brême, en Allemagne.

Quelle que soit l'étude prise en compte, la couverture actuelle de glace ne représente plus que les deux tiers de l'étendue moyenne enregistrée entre 1979 et 2000 ; les glaces arctiques ne représentent aujourd'hui que la moitié de la couverture observée au début des années 80, selon l'agence spatiale européenne.

FA101 Prudence, les motards

La répartition des blessures graves lors d'accidents de motos ou de scooters est donnée dans le tableau ci-contre.

Illustre cette statistique à l'aide d'un diagramme de ton choix.

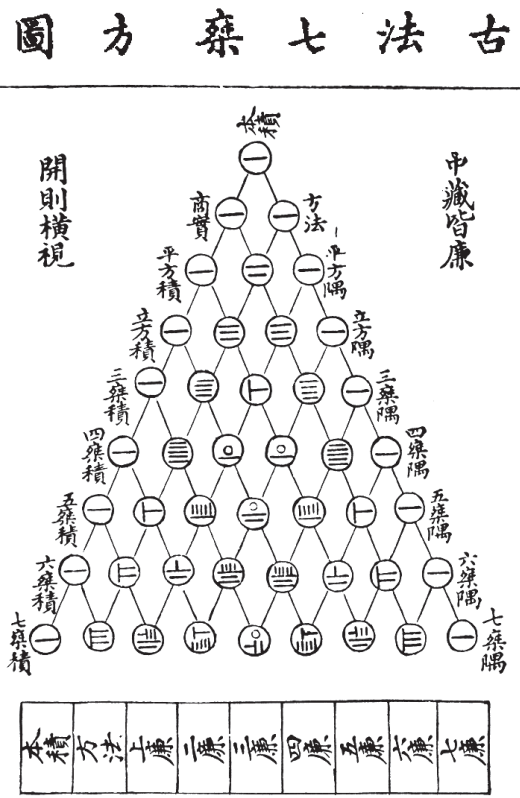
Blessures graves d'accidents de motos ou de scooters

Tête	34 %
Colonne vertébrale	5 %
Bras	10 %
Torse	9 %
Jambes	21 %
Lésions internes	4 %
Autres blessures	17 %

Dès l'Antiquité, puis au cours du Moyen-Âge, des savantes et des savants issus de diverses régions du monde ont participé à la naissance du *calcul littéral* ou *calcul algébrique*, comme le Grec Diophante d'Alexandrie (325-409) ou le Perse Al Khawarizmi (env. 780-850). Ces travaux mathématiques ont également débuté en Inde avec Aryabhata, vers 500, puis avec Brahmagupta, vers 600. Les peuples arabes et chinois ont développé, eux aussi, ces écritures et recherches algébriques dès le VII^e siècle, bien avant les mathématiciennes et mathématiciens européens qui s'en inspireront par la suite.

Les travaux d'algèbre chinois ont produit de très riches ouvrages : par exemple, le *Précieux miroir des quatre éléments*, en 1303. Dans cette publication, le savant chinois Zhu Shijie (1270-1330) propose la représentation ci-dessous.

Ce triangle de nombres, lettres et symboles, qui permet d'illustrer et de faciliter des opérations algébriques, est appelé depuis le XVII^e siècle, le *Triangle de Pascal*. Ainsi, est attribué à Blaise Pascal (1623-1662) un élément découvert bien avant lui par les peuples perses et chinois.



Extrait du Précieux miroir des quatre éléments, 1303

Calcul littéral

Apprentissages visés

- Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d’écriture algébrique
- Détermination de la valeur numérique d’une expression littérale
- Élaboration d’expressions littérales à partir d’énoncés de problèmes, de figures géométriques ou d’expressions verbales
- Interprétation d’expressions littérales et identification de celles qui sont équivalentes
- Connaissance de la terminologie
- Écriture réduite et ordonnée de monômes
- Opérations avec des monômes et des polynômes

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	112
Pour approcher le calcul littéral	112
Encore quelques problèmes	115
Pour réactiver certaines connaissances	116
Réduction d’expressions littérales	116
Multiplication de monômes et de polynômes	119
Addition et soustraction de polynômes	122
Multiplication de polynômes	124
Encore quelques problèmes	126



Fichier: Que sais-je ? p. 98

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: FA102 et FA103

FA104 Égales ?

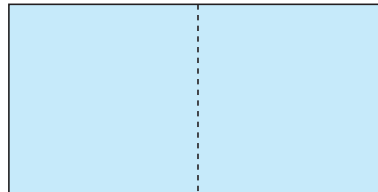
Sans calculer, regroupe les expressions qui sont égales.

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| a) $5,15 \cdot (33 + 65)$ | c) $5,15 \cdot 33 + 65$ | e) $33 \cdot 5,15 + 65$ |
| b) $33 + 65 \cdot 5,15$ | d) $(33 + 65) \cdot 5,15$ | f) $65 + 33 \cdot 5,15$ |

Pour approcher le calcul littéral

FA105 Communiquer

- a) Cette figure est formée de deux carrés dont les mesures des côtés sont les mêmes.
Exprime le périmètre et l'aire de n'importe quelle figure construite sur ce même modèle.



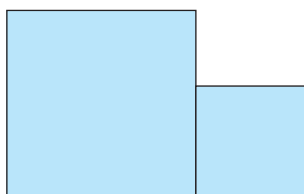
- b) Cette figure est formée d'un rectangle dont la longueur est le triple de la largeur.
Exprime le périmètre et l'aire de n'importe quelle figure construite sur ce même modèle.



FA106 Communiquer encore

Cette figure est constituée de deux carrés accolés dont les mesures des côtés diffèrent de deux unités.

Exprime le périmètre de n'importe quelle figure construite sur ce même modèle.



FA107 Après, avant

Soit un nombre entier n .

- a) Comment écrire le nombre entier qui le suit immédiatement ?
- b) Comment écrire le nombre entier qui le précède immédiatement ?
- c) Comment écrire le cinquième de n ?
- d) Comment écrire le carré de n ?

FA108 En partant du français

Exprime chaque proposition à l'aide d'une expression littérale.

- a) Un multiple de 15.
- b) Le produit de deux nombres.
- c) Le quintuple d'un nombre.
- d) La somme de deux nombres.
- e) La somme de trois nombres entiers consécutifs.
- f) Les trois quarts d'un nombre.
- g) Le périmètre d'un hexagone régulier.
- h) Le volume d'un cube.
- i) Un nombre impair.

FA109 Traduction

Traduis ces phrases par une expression littérale.

- a) Je choisis un nombre a , je le multiplie par 4, puis j'ajoute 5 au résultat.
- b) Je choisis un nombre b , je lui ajoute 5, puis je multiplie le résultat par 4.
- c) Je choisis un nombre c , je lui ajoute le produit de 4 par 5.
- d) Je choisis un nombre d , je lui enlève 5, puis je multiplie le résultat par 4.
- e) Je choisis un nombre e , je le multiplie par 5, puis j'enlève 4 au résultat.
- f) Je choisis un nombre f , je lui enlève 4, puis je multiplie le résultat par 5.
- g) Je choisis un nombre g , je l'élève au carré, puis j'ajoute 7 au résultat.
- h) Je choisis un nombre h , je lui ajoute 7, puis j'élève le résultat au carré.

FA115 Tiroirs de bureau

Le bureau de Paulo contient trois tiroirs. Le premier contient x objets, le deuxième en contient douze de plus et le troisième trois fois plus que le premier.

- Écris en fonction de x le nombre d'objets que contient chaque tiroir.
- Écris en fonction de x le nombre total d'objets contenus dans les tiroirs.
- Si le premier tiroir contient neuf objets, combien y a-t-il d'objets en tout ?

FA116 Quelle valeur ?

Calcule la valeur numérique de chacune des expressions littérales si $y = 1,5$.

- | | | |
|--------------------|-----------------------|----------------------------|
| a) $4 \cdot y$ | c) $y \cdot 3 + 7$ | e) $5 \cdot y + y \cdot 6$ |
| b) $8 + 2 \cdot y$ | d) $(15 + 5) \cdot y$ | f) y^2 |

Fichier: **FA117 et FA118**

FA119 Conventions d'écriture

1. Réduis les écritures littérales suivantes.

- | | | |
|--------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| a) $(4 \cdot a) + 7$ | d) $1 \cdot y$ | g) $(b \cdot 3) + (a \cdot 2)$ |
| b) $(3 \cdot x) \cdot y$ | e) $(5 + x) + 7$ | h) $(3 + 7) \cdot (11 + 5)$ |
| c) $(x + y) \cdot 3$ | f) $5 + (a \cdot 2) + (3 \cdot b)$ | i) $x \cdot y \cdot 4$ |

2. Écris ces expressions littérales avec tous les signes de multiplication sous-entendus.

- | | | | | |
|---------------|-----------|-----------|----------|---------------------|
| j) $5(a + 2)$ | l) $11ab$ | n) x^2y | p) $8z$ | r) $(4 + x)(3 + x)$ |
| k) xy | m) $7a^2$ | o) z | q) $-4m$ | s) $(u + v)(u + v)$ |

Une **convention d'écriture**, en mathématiques, est un choix qui a été effectué par des chercheuses et des chercheurs et qui, par la suite, a été accepté par une partie ou par l'ensemble de la communauté scientifique internationale. Par exemple, par convention, nous utilisons la *virgule* (,) pour séparer la partie entière de la partie décimale d'un nombre (123,4567), alors que les populations anglo-saxonnes utilisent le point pour le même usage (123.4567); de même, pour qu'il n'y ait pas de confusion avec la lettre « x », nous avons pris l'habitude d'utiliser le point à mi-hauteur (·) pour symboliser le signe de multiplication au lieu du $\times$.

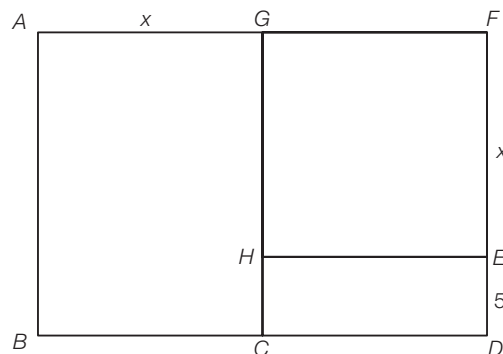
Ces choix reposent parfois sur des raisons mathématiques – écrire a au lieu de $1a$, du fait que 1 est l'élément neutre de la multiplication –, mais, d'autres fois, ils sont arbitraires – écrire xy au lieu de $x \cdot y$.

Fichier: **FA120 et FA121**

FA122 Correspondances

$ABCG$ et $CDEH$ sont des rectangles.

$EFGH$ est un carré.



À quelle longueur, à quel périmètre ou à quelle aire correspond chacune des expressions suivantes ?

- | | | | | |
|----------------|---------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|
| a) $5x$ | c) $4x + 10$ | e) $(x + 5) \cdot 2x$ | g) $4x$ | i) $x + 5$ |
| b) $2x$ | d) x^2 | f) $x(x + 5)$ | h) $10 + 2x$ | j) $6x + 10$ |

Si x est égal à 8, que valent ces expressions ?

Fichier: **FA123**

Fichier: **Faire le point p. 104**

Encore quelques problèmes

FA124 En partant toujours du français

Exprime chaque phrase à l'aide d'une expression littérale.

- N'importe quel multiple de 5.
- N'importe quel nombre pair.
- La moyenne arithmétique de deux nombres entiers consécutifs.
- La différence de deux nombres pairs consécutifs.
- La différence des carrés de deux nombres.
- Les trois cinquièmes de n'importe quel nombre.
- Le carré de la moitié de n'importe quel nombre.
- Le cube de n'importe quel nombre pair.
- Le triple d'un nombre diminué de la moitié de ce nombre.
- La somme de la moitié et des trois quarts d'un nombre.
- Le volume d'un parallélépipède rectangle.

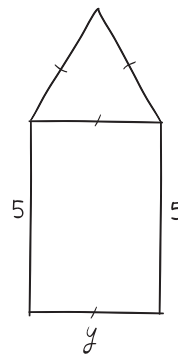
Fichier: **FA125**

Pour réactiver certaines connaissances

FA127 La maison du y

Exprime l'aire et le périmètre de la figure le plus simplement possible.

La hauteur du triangle est égale à 4 et le bas de la maison est un rectangle.



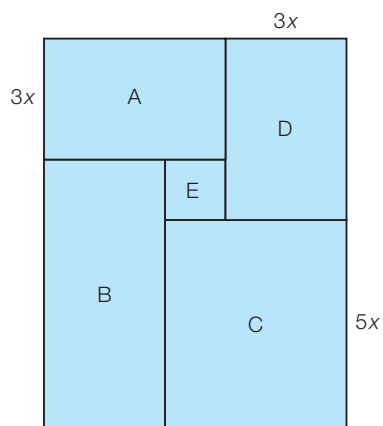
Réduction d'expressions littérales

FA128 Des rectangles et un carré

Le côté du carré E est appelé x .

Les rectangles A et D ont la même aire.

- Exprime le périmètre de chacune des surfaces A, B, C, D, E.
- Exprime l'aire de chacune des surfaces A, B, C, D, E.
- Exprime l'aire de la surface colorée en bleu.



FA129 Associations

Écris ces expressions littérales sous une forme réduite.

- | | | |
|------------------|----------------------------|---------------------------|
| a) $4a \cdot 3$ | e) $z \cdot z \cdot 8z$ | i) $2x \cdot 3y$ |
| b) $x \cdot 5x$ | f) $-5 \cdot 8y$ | j) $x \cdot 4y \cdot 0,5$ |
| c) $3x \cdot 3x$ | g) $2 \cdot 3a \cdot 5$ | k) $-10 \cdot 10x$ |
| d) $-6u \cdot u$ | h) $4z \cdot 1,5 \cdot 2z$ | l) $y \cdot y \cdot 4x$ |

FA133 Réduisons encore !

Effectue et/ou réduis ces expressions.

a) $(-10 mn)^3$

e) $-(ab^2)^2$

i) $\left(\frac{2}{3}x\right)^2$

b) $5x \cdot x \cdot 10x$

f) $5a \cdot (-2a)^3$

j) $\left(\frac{3y^3}{2}\right)^2$

c) $(-y) \cdot y \cdot (-y)$

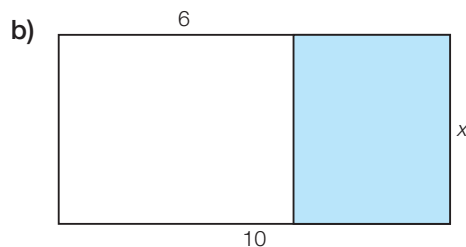
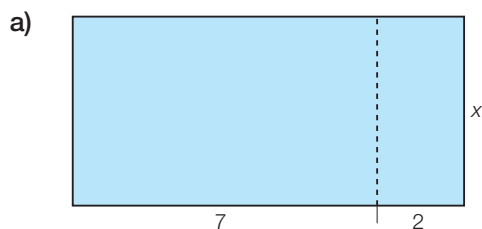
g) $-5x^2 \cdot 3x^3$

d) $(-4y^2)^3$

h) $(-5a^3b)^2$

Fichier: **FA134****FA135 De deux manières différentes**

Exprime, en fonction de x et de deux manières différentes, l'aire des rectangles colorés.

**FA136 Expressions égales**

Les expressions littérales suivantes sont-elles égales ?

a) $8x + 2 - 3x + 8$ et $3x + 6 + 2x + 4$

b) $5 + 5x$ et $10x$

FA137 On réduit

Réduis, si possible, ces expressions littérales.

a) $z + 8z$

d) $8y - 8y$

g) $1,5z + 3z + 4,5z$

j) $3x + 4 + x + 5$

b) $4m + 3m - 4m$

e) $x + x$

h) $7y - 6y$

k) $2x - 3x + 1$

c) $4 + 2x$

f) $2a + 2 + 0,5a$

i) $4 + w - 5$

l) $u + 15$

FA138 On réduit encore

Réduis, si possible, ces expressions littérales.

a) $3x^2 + 5x + x^2 + 5 - 3x$

e) $4x + 5y - 2x + 3$

b) $3z + z^5 - z + 2z^3 + 4z^5 + z^2$

f) $7z^2 - 3x + 5,5z^2 - 2x + 2$

c) $-2x + 2x^4 - 2^4$

g) $x^3 - 3x^3 + 2x^3$

d) $4x^2 + 6x - 2x^2 - 5x$

h) $u^4 - u^3 + u^2 - u + u^2 - u^3 + u^4$

Fichier: **FA139**

FA140 Si possible

Effectue et réduis, si possible, les expressions littérales.

a) $19a^2b - 5ab^2 - 28a^2b$

f) $(2a)^3 - 2 \cdot a^3 \cdot 5$

b) $-140ay - 40ay$

g) $z \cdot 15 \cdot y \cdot (-8) - (-8) \cdot z \cdot y$

c) $32ax^2 - x^2$

h) $(4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot (-2y) + (-2y)^2$

d) $800y^2 + 200y^2 \cdot (-5x)$

i) $(-10a)^2 - 100a - 57a$

e) $55c^2d - (28c^2d + 37c^2d)$

j) $x \cdot 145x^4 - (-2x^2)^3$

FA141 Drôles de bêtes !

Écris :

a) trois monômes semblables ;

b) deux monômes dont la partie littérale est x^2y ;

c) deux monômes semblables, mais qui ne sont pas de même degré ;

d) deux monômes semblables de degré 4 dont la somme est 0 ;

e) deux monômes dont le produit est $60x^4$ et dont la somme est un monôme de coefficient 19 ;

f) deux monômes dont la somme est nulle et dont le produit est $9x^2$;

g) deux monômes dont la somme est nulle et dont le produit est $-9x^6$;

h) deux monômes tels que leur produit, multiplié par $5x$, donne $120x^5$;

i) deux monômes dont le produit vaut 1 ;

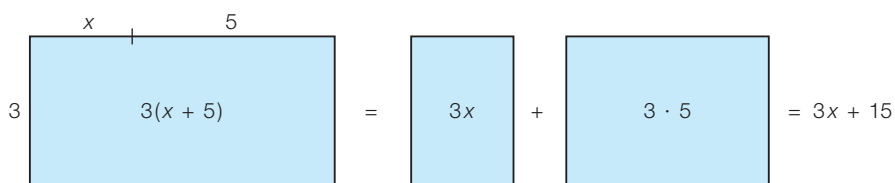
j) deux monômes de même degré, mais qui ne sont pas semblables.

Multiplication de monômes et de polynômes

Fichier: FA142

FA143 Des aires

On peut illustrer le produit $3(x + 5)$ ainsi :



Représente et calcule selon le même modèle les produits suivants.

a) $9(x + 6)$

c) $10(8 \cdot y)$

e) $9(y - 3)$

b) $a(3b + 2c)$

d) $2x(x + y + z)$

FA144 Égales ?

Les expressions suivantes sont-elles égales ?

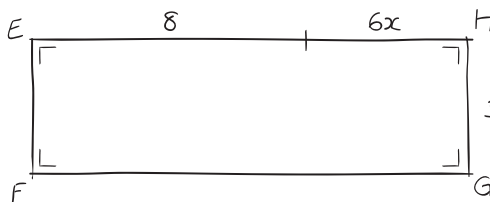
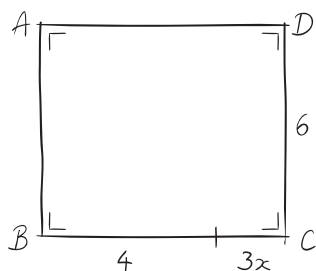
a) $5(3x + 7)$ et $15x + 7$

b) $2(5x - 9)$ et $10x - 18$

c) $5(3x \cdot 2)$ et $15x \cdot 10$

FA145 Aires égales ?

Les figures $ABCD$ et $EFGH$ ont-elles la même aire pour n'importe quelle valeur de x ?



FA146 Équivalentes deux à deux

Chaque expression de la colonne de gauche est équivalente à l'une des expressions de la colonne de droite. Associe-les.

- | | |
|----------------------------|--------------|
| a) $3(y + 1 + 2y)$ | 1. $2y + 1$ |
| b) $y - 2y + 3y - 4y + 5y$ | 2. 0 |
| c) $5y + 4y$ | 3. $4y + 10$ |
| d) $1,5y + 2 + 0,5y - 1$ | 4. $-y$ |
| e) $7(y + 1) - 7y$ | 5. $9 - y$ |
| f) $-y + 5(y + 2)$ | 6. $3y$ |
| g) $2(y - 1) + 2(y + 1)$ | 7. $9y$ |
| h) $4 + y - y - 4$ | 8. $9y + 3$ |
| i) $2y - 3y$ | 9. $4y$ |
| j) $5 - y + 4$ | 10. 7 |

FA147 Développement algébrique

Développe les expressions littérales ci-dessous et réduis-les au maximum.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------------|
| a) $12 \cdot (x + 5)$ | e) $7 \cdot (y \cdot 5)$ | i) $10(4y + 9) - 7y$ |
| b) $3(2y - 7)$ | f) $-2(x - 6)$ | j) $3a + 2a - 7 + 4(8 \cdot a)$ |
| c) $(-6x) \cdot (3 + x)$ | g) $25 \cdot x + 4$ | |
| d) $2a - 6 + 4$ | h) $3(9c + 1) + 7$ | |

FA148 Magiques ?

Ces carrés sont-ils magiques pour la multiplication ?

x^2	x^3	x^4
x^5	x^3	x
x^2	x^3	x^4

2	$2x^2$	$x + 1$
$0,5x^2$	$2x$	4
$4x$	1	x^2

FA149 Équivalentes ?

Quelles sont les expressions équivalentes ?

- a)**
- | | | | | | |
|---------------------|---------------|----------|------------------|------------|-------------|
| $3n$ | $n - 3$ | $n : 3$ | $n + 2n$ | $3n + 3$ | $n(n + 1)$ |
| $n \cdot n \cdot n$ | $\frac{n}{3}$ | n^2 | n^3 | $3 - n$ | $n + n + n$ |
| $n^2 \cdot n$ | $4n - n$ | $2n : 6$ | $\frac{3n^2}{n}$ | $3(n + 1)$ | $2n - 6$ |
- b)**
- | | | | | | |
|-----------------|------------|------------------------------|----------------|---------------|--------------|
| $(ab)^2$ | $a + b$ | $4a^2$ | $0,25a^2$ | $a \cdot 2b$ | $2a + 2b$ |
| $a^2 \cdot b^2$ | $2(a + b)$ | $a^2 + a$ | $(a^2)^2$ | $(a + b)^2$ | ab^2 |
| $(2a)^2$ | $2ab$ | $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ | $ab^2 \cdot a$ | $a^3 \cdot a$ | $a + 2b - b$ |

FA150 Droit au but

Pour chacun des programmes de calculs ci-dessous, que constates-tu lorsque tu les exécutes avec à chaque fois un nombre différent ?

Cette constatation est-elle toujours vraie ? Prouve-le.

a)

Choisis un nombre

- ▶ Ajoute 2
- ▶ Multiplie par 2
- ▶ Retrancher 2
- ▶ Divise par 2

c)

Choisis un nombre

- ▶ Ajoute 10
- ▶ Multiplie par 3
- ▶ Soustrais le nombre que tu as choisi
- ▶ Divise par 2
- ▶ Retrancher 15

e)

Choisis un nombre différent de zéro

- ▶ Élève-le au carré
- ▶ Ajoute le double du nombre que tu as choisi
- ▶ Divise par le nombre que tu as choisi

b)

Choisis un nombre

- ▶ Multiplie par 2
- ▶ Ajoute 4
- ▶ Divise par 2
- ▶ Ajoute 5
- ▶ Multiplie par 8
- ▶ Retrancher 16
- ▶ Divise par 4
- ▶ Retrancher 10

d)

Choisis un nombre

- ▶ Double-le
- ▶ Ajoute 1
- ▶ Multiplie par 5
- ▶ Retrancher 12
- ▶ Multiplie par 10
- ▶ Ajoute 70

f)

Choisis un nombre

- ▶ Multiplie par le nombre qui le surpasse de 2
- ▶ Ajoute 1

FA151 En fonction de x

- Jacques a x ans ; exprime son âge dans 10 ans en fonction de x .
- Mon cousin a x ans ; exprime l'âge qu'il avait il y a 5 ans en fonction de x .
- Un billet pour un match de hockey coûte x francs ; exprime en fonction de x le prix de 5 billets.
- La base d'un parallélogramme mesure x mètres ; la hauteur associée à cette base mesure 3 mètres de moins. Exprime en fonction de x l'aire de ce parallélogramme.

Fichier: **FA152****Addition et soustraction de polynômes****FA153 Parenthèses à supprimer**

Voici deux expressions littérales :

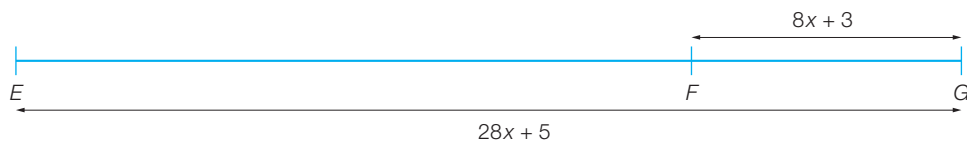
- $(26x + 3) + (5x - 2)$
 - $(29x + 8) - (7x - 5)$
- Calcule la valeur numérique des deux expressions littérales pour $x = 3$.
 - Réduis ces deux expressions littérales, puis calcule leur valeur numérique pour $x = 3$; le résultat obtenu est-il égal à celui que tu as trouvé pour **a)** ?
 - Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

FA154 Segments de x

- Calcule la longueur du segment AB pour $x = 3$.



- Exprime le plus simplement possible la longueur AB en fonction de x et calcule la valeur numérique de l'expression littérale pour $x = 3$.
- Calcule la longueur du segment EF pour $x = 3$.



- Exprime le plus simplement possible la longueur EF en fonction de x et calcule la valeur numérique de l'expression littérale pour $x = 3$.
- Sur la base de tes observations, établis une règle permettant d'additionner et de soustraire des polynômes.

Fichier: **FA155**

FA156 L'opposé

Trouve les polynômes opposés de :

$$A = 5m^2 + 7m - 1$$

$$C = -5m^3 + \frac{3}{8}m - 4$$

$$E = \frac{1}{2}x^2 + x$$

$$B = -12m + \frac{12}{7}$$

$$D = 1 + \pi x$$

Fichier : FA157

FA158 Toujours magiques ?

Ces carrés sont-ils magiques pour l'addition ?

1.

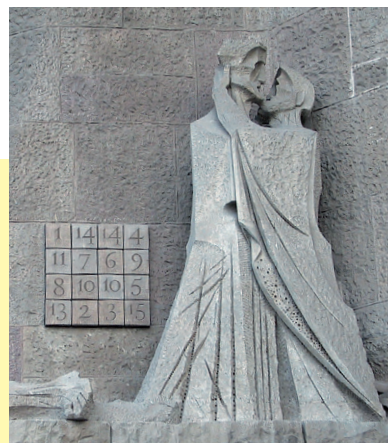
x	$3x - 2$	$2x + 2$
$3x + 2$	$2x$	$x - 2$
$2x - 2$	$x + 2$	$3x$

2.

x	12	$2x$
$2x + 4$	$x + 3$	5
8	$2x - 3$	$x + 7$

On peut observer ce carré magique d'ordre 4 à Barcelone, sur une des façades de la *Sagrada Familia*, la basilique inachevée de l'architecte Antoni Gaudí (1852-1926).

Les nombres utilisés pour de tels carrés magiques sont généralement tous les entiers de 1 à 16 ; la somme de chacune des lignes, de chacune des colonnes et de chacune des deux diagonales vaut alors 34. Gaudí a volontairement utilisé deux fois les nombres 10 et 14, afin d'obtenir un carré magique dont la somme est égale à l'âge du Christ à sa mort.



Fichier : FA159 à FA162

FA163 Sommes et différences

Voici six polynômes :

$$A = 2x + 3$$

$$C = 2x^3 + 3x^2 + x + 0,5$$

$$E = 3x - 4$$

$$B = 2x^2 + 5x$$

$$D = x^3 - 2x^2$$

$$F = x^2 + 2x + 1$$

Effectue, réduis et ordonne.

1. $A + E$

3. $B + F$

5. $C - D$

2. $A - B$

4. $D + E - F$

6. $C + E$

FA164 Différences et sommes

Effectue, réduis et ordonne.

a) $(x + y) + (2x - 3y)$

f) $x - [y - (x + y)]$

b) $(a^2 - 3b^2) + (3b^2 + 5a^2)$

g) $(x^2y^2 - xy) + (x^2y - xy^2)$

c) $(xz + x) - (x - xz)$

h) $(-m^2 + mn + n^2) + (2m^2 - mn + 2n^2)$

d) $(4u^2v + uv^2) + (-u^2v - uv)$

i) $(a^3 - a^2b + b^3) + (-2a^3 + ab^2 - 2b^3)$

e) $(2x - 4xy + 2y) - (4xy - 2y)$

j) $(x + y + z) - (5x - 5z)$

FA165 Différentes sommes

Voici six polynômes :

$$R = x - 4$$

$$T = x^2 - x - 1$$

$$V = \frac{x}{2} + 5$$

$$S = -2x^3 + x^2 + 1$$

$$U = -4x^2 + 3$$

$$W = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

Effectue, réduis et ordonne.

1. $R + V$

4. $S + W$

7. $U + T$

10. $T - V$

2. $R - V$

5. $S - U$

8. $T + W$

11. $W - S$

3. $R + T + U$

6. $V - R + T$

9. $W - (S + T)$

12. $S - (T - U)$

Multiplication de polynômes

Fichier: FA166

FA167 Comment y parvenir ?

Voici quatre égalités vraies :

1. $(x^2 + 2)(x + 3) = x^3 + 3x^2 + 2x + 6$

2. $(x - 2y)(x - 5) = x^2 - 5x - 2xy + 10y$

3. $(x + 2)(x + 7) = x^2 + 9x + 14$

4. $(3x + 4)(5y^2 + 2y + 4) = 15xy^2 + 6xy + 12x + 20y^2 + 8y + 16$

Observe ces quatre égalités vraies pour développer puis réduire les expressions ci-dessous.

a) $(x + 1)(y + 2)$

d) $(x + \frac{1}{2})(x - 2)$

g) $(x + 1)(x^2 + x + 1)$

b) $2(6 + 5x)$

e) $(x^2 + 3)(x - 1)$

h) $(x + 3)^2$

c) $(x + 7)(x - 7)$

f) $(x^2 + 5)(x^2 + x - 1)$

i) $(4 + x)(4 - x)$

Fichier: FA168 et FA169

FA170 Un peu de tout

Développe et/ou réduis si possible les expressions littérales suivantes.

a) $5(x + 2) - 2x$

b) $y + 4 - 2y + 6$

c) $1,5x + 4(x - 1)$

d) $z + 8z$

e) $5m - 7m$

f) $20(2 - 3v)$

g) $2a - 5a - a$

h) $3y + 2(5 + y) + 4$

i) $10(2b + 2b + 1) - 10b$

j) $-4x + 5x$

k) $0,5x - 5x$

l) $w + 3 + 4(2w + 2)$

m) $6(x - 4) + 6x$

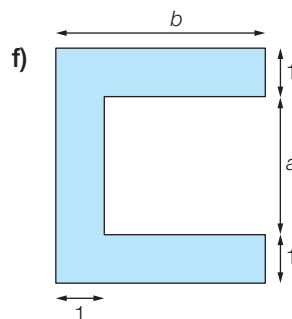
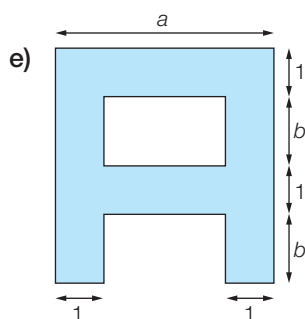
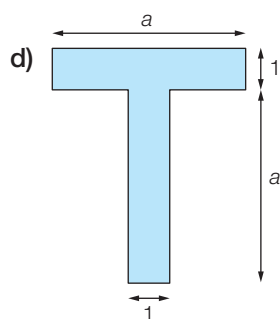
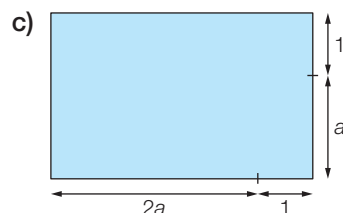
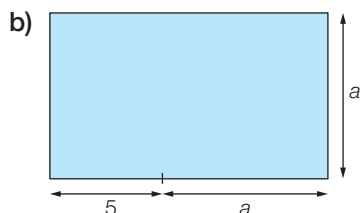
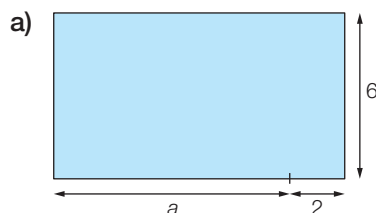
n) $(z + 2)(z + 2)$

o) $t + t - 2t$

p) $(2x - 1)(x + 1)$

FA171 Aires en tous genres

1. Exprime le périmètre et l'aire des figures suivantes.



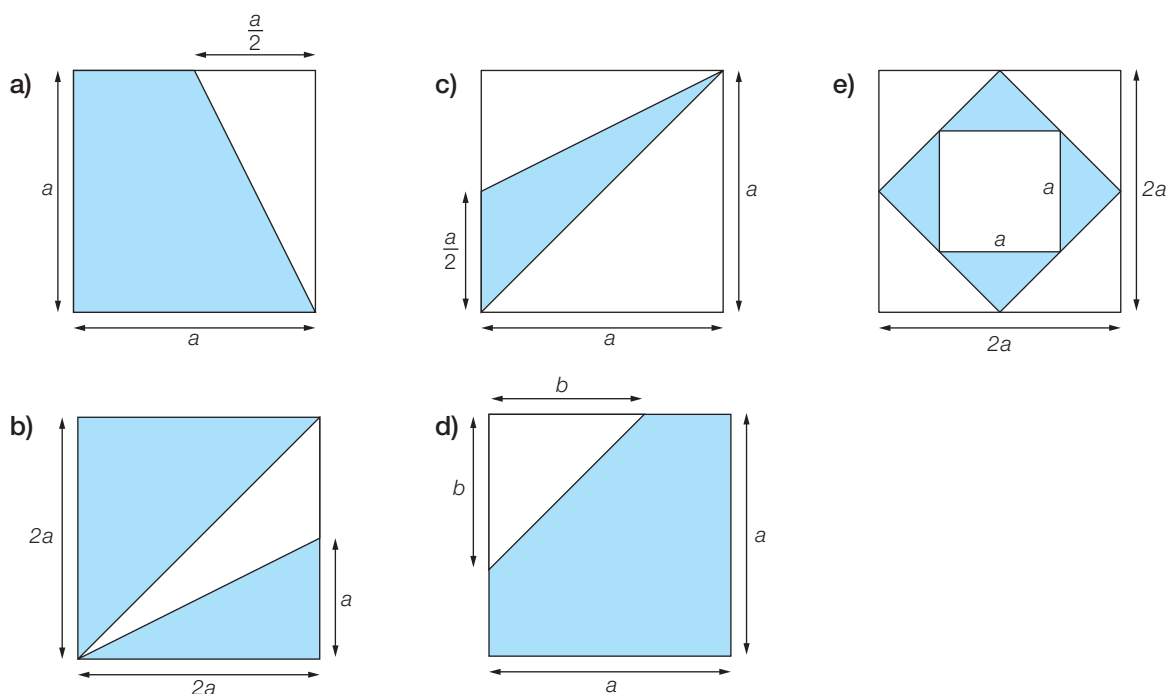
2. Calcule le périmètre et l'aire des figures c), d) et e) si $a = 7$ et $b = 3$.

Encore quelques problèmes

Fichier: FA172

FA173 Aires de figures

1. Exprime l'aire de chaque figure colorée.



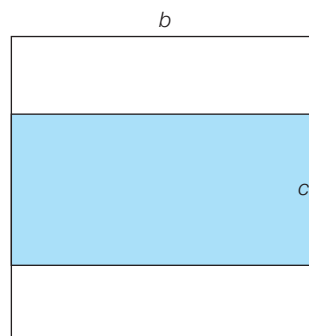
2. Calcule l'aire de chaque figure colorée si $a = 10$ et $b = 6$.

Fichier: FA174

FA175 Quelle valeur pour quelle lettre ?

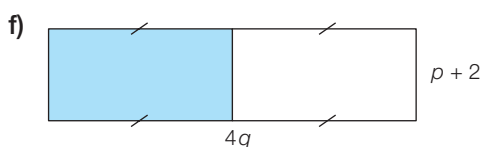
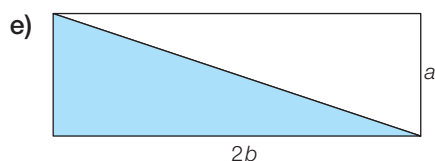
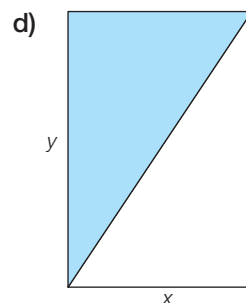
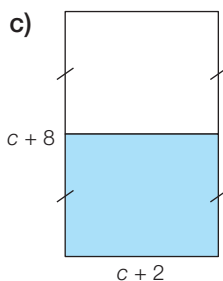
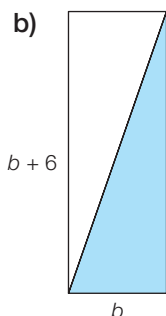
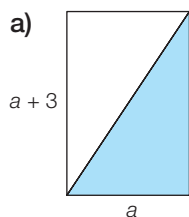
La surface colorée est inscrite dans un carré de côté b .

- Exprime l'aire de la surface colorée.
- Exprime l'aire de la surface non colorée.
- Si $b = 20$ et $c = 8$, calcule les aires des surfaces colorée et non colorée.
- Si $b = 30$ et que l'aire de la surface colorée vaut 300, quelle est la valeur de c ?
- Si l'aire de la surface colorée et l'aire de la surface non colorée sont égales, que vaut c par rapport à b ?



FA176 Avec une ou deux lettres

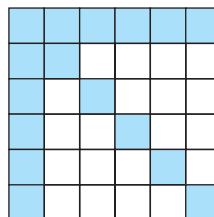
Exprime l'aire de chaque figure colorée.



FA177 Des petits carreaux

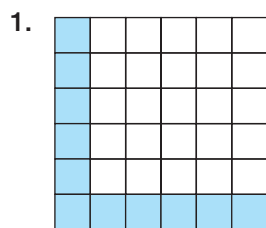
- a) Ce carré est formé de petits carreaux isométriques dont certains ont été colorés.

Trouve une formule exprimant le nombre de petits carreaux colorés de toute figure construite sur ce même modèle.

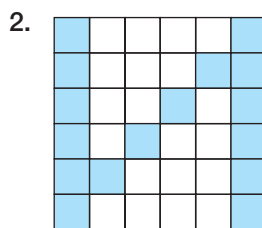


Deux bords consécutifs et une diagonale colorés

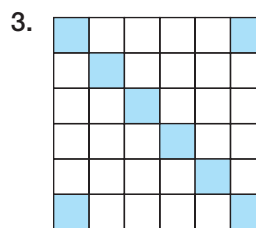
- b) Même question avec les carrés suivants.



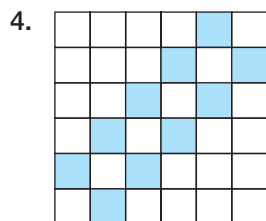
Deux bords consécutifs colorés



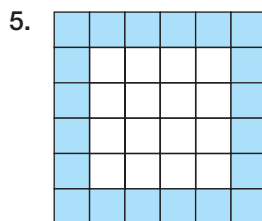
Deux bords opposés et une diagonale colorés



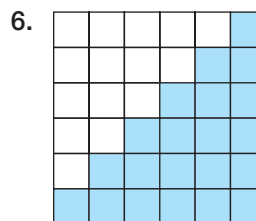
Une diagonale et deux « coins » colorés



Les carreaux colorés ont chacun un côté commun avec deux des carreaux d'une des diagonales.



Quatre bords colorés

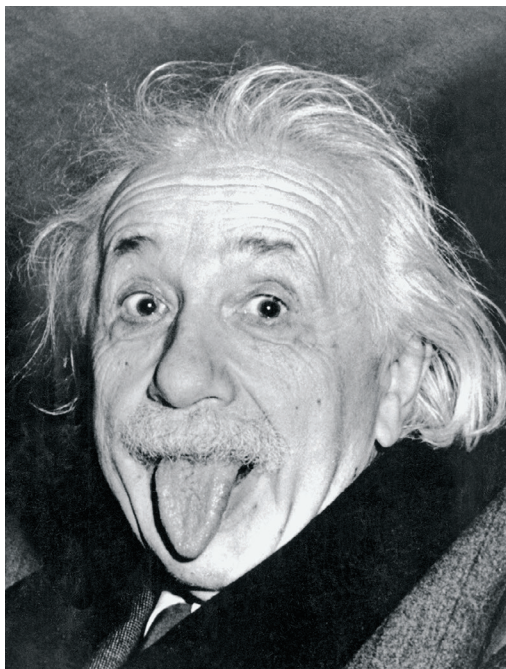


Les carreaux colorés forment un escalier « plein ».

S'il est un domaine dans lequel les mathématiques doivent beaucoup à la civilisation perse, c'est bien celui des équations. L'ouvrage du mathématicien Al Khawarizmi, paru en 825 et dont le titre « al-jabr (الجبر) » a donné son nom à l'« algèbre », a été une source essentielle pour le développement de ce domaine.

Dans ce recueil, il ne se contente pas de donner la solution à de nombreux problèmes (commerciaux, géométriques, etc.), mais il propose aussi de nouveaux outils et concepts pour les résoudre, dont un élément essentiel pour toutes les mathématiques : l'équation.

Le mathématicien perse n'a offert de résolution que pour six formes d'équations, mais, sur la base de ses travaux, d'autres mathématiciennes et mathématiciens de sa région, puis du monde entier, ont pu développer de nouvelles équations, de nouvelles procédures, et posséder ainsi un outil essentiel pour la résolution de problèmes.



Albert Einstein (1879-1955), éminent physicien, dont l'équation de la relativité restreinte est sans doute la plus célèbre de toutes les équations : $E = m \cdot c^2$.

Équations

Apprentissages visés

- Résolution de problèmes nécessitant le recours à l'algèbre
- Traduction d'une situation par une équation du premier degré à une inconnue
- Résolution d'équations du premier degré à une inconnue à l'aide des règles d'équivalence

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	130
Pour approcher les équations	130
Résoudre des équations	133
Résoudre des problèmes à l'aide d'équations	135
Encore quelques problèmes	139



Fichier: **Que sais-je ? p. 120**

Pour réactiver certaines connaissances

FA180 Largeur manquante

Détermine la mesure de la largeur d'un rectangle $ABCD$ dont la longueur mesure 50,5 m et le périmètre 140 m.

Fichier: **FA181 et FA182**

FA183 On repart du français

Écris, à l'aide d'une expression littérale :

- a) le tiers d'un nombre auquel on ajoute 70 ;
- b) le carré de la différence d'un nombre et de 5 ;
- c) l'aire d'un carré ;
- d) un nombre de deux chiffres, avec u pour le chiffre des unités et d pour le chiffre des dizaines ;
- e) une somme d'argent formée de pièces de 5 francs ;
- f) la différence de deux nombres impairs consécutifs ;
- g) la moyenne arithmétique de trois nombres ;
- h) la somme des angles d'un polygone ;
- i) le quotient de deux nombres ;
- j) l'aire d'un disque ;
- k) l'aire d'un triangle.

Pour approcher les équations

FA184 À tâtons ?

- a) La somme de trois nombres naturels consécutifs est 222.
Quels sont ces nombres ?
- b) Philippe et Nathalie affichent le même nombre sur l'écran de leur calculatrice.
Philippe soustrait 1,5 de ce nombre, puis multiplie le résultat obtenu par 6.
Nathalie, elle, ajoute 12 au nombre affiché.
Ils obtiennent alors exactement le même résultat.
Quel nombre ont-ils affiché au départ ?
- c) Raymond pense à un nombre. Il le multiplie par 4, puis ajoute 5 au produit.
Il obtient alors le même résultat que s'il avait ajouté 21 au nombre de départ.
À quel nombre a-t-il pensé ?

Fichier: **FA185 et FA186**

FA187 À l'aide de x

- a) Inès a dépensé x francs. Sa cousine a dépensé 25 francs de moins qu'elle. Écris en fonction de x ce qu'a dépensé sa cousine.
- b) Dans un champ, il y a 52 animaux : x vaches et des moutons. Écris en fonction de x le nombre de moutons qu'il y a dans ce champ.
- c) Marie, qui est âgée aujourd'hui de x années, est née lorsque son papa avait 28 ans. Écris, en fonction de x , l'âge de son papa aujourd'hui.
- d) Solène a parcouru x kilomètres de moins que Sabrina avec la même quantité d'essence dans le réservoir de sa voiture. Exprime, en fonction de x , le nombre de kilomètres effectué par Sabrina si Solène a parcouru 455 km.
- e) Tabea possède x pièces de 2 francs. Elle a aussi quelques pièces de 5 francs. En tout, cela fait 25 pièces. Écris en fonction de x le nombre de pièces de 5 francs de Tabea.
- f) Je possède x francs, mon frère le double de ce qui est en ma possession et ma sœur 25 francs de moins que mon frère. Exprime en fonction de x la somme totale en notre possession.
- g) Sur le premier rayon d'une bibliothèque, il y a x livres. Sur le deuxième, il y en a 5 de moins ; sur le troisième, il y en a deux fois plus que sur le deuxième. Écris en fonction de x le nombre total de livres.
- h) Dans un triangle, le plus petit côté mesure x centimètres et le plus grand vaut le triple de celui-ci. Le dernier côté mesure les trois quarts du plus grand. Écris la longueur de chaque côté en fonction de x .
- i) Julie possède x pièces de 50 centimes ; exprime, en fonction de x , la somme d'argent qu'elle possède.
- j) Dans un magasin, on accorde un rabais de 20 % sur tous les articles de sport. J'achète des souliers de foot coûtant x francs. Écris en fonction de x le rabais accordé et le prix à payer.

Fichier : **FA188 et FA189****FA190 Laquelle ?**

- a) Pour quelle valeur de x l'expression $6x - 4x + 2x$ est-elle égale à 6 ?
- b) Pour quelle valeur de x l'expression $5x - 2x + 9x - 7x$ est-elle égale à 20 ?
- c) Pour quelle valeur de a l'expression $1,5a + 4a - a$ est-elle égale à 90 ?
- d) Pour quelle valeur de a l'expression $a + 5a + 4 - 4a - 3$ est-elle égale à 16 ?
- e) Pour quelle valeur de y l'expression $2 + 7y - 9 + 3y - y - 3$ est-elle égale à 35 ?

FA191 Que d'x!

Dans chacun des exemples suivants, par quel(s) nombre(s) peut-on remplacer x (et y) pour que l'égalité soit vérifiée?

a) $23 + x = 44$

f) $18 = 2(x + 5)$

k) $\frac{x}{12} = 1,5$

b) $4x = 10$

g) $3(x + 12) = 36 + 3x$

l) $2^x = 1024$

c) $3x + 5 = x - 1$

h) $x + 12 = 3x$

m) $x^2 = 10 - 3x$

d) $x^2 + 7 = 151$

i) $x^3 = 4x$

n) $xy = 12$

e) $2x + 5y = 20$

j) $4x - 7 = 8 + 2x$

o) $x + 1 = x + 2$

FA192 À tester

Le nombre 4 est-il la solution de l'équation $x^3 = 5x^2 - 16$?

Même question pour :

a) le nombre 10 et l'équation $2x^2 + 5x - 10 = x^2 + 14x$

b) le nombre 0 et l'équation $3x - 2 = 7x - 2$

c) le nombre 1 et l'équation $4 - 9x = 5 - 7x + x^2$

d) les nombres 5 et -3 et l'équation $x^2 + 12x = 20x - 15$

FA193 Ensemble de solutions

1. Associe chaque équation à son ensemble de solutions.

Équations

a) $x = 5$

e) $5x = 25x$

i) $3x - 4 = x + 6$

m) $x + 9 = 4$

b) $x^2 = 25$

f) $x^2 = -5x$

j) $x^3 = 25x$

n) $5x = 0$

c) $x^2 = 5x$

g) $x + 5 = 0$

k) $x + 5 = x$

o) $x^3 = 5x^2$

d) $\frac{x}{5} = 1$

h) $x + 5 = 5$

l) $(x - 5)(x + 5) = 0$

Ensembles de solutions

$S_1 = \{-5; 0; 5\}$

$S_3 = \{-5; 0\}$

$S_5 = \{0; 5\}$

$S_7 = \{-5; 5\}$

$S_2 = \{-5\}$

$S_4 = \{0\}$

$S_6 = \{5\}$

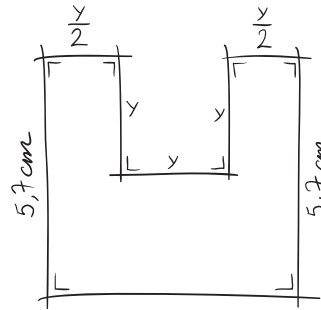
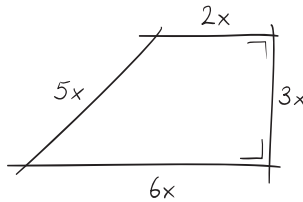
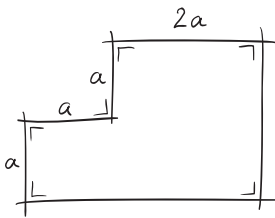
$S_8 = \emptyset$

2. Détermine les équations qui sont équivalentes.

Résoudre des équations

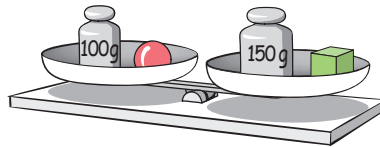
FA194 Toujours 24

Le périmètre de chacune des trois figures est de 24 cm. Construis-les en vraie grandeur.

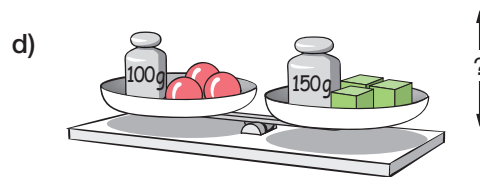
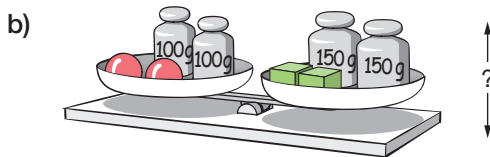
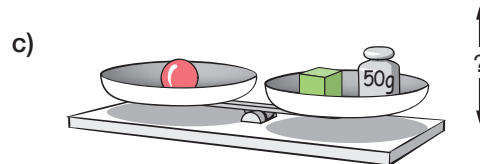
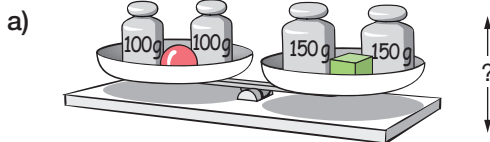


FA195 Penchera, penchera pas ?

Cette balance est en équilibre.



Et celles-ci ?



Fichier: FA196

FA197 À résoudre

Résous ces équations.

a) $28x = 266$

b) $4x - 42 = 160$

c) $12x + 23 = 5x + 72$

d) $2,5x - 4 = 7 - 1,5x$

e) $45x = 227,2 + 2,4x$

f) $3(x - 15) = 78$

g) $5x = 3x$

h) $x = 29x + 84$

i) $0,5x^2 = 200$

j) $54 + 3x = 0$

FA198 Encore des équations

Résous ces équations.

a) $6x = 18$

b) $45 = 4,5x + 9$

c) $19 - 3,7x = 19$

d) $2x + 1 = 2x + 1$

e) $2x + 4(5 - x) = 72$

f) $12x + 15 = -15$

g) $7x - 3 = 2x + 1 + 5x$

h) $50\,000 = 20(40 + 2x)$

i) $2x + x^2 = x^2 - 8$

j) $2x + 1 = 4(2x + 4) - (4x + 8)$

FA199 Toujours des équations

Résous ces équations.

a) $\frac{x+5}{2} = 12$

b) $x + (x + 1) + (x + 2) = x + 3$

c) $4,3 - 2x = 0,5x + 2,3$

d) $4(x + 5) = 5(x + 6)$

e) $5x + 7 - 3x = 4 + 2x + 3$

f) $1,2(x + 6) = 4,8 + 3x$

g) $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

h) $x^2 = x^2 + 13$

i) $10(x^2 + 3) = -2x^2 + x + 12x^2$

j) $\frac{2}{3}x - 75 = 25$

FA200 Mentalement

Chaque fois que tu le peux, résous ces équations mentalement.

a) $15x = 45$

b) $13 = 6x$

c) $3x + 1 = 2x$

d) $17 - 5,8x = 17$

e) $2(x + 1) = x$

f) $x - 2x = -5$

g) $3x + 10 = 3x + 10$

h) $12x + 25x = 40x - 6$

i) $20 = \frac{3+x}{6}$

j) $12 + (8 - x) = 13$

k) $100 = 450 - 2x$

l) $\frac{4x+2}{2} = 7$

m) $10(x + 4) = 92$

n) $5(x + 1) = 7x + 4 - 2x$

o) $x - 15 = 36$

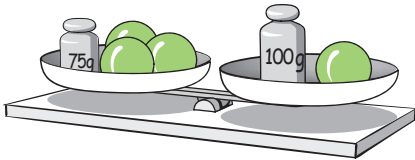
p) $4 - \frac{x}{3} = \frac{1}{5}$

Résoudre des problèmes à l'aide d'équations

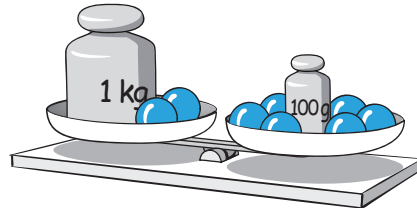
FA203 À la masse

Dans chaque situation, les balances sont équilibrées. Détermine la masse de chaque boule.

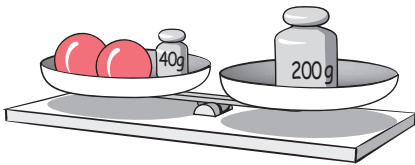
a)



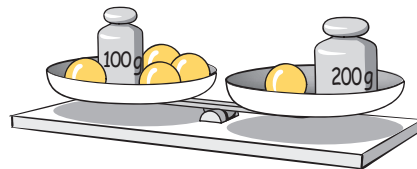
c)



b)



d)



FA204 Identifications

Traduis chacune des situations par une équation, puis détermine les solutions.

- a) Si on ajoute 5 à mon quadruple, on obtient la moitié de mon triple.
- b) Si on ajoute 15 à ma valeur, je deviens inférieur de 5 à mon double.
- c) Si on m'enlève 6, je deviens égal à ma moitié.
- d) Si on multiplie par 2 la moitié du quart d'un nombre, on obtient le quintuple du quart de ce nombre.

FA205 Le prix du billet

Vincent et Joël s'envoient des messages au stade de foot.

Sachant que Vincent et Joël avaient la même somme d'argent dans leur porte-monnaie, calcule le prix d'un billet.

Vincent:
J'ai acheté trois billets
pour la tribune A et il
me reste 51 francs.

Joël:
Moi, j'en ai acheté cinq
pour la même tribune et
il me reste 20 francs.

FA206 Ils se suivent

La somme de cinq nombres naturels consécutifs est 870.

Quel est le plus petit de ces nombres ?

FA207 Trouve la bonne

Associe chaque phrase à la traduction littérale qui convient (x désigne le nombre cherché).

Phrase	Traduction littérale
1. La somme d'un nombre et de sa moitié est 60.	a) $x - 60 = 2x$
2. La moitié d'un nombre est 60.	b) $2x = 60$
3. La différence entre un nombre et 60 est égale au double de ce nombre.	c) $2x - \frac{x}{2} = 60$
4. La différence entre un nombre et sa moitié est 60.	d) $2x - x = 60$
5. La somme d'un nombre et de son double est 60.	e) $x + \frac{x}{2} = 60$
6. La différence entre le double d'un nombre et la moitié de ce nombre est 60.	f) $\frac{x}{2} - 60 = x$
7. La différence entre la moitié d'un nombre et 60 est égale à ce nombre.	g) $\frac{x}{2} + 2x = 60$
8. La différence entre le double d'un nombre et ce nombre est 60.	h) $x + 60 = 2x$
9. Le double d'un nombre est 60.	i) $\frac{x}{2} = 60$
10. La somme de la moitié d'un nombre et de 60 est égale à ce nombre.	j) $x + 2x = 60$
11. La somme de la moitié d'un nombre et du double de ce nombre est 60.	k) $\frac{x}{2} + 60 = x$
12. La somme d'un nombre et de 60 est égale au double de ce nombre.	l) $x - \frac{x}{2} = 60$

FA208 Mesures d'angles...

D'un triangle rectangle, on sait qu'un angle aigu est égal au triple de l'autre angle aigu.

Quelle est la mesure de chacun des trois angles ?

FA209 ... et mesures de côtés

Le périmètre d'un triangle est 15,5 cm. Le petit côté est la moitié du grand qui mesure 2 cm de plus que le moyen.

Quelle est la mesure du grand côté de ce triangle ?

FA210 Calculettes

Catherine et Michel affichent le même nombre sur leur calculatrice.

Catherine multiplie le nombre affiché par 2, puis enlève 7 au produit obtenu.

Michel multiplie le nombre affiché par 6, puis ajoute 3 au produit obtenu.

Ils s'aperçoivent alors que le même résultat apparaît sur l'écran de leurs calculatrices.

Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

FA211 Maisonnette

Cette maisonnette est formée d'un cube de 5 m d'arête surmonté d'un prisme droit à base triangulaire. Son volume est 160 m^3 .

Calcule sa hauteur totale.

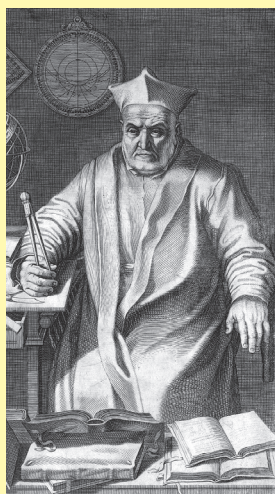


FA212 Marchandage

Afin d'encourager son fils à étudier l'arithmétique, un père accepte de lui donner 8 sous pour chaque problème correctement résolu. Mais il lui prend 5 sous dans le cas contraire. Après 26 problèmes, chacun a donné autant qu'il a reçu.

Combien de problèmes l'enfant a-t-il résolus convenablement ?

Propre comme un sou neuf, être sans le sou, une machine à sous, une pièce de cent sous ou de quatre sous...
Nombreuses sont les expressions qui ont conservé le nom de cette très ancienne monnaie française, le **sou** – venant du *solidus* romain de l'empereur Constantin (IV^e s. apr. J.-C.) –, qui désigne, chez nous, la petite pièce jaune de 5 centimes.



On doit ce problème à **Christophorus Clavius**, savant jésuite allemand (1538-1612). C'est également à lui que l'on doit le *calendrier grégorien*, adopté dès mi-octobre 1582 par les pays catholiques, sur ordre du pape Grégoire XIII, et toujours utilisé aujourd'hui dans la majeure partie du monde.

Auparavant était en vigueur, depuis Jules César en 46 av. J.-C., le *calendrier julien* qui comportait 365 jours. Or, la Terre effectue un tour complet autour du Soleil en environ 365,25 jours ; du fait de ce quart de jour en plus, le décalage entre le calendrier julien et notre position par rapport au soleil était devenu très important, après plus de 1500 ans d'utilisation.

C'est la raison pour laquelle Clavius et d'autres scientifiques proposèrent ce nouveau calendrier appelé *grégorien*. Il fallut supprimer 10 jours du calendrier, entre le 4 et le 15 octobre 1582, et instituer un 29 février, tous les quatre ans, pour ne plus être décalé par rapport au Soleil.

En l'honneur de ce mathématicien, son nom a été donné au cratère Clavius, le deuxième plus grand de la face visible de la Lune.

FA213 Vingt et un

Lorsqu'on ajoute 21 au double d'un nombre, on obtient le même résultat qu'en retranchant 21 du quadruple du même nombre.

Quel est ce nombre ?

FA214 Trois consécutifs

Trouve trois nombres entiers consécutifs tels que la somme du premier et du troisième soit égale au triple du deuxième.

FA215 L'âge du capitaine

Jean-Luc, capitaine de marine marchande, a 38 ans et son fils 7 ans.

Dans combien d'années l'âge du fils sera-t-il égal à la moitié de celui du père ?

FA216 Les moutons

Topaze le berger, interrogé sur le nombre de ses moutons, répond : « Au tiers du nombre total, ajoutez huit moutons et vous aurez la moitié de mon troupeau. »

Combien Topaze possède-t-il de moutons ?

FA217 En deux parties

Partager 451 en deux parties telles que la première augmentée de 14 soit égale au quotient de la seconde par 14.

FA218 À la ferme

Éléonore élève des poules et des lapins. Quand elle compte les têtes, elle en trouve 8 ; quand elle compte les pattes, elle en trouve 28.

Combien a-t-elle de poules et de lapins ?

FA219 Dans le coffre

Dans un coffre-fort, il y a des billets de 500 et de 1000 francs, soit au total 58 billets.

Sachant que ce coffre-fort contient 38500 francs, calcule le nombre de billets de chaque sorte.

Encore quelques problèmes

FA220 Héritage

Résous ce problème posé par Leonhard Euler (voir p. 152).

Septieme question. Un pere laisse quatre fils , qui partagent son bien de la maniere qui suit :

Le premier prend la moitié de l'héritage , moins 3000-livres.

Le second prend le tiers ; moins 1000l.

Le troisieme prend exactement le quart du bien.

Le quatrieme prend 600 livres , & la cinquieme partie du bien.

De combien étoit l'héritage , & combien chaque fils a-t-il reçu ?

FA221 La différence

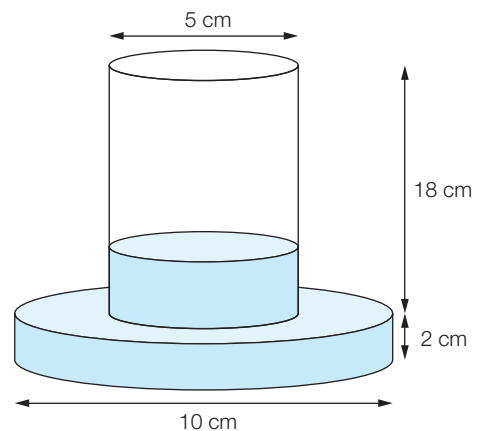
La différence des carrés de deux nombres pairs consécutifs est égale à 1788.

Quels sont ces deux nombres ?

FA222 Dites-le avec des fleurs

Ce vase est rempli d'eau à la moitié de sa capacité totale.

Quelle hauteur (en cm) atteint le liquide ?



FA223 Quel sport!

Après une épreuve de gymnastique, on distribue 180 barres de céréales aux dix participants.

Le premier en reçoit le plus ; le deuxième en reçoit deux de moins que le premier, le troisième deux de moins que le deuxième, et ainsi de suite jusqu'au dernier.

Combien de barres de céréales donne-t-on au septième ?

FA224 À la foire

Un marchand participe à trois foires.

À la première, il double son argent, puis dépense 30 pistoles.

À la deuxième, il triple son argent, puis dépense 54 pistoles.

À la troisième, il quadruple son argent, puis dépense 72 pistoles.

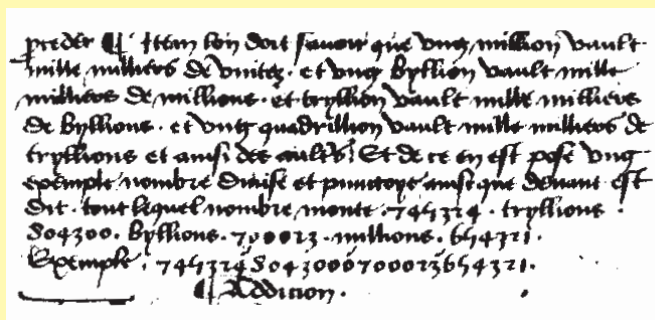
Il lui reste alors 48 pistoles.

Combien de pistoles avait-il au départ ?

Problème de Nicolas Chuquet, 1484

La **pistole** est une ancienne monnaie utilisée au Moyen-Âge et jusqu'à la fin du XVIII^e siècle dans de nombreux pays. Être *cousu de pistoles* se disait des hommes fort riches : « Un de ces jours on me viendra chez moi couper la gorge, dans la pensée que je suis tout cousu de pistoles. »

[Molière, *L'Avare*]



Extrait de la page manuscrite de Nicolas Chuquet dans laquelle il explique sa méthode de notation des grands nombres.

Nicolas Chuquet (1445-1488) est un médecin et mathématicien français ; il a publié en 1484 son œuvre majeure, *Triparty en la science des nombres*, ouvrage dans lequel figure ce problème. Dans cet ouvrage, il propose également, entre autres, de simplifier l'écriture et les notations algébriques et numériques : par exemple, « Au lieu de dire mille milliers, on dira million, au lieu de dire mille millions, on dira byllion, etc., et tryllion, quadrilion... octyllion, nonyllion, et ainsi des autres si plus oultre on voulait proceder. »

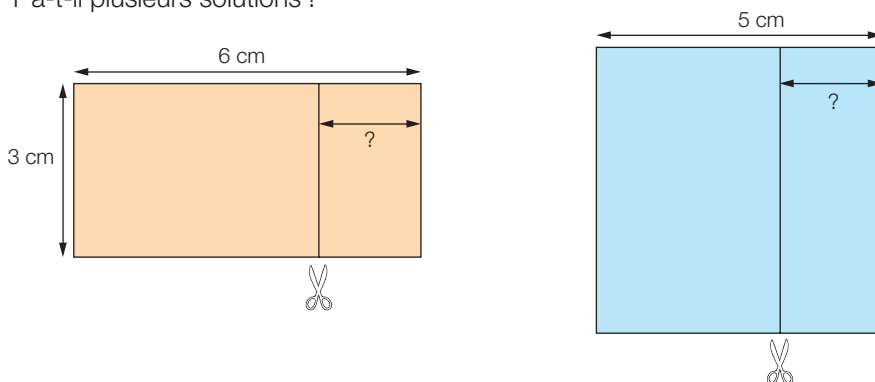
FA225 Quatre en bandes

Alice a découpé deux bandes de papier de même largeur, l'une dans une feuille rectangulaire orange et l'autre dans une feuille carrée bleue.

Elle a obtenu quatre figures, dont deux de même aire et de couleur différente.

Quelle est la largeur de ces bandes ?

Y a-t-il plusieurs solutions ?



FA226 Se faire les dents

Résous les équations suivantes.

a) $x - (2 - x) = 2(1 - x)$

e) $4(x + 5) = 10(3x + 2)$

b) $3x - (5x + 7) = 2x$

f) $\frac{3x+9}{5} = x + 3$

c) $5x - 7(x + 1) = -6x + 2(x - 7)$

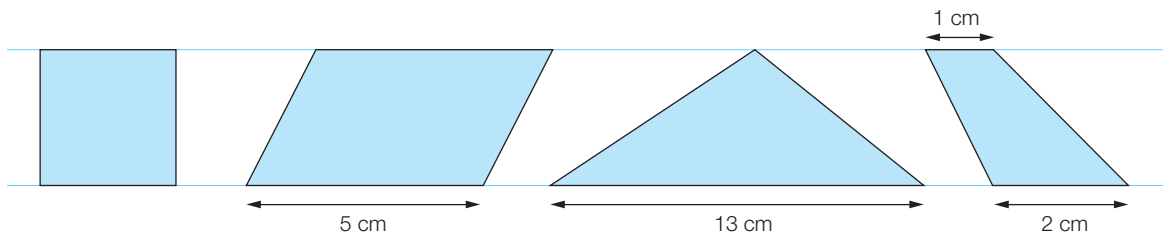
g) $(x - 2)^2 = (x + 5)^2$

d) $\frac{2x+1}{2} = \frac{5x+3-x}{4}$

h) $6x(3x - 5) = 2x(9x - 3)$

FA227 Avec quatre polygones

On souhaite construire ces quatre polygones de manière que la somme des aires du carré et du parallélogramme dépasse de 25 cm² la différence des aires du triangle et du trapèze.



Quelle doit être la mesure de la hauteur de ces polygones ?

FA228 Jetons en carré

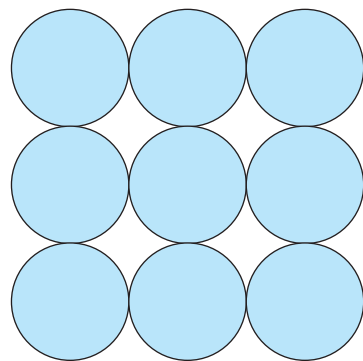
Yann et Christophe possèdent le même nombre de jetons.

Chacun essaie de les disposer en carré, accolés les uns aux autres, comme l'illustre la figure ci-contre.

Yann constate qu'une fois son carré terminé, il lui reste 20 jetons.

Christophe essaie de réaliser un carré qui a une ligne et une colonne de plus que celui de son frère ; malheureusement, il ne peut pas finir son carré, car il lui manque 33 jetons.

Combien chacun a-t-il de jetons ?



Espace

- Figures géométriques planes
- Représentations de solides
- Transformations géométriques



Espace

**Poser et résoudre
des problèmes
pour modéliser
le plan et l'espace**

Résolution de problèmes
géométriques en lien
avec les figures et les
transformations étudiées.

Les mots grecs μέσο (meso, « milieu, entre ») et ποταμός (potamós, « fleuve ») ont servi à constituer le nom de lieu *Mésopotamie* qui désigne la région, appartenant aujourd'hui à l'Irak, située entre deux grands fleuves : le Tigre et l'Euphrate. Des fouilles archéologiques au XIX^e siècle ont permis d'y découvrir trois cents tablettes d'argile, comme celle ci-contre, qui illustraient des problèmes mathématiques.

La civilisation mésopotamienne, au IV^e millénaire avant notre ère, a été à l'origine des premières sciences : arithmétique, astronomie, médecine, géométrie, par exemple. Les civilisations égyptiennes et grecques s'inspireront par la suite de ces recherches.

Les travaux de géométrie mésopotamienne, très concrets et pratiques, étaient motivés par les besoins de la vie de tous les jours : construction de canaux, de greniers, répartition des champs, etc.

La géométrie, accompagnée d'arithmétique, permet également à l'observation du ciel de devenir une science, l'astronomie, même si celle-ci était encore teintée de religion. On put ainsi calculer et prévoir des trajectoires d'astres divers, prévoir les équinoxes, etc.



Tablette gravée en écriture cunéiforme – Problème de géométrie

Figures géométriques planes

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description et construction de figures planes selon leurs propriétés : triangles, quadrilatères, polygones réguliers, cercles
- Reconnaissance, dénomination, description des propriétés et construction de :
 - droites parallèles, perpendiculaires
 - hauteur, médiatrice, bissectrice, médiane
 - cercles inscrit et circonscrit, centre de gravité
- Représentation de figures planes par un croquis et/ou un dessin à l'échelle
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	146
Pour consolider et approfondir	147
Polygones réguliers	150
Lieux géométriques	152
Déduction de valeurs d'angles	154
Encore quelques problèmes	155



Pour réactiver certaines connaissances

ES1 Devinettes

- a) Je suis un quadrilatère possédant deux diagonales se coupant à angle droit et en leur milieu.
Qui suis-je ?
- b) Je suis un triangle possédant un seul axe de symétrie.
Qui suis-je ?
- c) Je suis un losange possédant au moins un angle droit.
Qui suis-je ?
- d) Je suis un quadrilatère possédant au moins un angle droit et seulement deux côtés parallèles.
Qui suis-je ?
- e) Je suis un quadrilatère n'ayant qu'un axe de symétrie.
Qui suis-je ?

ES2 Just do it

- a) Construis un triangle IJK sachant que $IJ = JK = 4,5$ cm et que la hauteur issue de J mesure 4 cm.
- b) Construis un quadrilatère $MNOP$ avec $MO = 4,5$ cm, $MN = NO = 3,2$ cm ;
 MO est un axe de symétrie du quadrilatère.

ES4 Quelle allure ?

- a) Trace un segment RS de 8 cm.

Trace un arc de cercle c de centre R et de rayon 5 cm.

Trace un arc de cercle d de centre S et de rayon 5 cm.

Ces deux arcs de cercle se coupent en M et N .

Trace d'une couleur le quadrilatère $RMSN$.

Trace d'une autre couleur les segments RS et MN qui se coupent en O .

Quelle est la longueur du segment MO ?

Observe la figure $RMSN$ et décris ses propriétés.

- b)** Trace un cercle c (O ; 4 cm) et place un point M sur le cercle c .

Trace un cercle d (M ; 4 cm).

Le point O appartient-il au cercle d ? Peux-tu le justifier?

N et P sont les points d'intersection des cercles c et d .

Trace les cercles e (N ; 4 cm) et f (P ; 4 cm).

Le cercle f coupe le cercle d en L et le cercle c en R .

Trace les segments NR , RL et LN .

Observe la figure NLR et décris ses propriétés.

- c)** Trace un cercle c (O ; 8 cm) et dessine un diamètre AD , quelconque.

Sur AD , construis quatre segments isométriques : AB , BO , OC et CD .

Construis trois perpendiculaires au diamètre AD , qui passent respectivement par B , O et C .

Ces trois perpendiculaires coupent le cercle c en six points.

Avec A et D , tu disposes maintenant de huit points sur le cercle. Relie-les dans l'ordre.

Quel est le nom du polygone inscrit obtenu?

Pour consolider et approfondir

ES5 Constructions de triangles

- a)** Construis un triangle DEF tel que $DE = 6$ cm, $\widehat{EDF} = 25^\circ$ et $\widehat{DEF} = 120^\circ$.
- b)** Construis un triangle ABC dans lequel le segment AB mesure 6 cm, l'angle $\widehat{ABC}$ vaut 60° et la hauteur issue du sommet C mesure 4,5 cm.
- c)** Construis un triangle XYZ dans lequel le segment XY mesure 6 cm, l'angle $\widehat{YXZ}$ vaut 40° et la médiane issue du sommet Z mesure 3,3 cm.

ES7 Constructions de quadrilatères

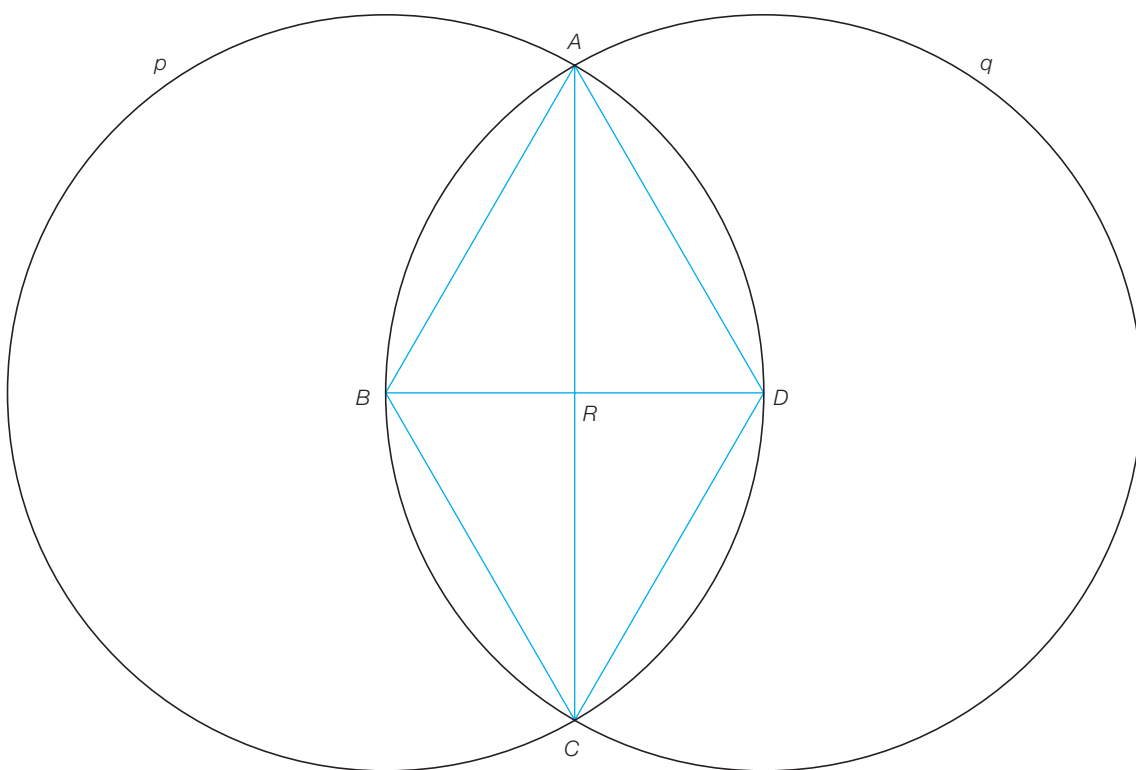
- Construis un losange dont les deux diagonales mesurent, respectivement, 5 cm et 3 cm.
- Construis un cerf-volant possédant un angle droit avec une diagonale dont la mesure est le double de celle de l'autre.
- Construis un rectangle dont le rayon du cercle circonscrit mesure 2 cm et dont l'aire vaut 6 cm².
- Construis un trapèze $ABCD$ dont tu connais :

$$BD = 6 \text{ cm} \quad \widehat{ABD} = 38^\circ \quad \widehat{DBC} = 24^\circ \quad CD = 3 \text{ cm}$$

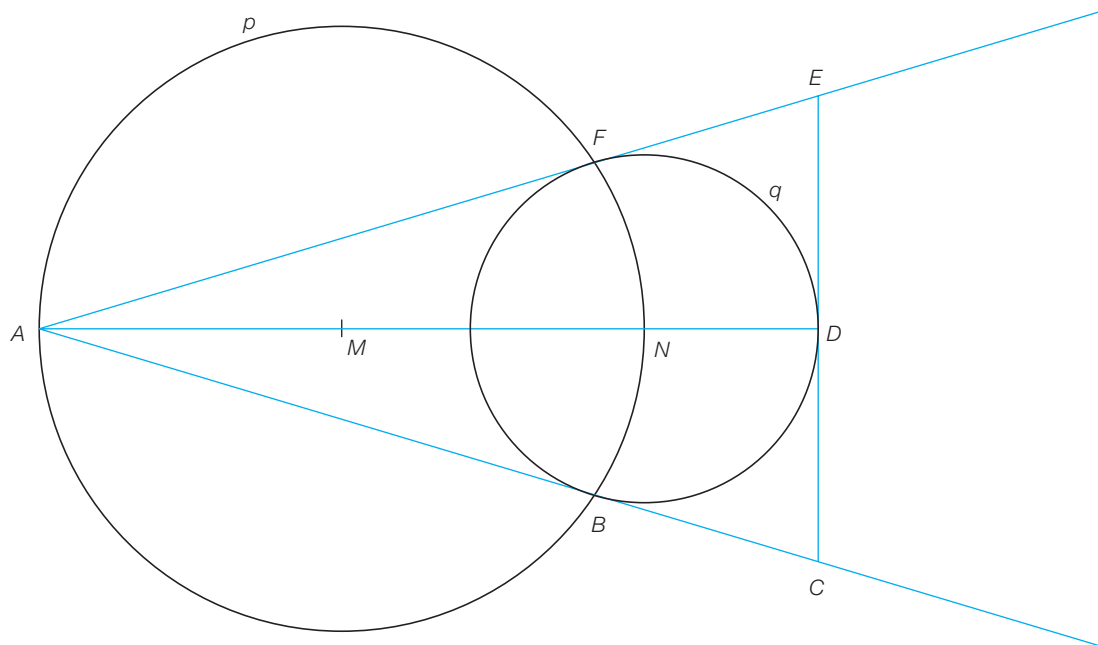
ES8 Pas à pas

Écris une marche à suivre permettant de construire les figures suivantes.

a)



b)



ES9 Quel angle est-il?

Quel est l'angle formé par les deux aiguilles d'une montre lorsqu'il est :

- a) 13 h 40? b) 19 h 15? c) 8 h 12?

À l'origine de la division en 60 parties de certaines de nos unités de temps se trouve la mesure des angles dans la civilisation babylonienne ; dès le IV^e siècle av. J.-C., les scientifiques de Babylone ont défini le degré en divisant le cercle en 360 parties d'égale grandeur. Un degré représente donc le $\frac{1}{360}$ ^e du disque, l'angle droit de 90° le quart du disque, l'angle plat de 180° la moitié du disque. D'autres unités ont été par la suite introduites, comme le radian (rad) ou le grade (gr) ; ce dernier divise le disque en 400 parties égales ; un angle droit vaut ainsi 100 grades.

ES10 Sans rapporteur

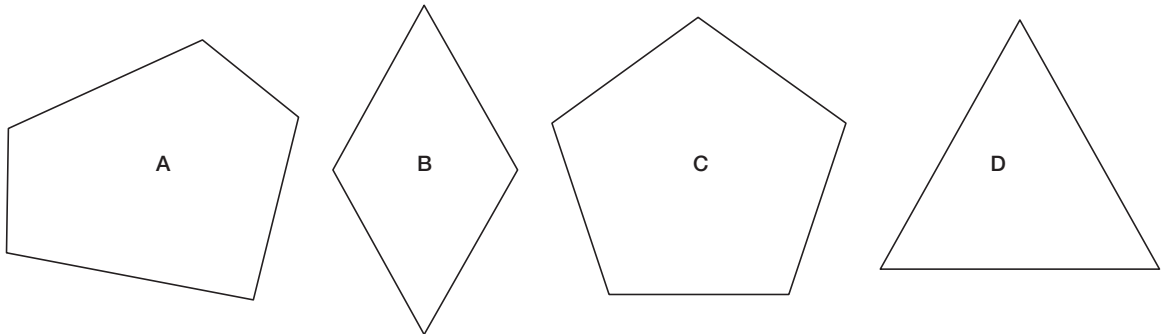
- a) Construis, uniquement à l'aide de ta règle et de ton compas, un angle de 45° .
Note ta marche à suivre.
- b) Fais de même avec des angles de 135° , 210° et 300° .

Polygones réguliers

ES11 Régulier ou non ?

Les polygones **A** et **B** sont des polygones non réguliers, alors que les polygones **C** et **D** sont réguliers.

En les observant, propose une définition d'un polygone régulier.



ES12 Les réguliers

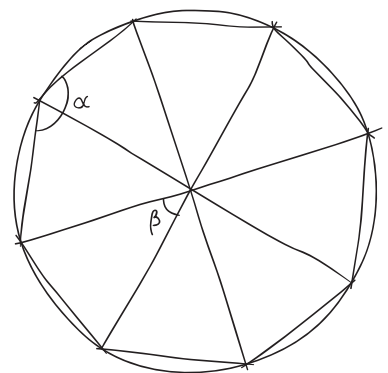
Quels sont les polygones réguliers que tu connais ?

Construis-en un et note ta marche à suivre.

Fichier: **ES13**

ES14 Angles en tous genres

- Quel est le nom du polygone régulier représenté par ce croquis ?
- Quelle est la mesure de l'angle α et quel est son type ?
- Quelle est la mesure de l'angle β et quel est son type ?
- Quelle est la mesure des angles α et β d'un dodécagone régulier ?
- Et d'un polygone régulier à n côtés ?



ES15 Dédutions

Dans un pentagone régulier $ABCDE$ inscrit dans un cercle de centre O , calcule les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BAO}$.

ES16 Avec ou sans

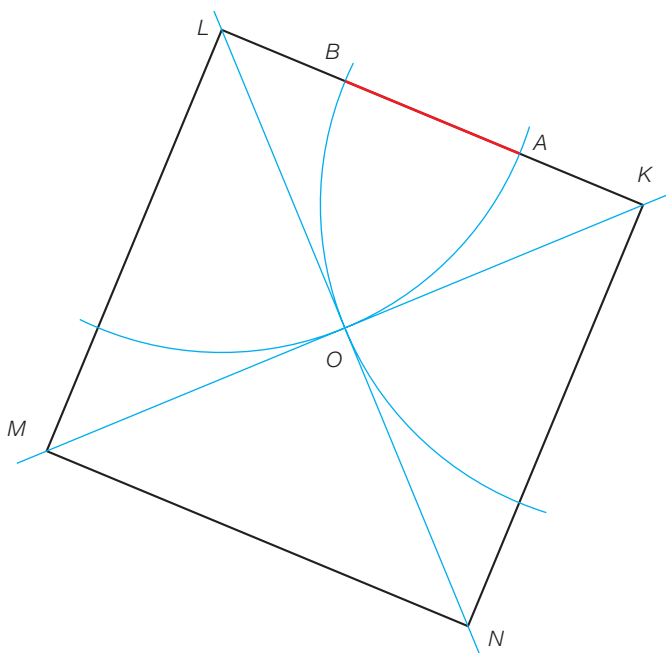
- À l'aide d'une règle et d'un compas, construis un hexagone régulier.
Note ta marche à suivre.
- Construis un octogone régulier avec ta règle et ton compas.
- Construis un pentagone régulier avec la règle, le compas et le rapporteur.

ES17 Quelques constructions

- On a entamé la construction d'un octogone régulier $ABCDEFGH$, dont tous les sommets appartiennent à un carré $KLMN$.

Sur une feuille blanche, construis cette figure pour un carré $KLMN$ de 10 cm de côté et termine la construction de l'octogone régulier.

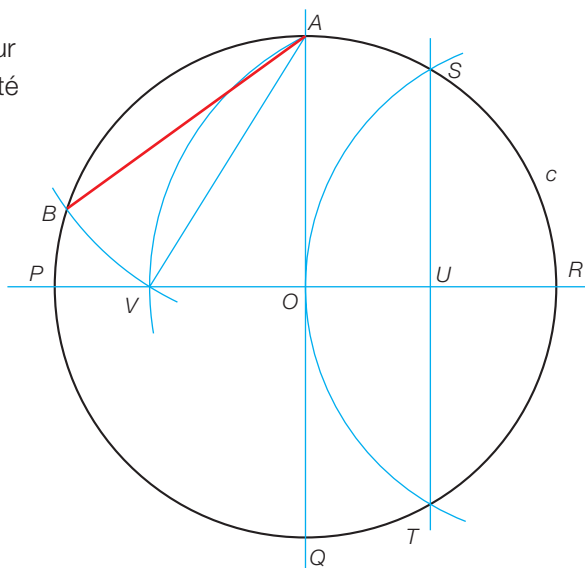
Note une marche à suivre pour y parvenir.



- Après avoir construit un cercle c , le dessinateur a tracé un segment AB qui correspond au côté d'un pentagone régulier $ABCDE$.

Note une marche à suivre qui décrit cette construction.

Sur une feuille blanche, refais ce début de construction pour un cercle c de 5 cm de rayon et termine la construction du pentagone $ABCDE$.

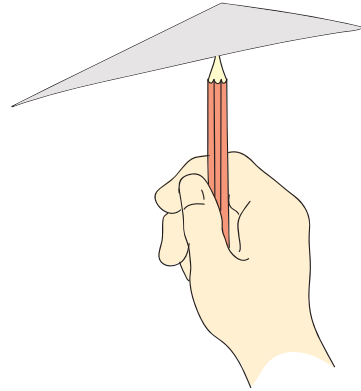


Lieux géométriques

ES18 En équilibre

Alice est capable de maintenir en équilibre, à l'aide de son crayon, n'importe quel triangle en carton.

Comment fait-elle ?



ES19 Avec des baguettes

Tu as sur ta table cinq baguettes de 3, 4, 6, 7 et 9 cm. Tu en choisis trois que tu disposes bout à bout pour former un triangle.

- Combien de triangles différents pourras-tu former avec ces baguettes ?
- Construis précisément le triangle qui a le plus petit périmètre et celui qui a le plus grand périmètre.
- Construis le centre de gravité des deux triangles obtenus en **b**).

ES20 Droite d'Euler

Construis un triangle dont les côtés mesurent 8, 10 et 12 cm.

Construis son orthocentre, le centre de son cercle circonscrit, son centre de gravité, le centre de son cercle inscrit.

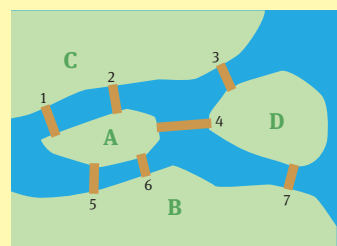
Euler a démontré que trois de ces points sont toujours alignés. Lesquels ?

Leonhard Euler est un des plus grands mathématiciens suisses. Il est né le 15 avril 1707 à Bâle et mort le 18 septembre 1783 à Saint-Petersbourg. Il figurait sur une ancienne série de billets de banque suisses.



C'est à lui que l'on doit, entre autres nombreux travaux, la résolution du célèbre problème des ponts de Königsberg et sa généralisation : la ville de Königsberg (Kaliningrad) est traversée par la Pregel et comporte deux îles (A et D) et sept ponts.

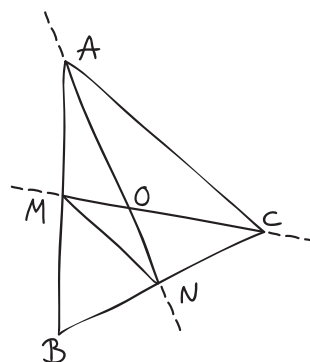
Le problème consiste à déterminer s'il existe ou non une promenade dans les rues de Königsberg permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ, étant entendu qu'on ne peut traverser la Pregel qu'en passant sur les ponts.



ES21 Quelle justification ?

Dans le triangle ABC , AN est une médiatrice et CM une médiane.

Ce triangle possède au moins quatre propriétés remarquables ;
détermine-les en justifiant tes propositions.



Fichier: ES22 et ES23

ES24 Help!

Caroline a construit un triangle quelconque ABC dont les trois angles sont aigus.

Elle souhaite placer un point P sur le côté AB et à égale distance des deux autres côtés.

Où va-t-elle le placer ?

ES25 Où suis-je ?

Trace un parallélogramme.

- a) Peux-tu construire un point qui soit situé à égale distance de chaque côté ?
- b) Je suis un point. Depuis là où je me trouve, je peux toujours atteindre un côté du parallélogramme par un déplacement inférieur ou égal à 2 cm.

Où suis-je ?

ES26 Des ronds dans l'eau

Trace un triangle et construis son cercle inscrit et son cercle circonscrit.

Dans quel cas ces deux cercles seront-ils concentriques ?



Fichier: ES27

ES28 Confondant !

Construis un triangle équilatéral de 6,5 cm de côté.

Construis la médiane issue de l'un des sommets, la hauteur issue d'un autre sommet et la bissectrice qui passe par le troisième sommet.

Obtiens-tu le même résultat que tes camarades ?

Fichier: **ES29**

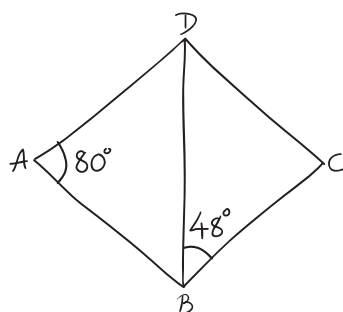
Déduction de valeurs d'angles**ES30 Sur la pointe**

BD mesure 8 cm.

$AB = AD$

$CB = CD$

S'agit-il d'un parallélogramme ?

**ES31 À calculer**

Représente, par un croquis :

- un triangle ABC , rectangle en A , tel que l'angle $\widehat{ABC}$ soit égal à 30° ;
- les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$.

Ces bissectrices se coupent au point F .

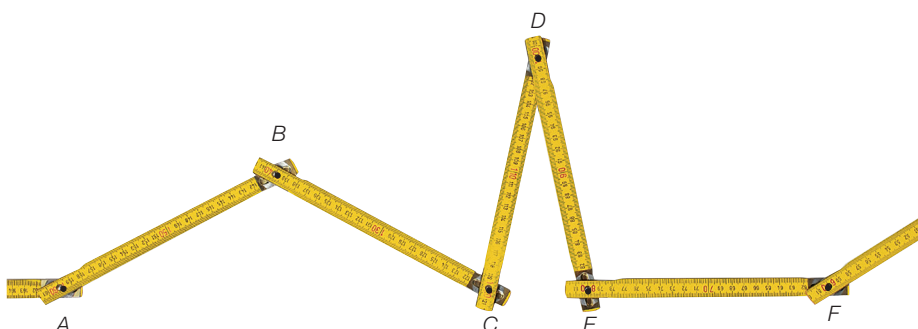
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AFC}$.

ES32 Le double-mètre

Les points A , B et D sont alignés, tout comme les points A , C , E et F .

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 156° .

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CDE}$?



ES33 Esquisse et calcule !

Dans un triangle ABC , $\widehat{BAC} = 40^\circ$ et $\widehat{ABC} = 76^\circ$.

La bissectrice de $\widehat{BAC}$ coupe BC en A' .

La perpendiculaire à AB passant par C coupe AB en H .

AA' et CH se coupent en F .

Calcule et justifie la valeur de $\widehat{AFC}$.

ES34 Bissection

Dans un triangle EFG , la bissectrice de $\widehat{FEG}$ coupe FG en R .

La bissectrice de $\widehat{ERG}$ coupe EG en S .

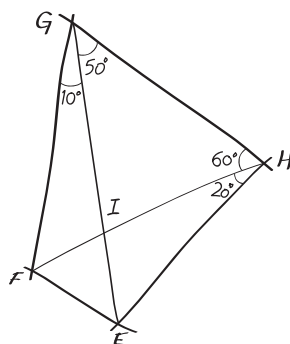
Calcule et justifie la valeur de $\widehat{RSG}$, si $\widehat{FEG} = 52^\circ$ et $\widehat{EFG} = 94^\circ$.

ES35 Isocèle et équilatéral

Dans le croquis ci-contre, on indique la mesure de certains angles.

Quelles sont les mesures des angles du triangle EFI ?

Justifie tes résultats.



Fichier : Faire le point p.139

Encore quelques problèmes

ES36 Fait sur mesure

Construis un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 6 cm et dont l'un des côtés de l'angle droit mesure 2,7 cm.

ES37 Les deux...

Construis précisément chaque figure et note une marche à suivre.

- Les deux diagonales d'un parallélogramme mesurent, respectivement, 8 cm et 5 cm ; elles forment entre elles un angle de 60° .
- Les deux hauteurs d'un parallélogramme mesurent, respectivement, 4 cm et 5 cm ; un de ses côtés mesure 7 cm.

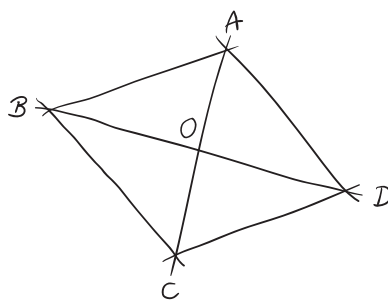
ES38 À fond la forme !

ACD est un triangle isocèle, tel que $DA = DC$.

DO est une hauteur du triangle ACD .

B , O et D sont alignés.

De quelle figure peut-il s'agir ?



ES39 Rectangle et isocèle

Trace un segment AM de 3 cm.

AM est la médiane issue du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle isocèle ABC .

Construis le triangle ABC .

ES40 Jennifer et Christophe

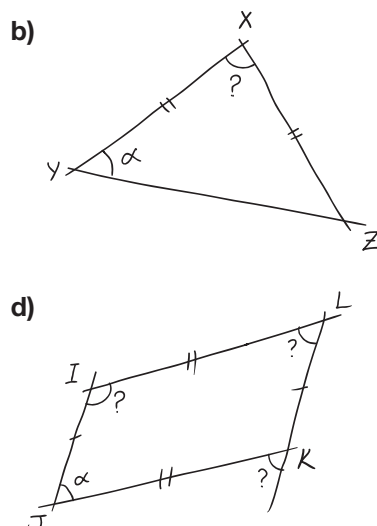
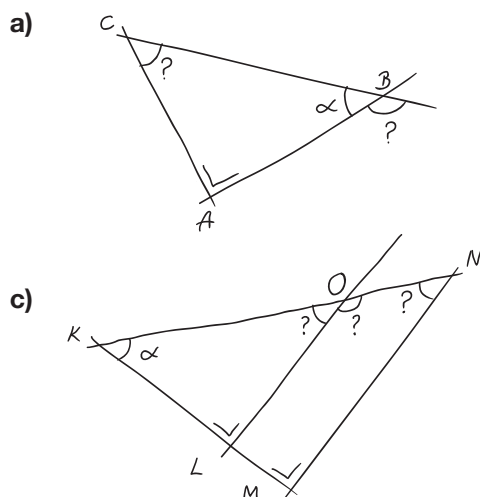
Jennifer prétend qu'en construisant seulement une bissectrice et une médiatrice d'un triangle isocèle, elle peut déterminer le centre de son cercle inscrit.

Christophe affirme, lui, qu'en construisant seulement une médiane et une médiatrice d'un triangle isocèle, il parvient à déterminer le centre de son cercle circonscrit.

Qu'en penses-tu ?

ES41 En fonction de α

Dans chacune des figures suivantes, exprime en fonction de α la valeur des angles notés par un point d'interrogation :



ES42 Un quart d'aire

Trace un triangle.

Sans effectuer de mesures et uniquement à l'aide de ton compas et de ta règle, construis un second triangle dont l'aire est quatre fois plus petite que celle du triangle que tu as dessiné.

ES43 Laurel et Hardy

Laurel prétend qu'il existe des polygones dont la somme des angles est supérieure à un million de degrés. Hardy est persuadé du contraire.

À ton avis, qui a raison ?



Chapeau melon vissé sur la tête, sourire et sourcils des plus expressifs, Stan Laurel (1890-1965) et Oliver Hardy (1892-1957) ont constitué pendant de nombreuses années un duo d'acteurs comiques américains. Durant l'entre-deux-guerres, ils ont joué dans environ cent vingt films, muets d'abord, puis parlants.

Leur couple comique s'appuyait sur leurs différences physiques – Laurel petit et fluet, Hardy grand et tout en rondeurs – et de caractère – le premier naïf et pleurnichard, le second autoritaire et colérique. Leur influence sur d'autres acteurs, américains et européens, a été importante, de même que leur comique fondé sur les dissemblances à l'intérieur d'un duo.

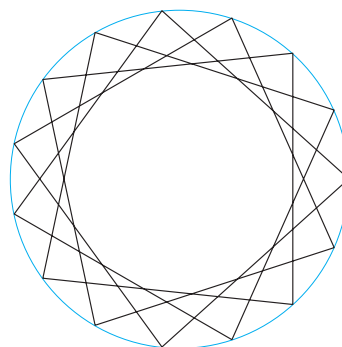
ES44 Polygones étoilés

Voici un polygone étoilé régulier à 15 branches.

Observe la façon dont il a été construit, sans lever le crayon !

Peux-tu construire d'autres polygones étoilés à 15 branches toujours, mais avec des angles différents ?

Refais la même recherche avec des polygones différents (5, 7, 8, ... côtés, par exemple).



ES45 Marche à suivre

Par le milieu M d'un segment AC de 7,7 cm, trace une droite d faisant un angle de 30° avec le segment AC .

Sur la droite d , reporte deux segments MB et MD de 6 cm de long, de part et d'autre de M .

Trace les segments AB , AD , CB et CD .

Construis les milieux E de AB , F de BC , G de CD et H de AD .

Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?

Combien mesure l'angle $\widehat{EFG}$?



Il suffit parfois d'une simple manipulation de solides pour modifier la vision des choses...

C'est ainsi que l'architecte hollandais Piet Bloom (1934-1999) a imaginé un quartier de constructions très originales et remarquables.

En posant au total trente-huit cubes, non pas à plat sur une face, mais sur un sommet, l'architecte propose de nouvelles perspectives sur ce solide.

Achevées en 1984, ces « Kubuswoningen » (maisons-cubes), situées à Rotterdam, abritent actuellement un musée, une académie d'architecture, des bureaux ainsi que des espaces de loisirs.

Représentations de solides

Apprentissages visés

- Reconnaissance, dénomination, description de solides selon leurs propriétés :
prisme droit, cylindre, pyramide
- Réalisation de développements et construction de solides :
prisme droit, cylindre
- Représentation de solides en perspective
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	160
Reconnaissance, dénomination et description de solides	161
Représentation de solides en perspective	162
Solides et développements	165
Encore quelques problèmes	168



Pour réactiver certaines connaissances

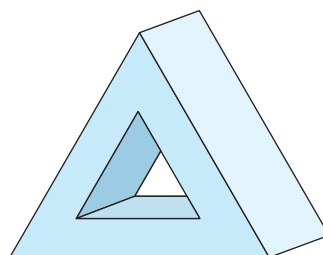
ES46 Prisme troué

Dans un prisme à base triangulaire, on creuse un trou de même forme, comme l'indique le dessin ci-contre.

On obtient un nouveau solide.

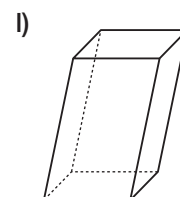
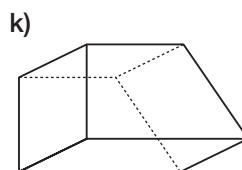
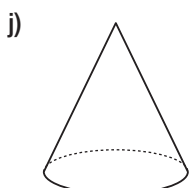
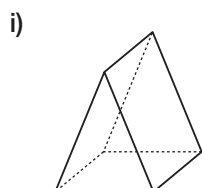
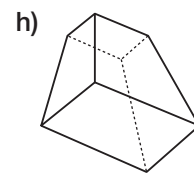
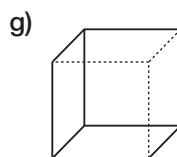
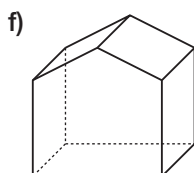
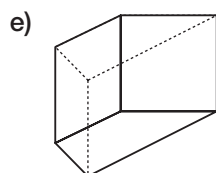
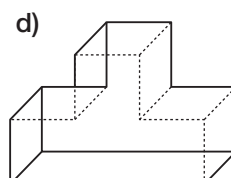
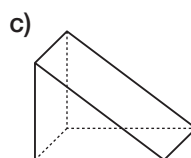
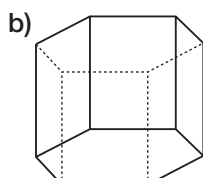
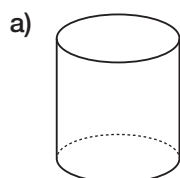
Combien ce nouveau solide possède-t-il :

- a) de faces ? b) de sommets ? c) d'arêtes ?



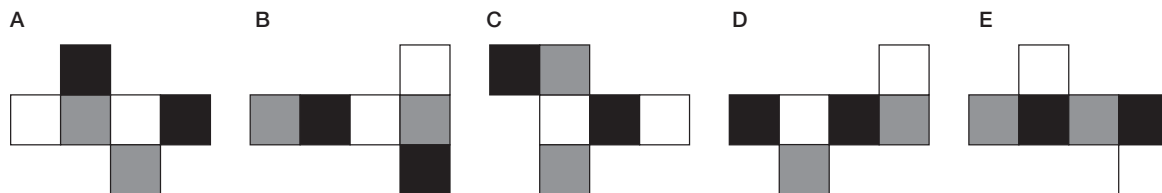
ES48 Sens dessus dessous

Donne le nom de chacun des solides représentés ci-dessous et indique également s'ils sont plutôt représentés vus de dessous ou vus de dessus.



ES49 Gris-noir-blanc

Le(s)quel(s) de ces développements est-il (sont-ils) celui (ceux) d'un cube dont les faces opposées sont de même couleur ?



Reconnaissance, dénomination et description de solides

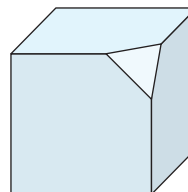
ES50 Cube tronqué

La figure ci-contre montre un cube dont on a coupé un coin.

Si l'on coupe de la même manière tous les coins d'un cube, on obtient alors un nouveau solide.

Combien ce nouveau solide possède-t-il :

- a) de faces ? b) de sommets ? c) d'arêtes ?



ES51 Polyèdres

Combien existe-t-il de polyèdres convexes qui ont moins de sept faces qui sont chacune un carré ou un triangle équilatéral ?

Fais un croquis de chacun d'eux.

ES52 Qui suis-je ?

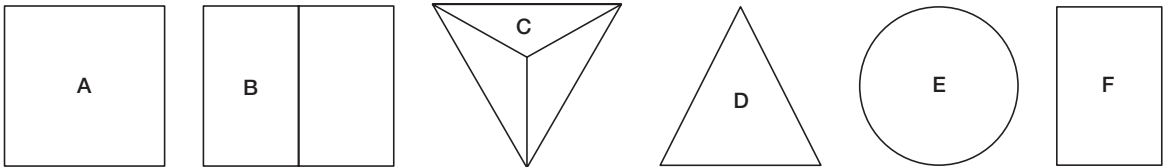
Donne le nom précis de ces cinq solides :

- a) J'ai cinq faces, trois carrées et deux triangulaires.
- b) J'ai six faces rectangulaires.
- c) Je suis un polyèdre régulier et une de mes faces est un carré.
- d) Cinq de mes faces sont des triangles isométriques et j'ai six sommets.
- e) Chacune de mes arêtes est parallèle à exactement trois autres de mes arêtes.

ES53 Six vues

Parmi ces six vues, lesquelles peuvent être celles :

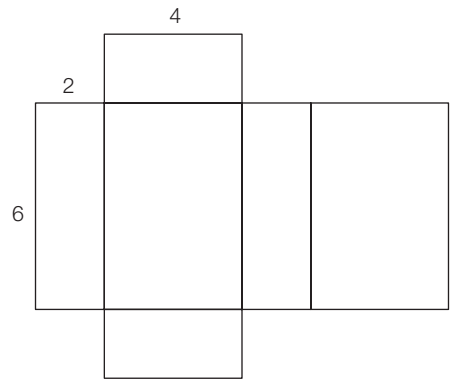
- a) d'un cube ? c) d'un cylindre ?
- b) d'un tétraèdre ? d) d'une pyramide à base carrée ?

Fichier: **ES54**

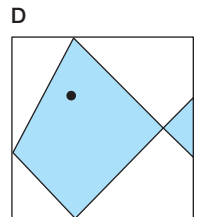
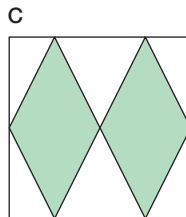
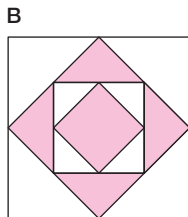
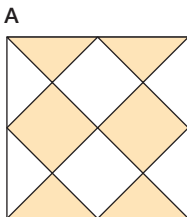
Représentation de solides en perspective

ES55 En perspective

- a) Représente en perspective cavalière le parallélépipède rectangle donné par ce développement.



- b)** Représente un cube en perspective isométrique et décore ses faces visibles avec l'un de ces motifs.

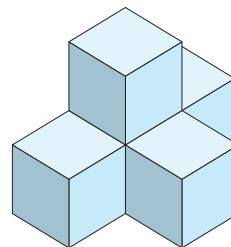


ES56 Déplacement

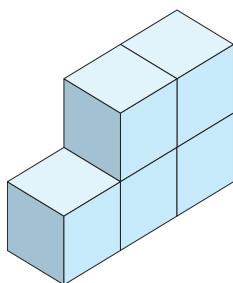
Caroline a construit l'assemblage dessiné à droite avec cinq cubes.

Elle déplace ensuite un seul cube.

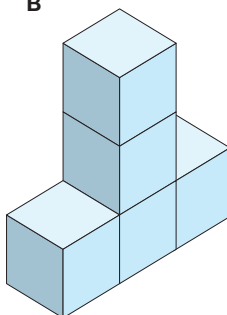
Lequel des assemblages ci-dessous ne peut-elle pas obtenir ?



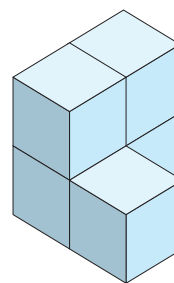
A



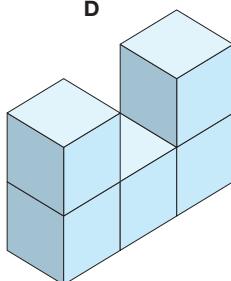
B



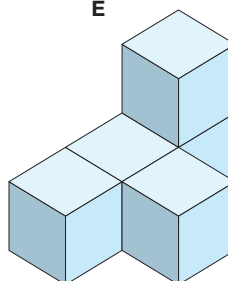
C



D



E

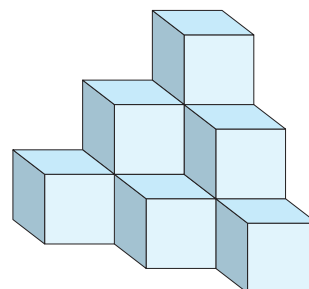


ES57 L'escalier d'Amandine

L'assemblage ci-contre est fait de dix cubes collés ensemble.

Amandine l'a peint en entier, même le dessous.

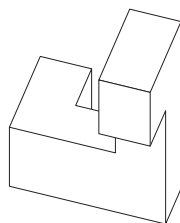
Combien y a-t-il de faces de cubes peintes ?



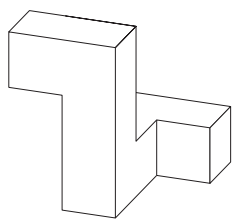
ES58 Heptacubes

Le solide ci-contre est composé de sept petits cubes.

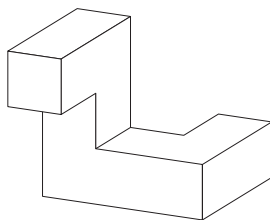
Laquelle (ou lesquelles) des quatre vues suivantes représente(nt) ce solide ?



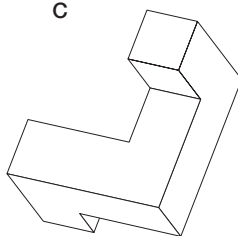
A



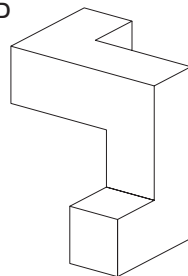
B



C



D

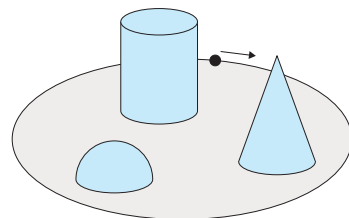


Fichier: **ES59 à ES61**

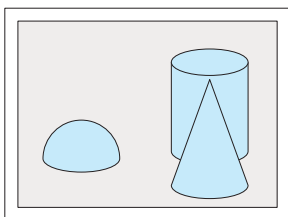
ES62 Tournez manège

Maxime fait une fois le tour d'une fontaine où se dressent trois sculptures, en partant du point marqué, dans la direction de la flèche. Il prend les quatre photos ci-dessous.

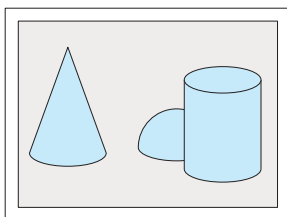
Dans quel ordre les a-t-il prises ?



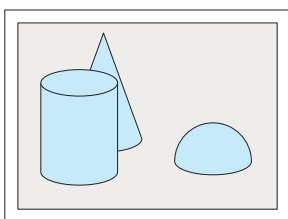
A



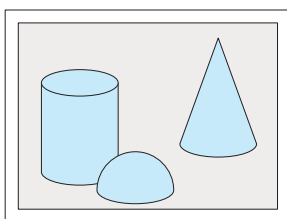
B



C



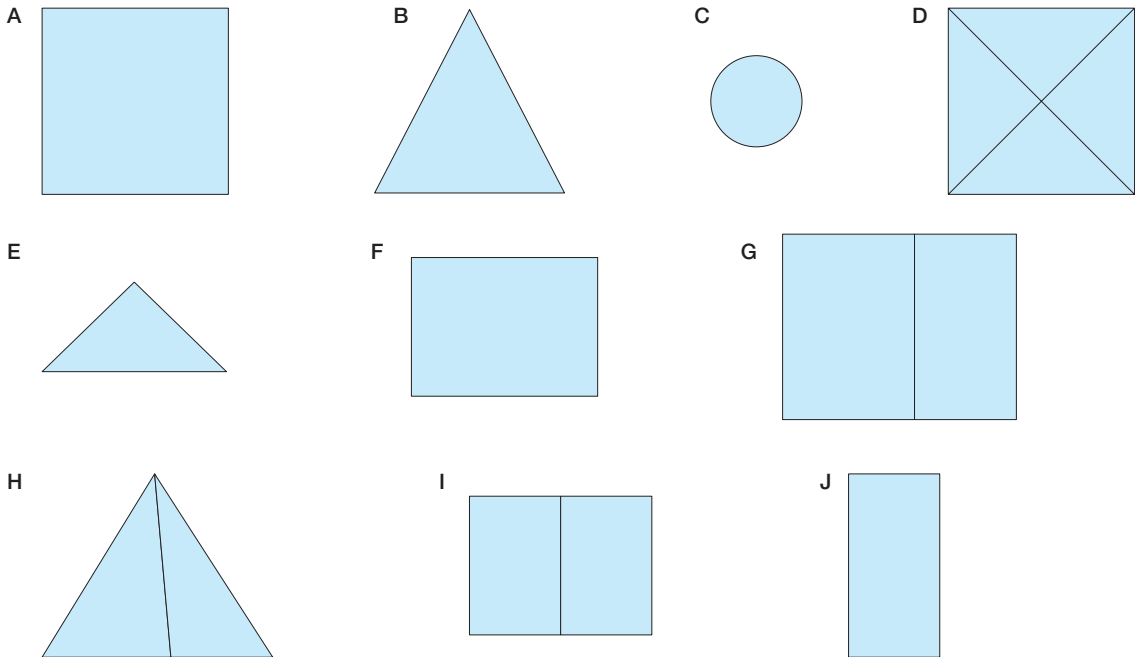
D



ES63 Vues d'ici

Quatre solides ont été représentés à la même échelle, soit de dessus, soit d'un côté quelconque : un cube, un cylindre, un prisme droit à base triangulaire et une pyramide régulière à base carrée.

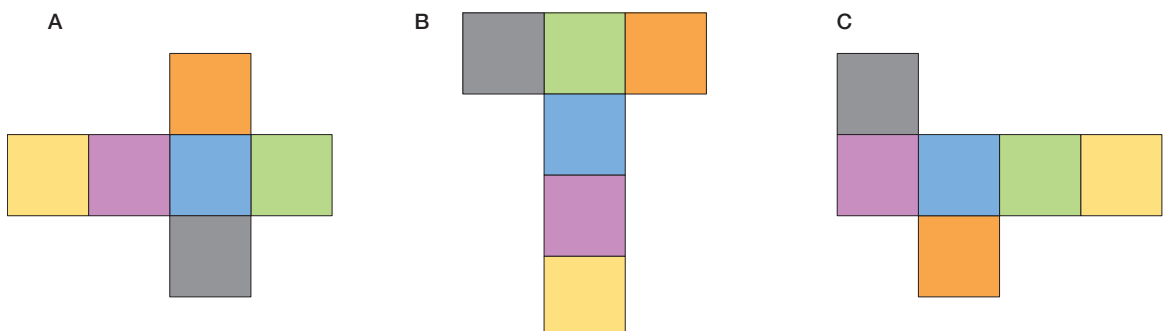
Pour chacune des dix représentations ci-dessous, indique de quel solide il s'agit et s'il est vu de côté ou de dessus.



Solides et développements

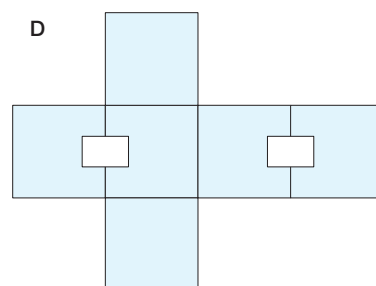
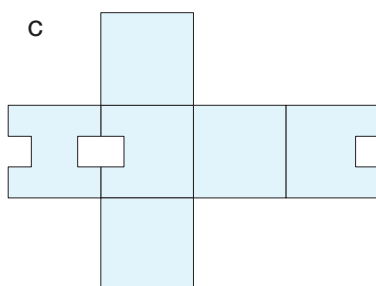
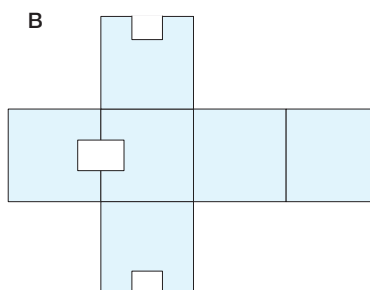
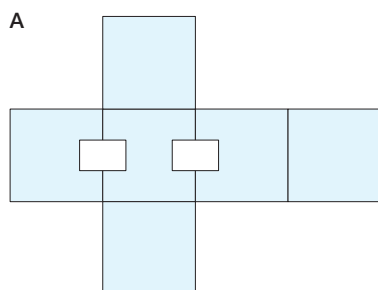
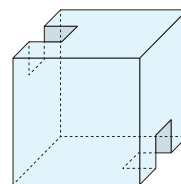
ES64 Patrons

a) Voici trois développements. S'agit-il du même cube ?



SUITE ►

b) Lequel de ces développements est celui du cube entaillé ci-contre ?



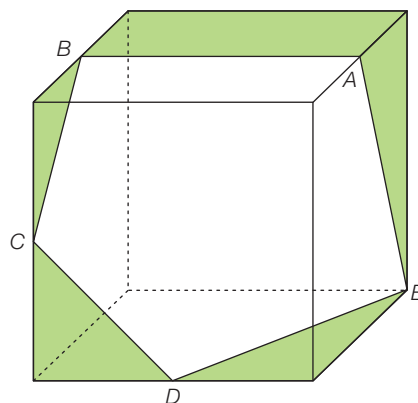
Fichier: ES65 à ES67

ES68 Cube décoré

Sur les faces de ce cube en verre, Sophie a colorié des figures.

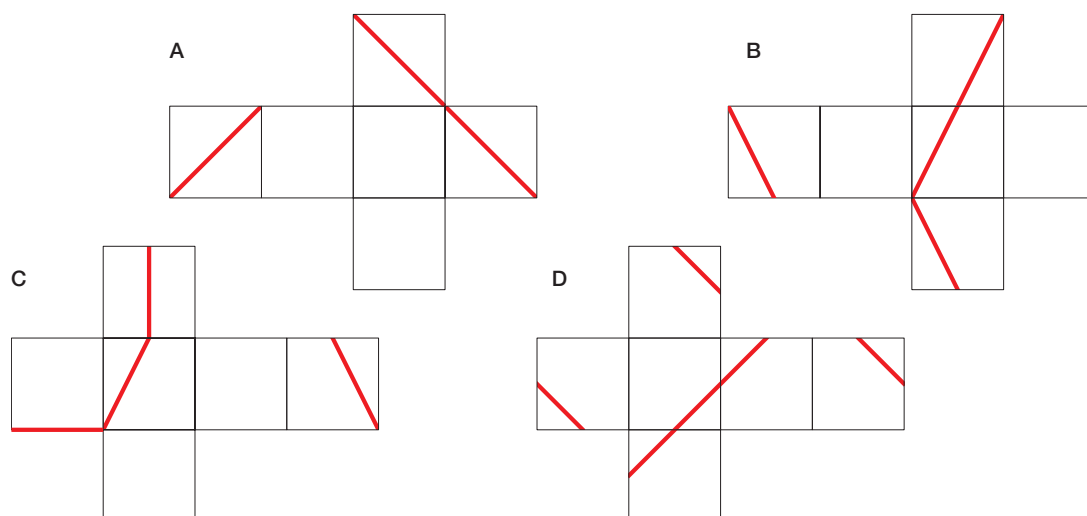
A , B , C et D sont les milieux de quatre arêtes, alors que E est un sommet.

Représente un développement de ce cube.



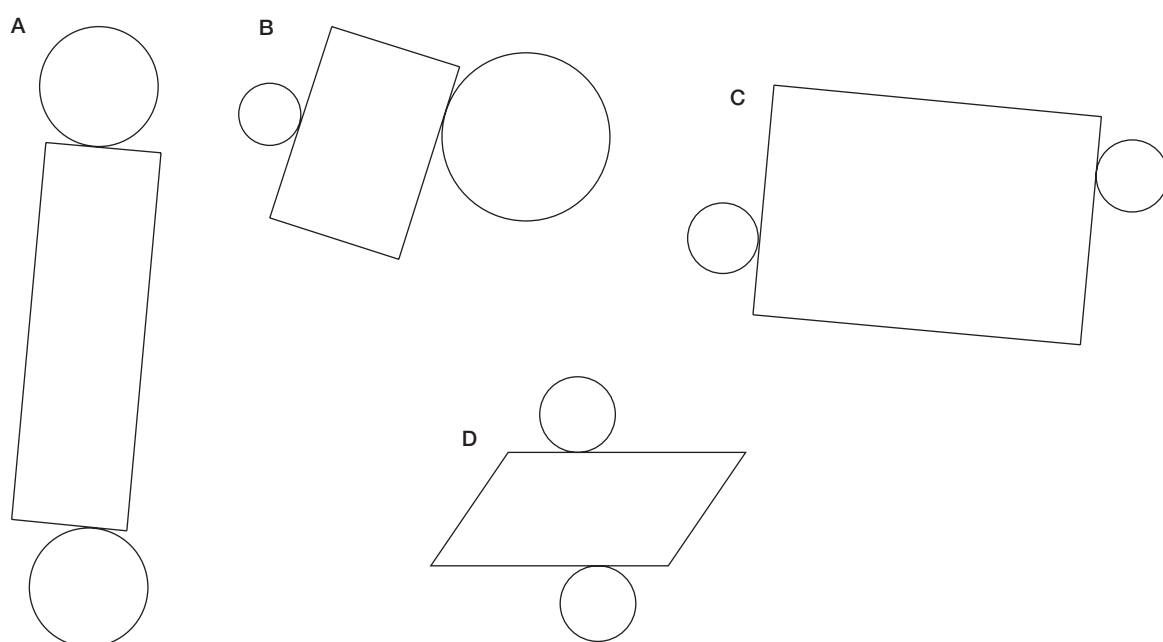
ES69 Figure plane dans le cube

Si l'on construisait les quatre cubes ci-dessous, quelles figures planes les segments rouges détermineraient-ils ?



ES70 Des cylindres

Peut-il s'agir de développements de cylindres ?

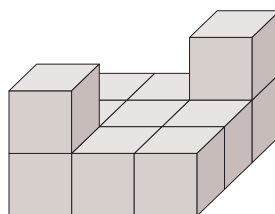
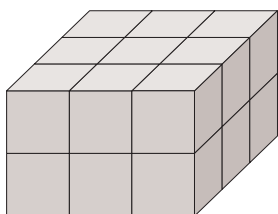


Encore quelques problèmes

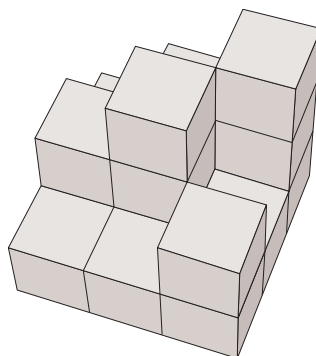
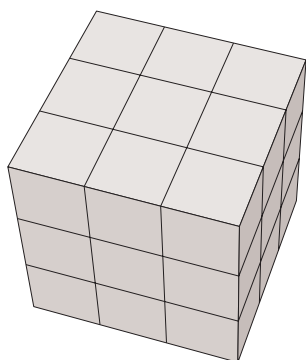
ES71 Destruction

Indique, dans chacun des trois cas, le nombre de petits cubes enlevés.

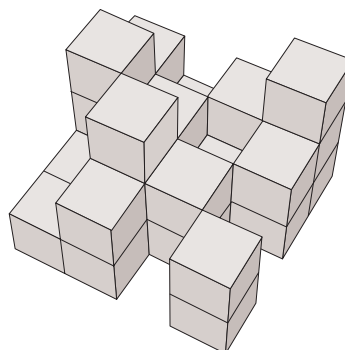
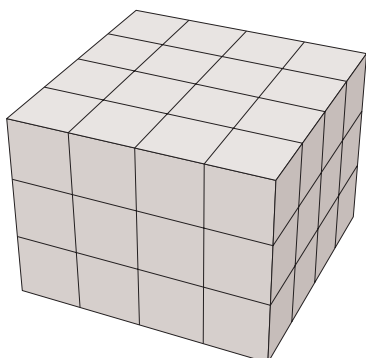
a)



b)

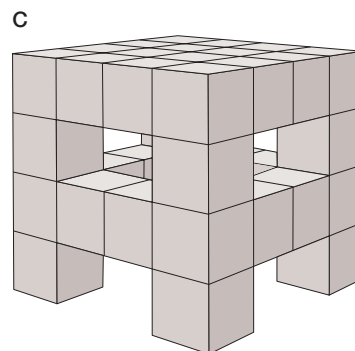
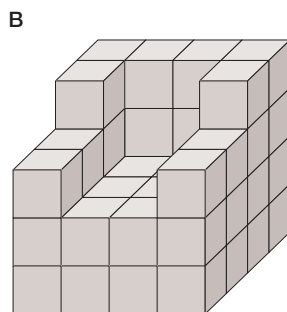
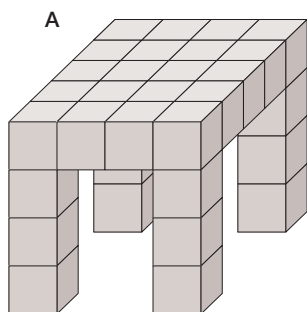


c)



ES72 Construction

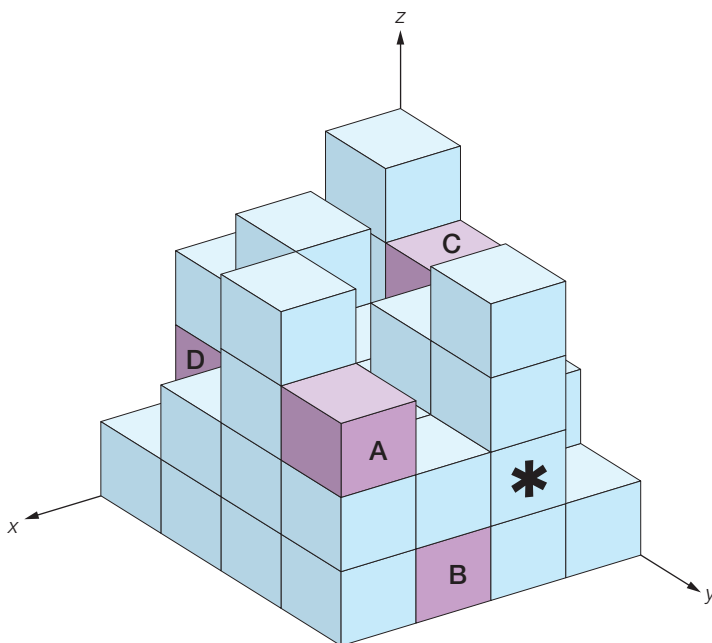
Combien de petits cubes sont-ils nécessaires à la construction de ces trois meubles ?

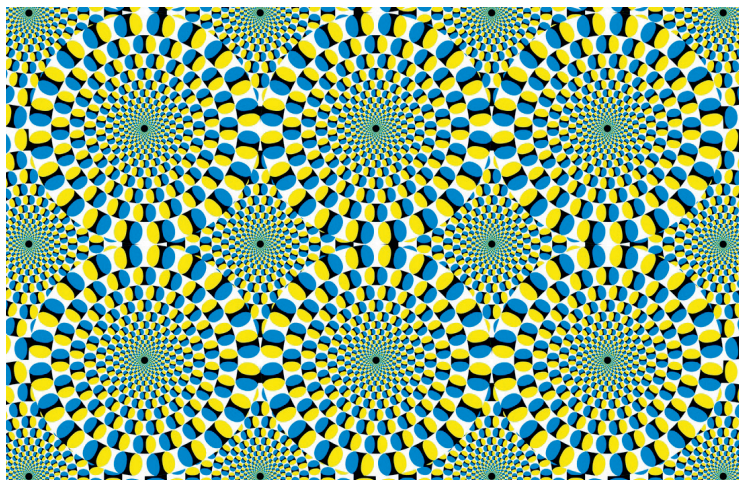


ES73 Immeuble

Les coordonnées $(x ; y ; z)$ de l'appartement désigné par une étoile sont $(2 ; 4 ; 2)$.

Retrouve les coordonnées des appartements désignés par les lettres **A**, **B**, **C** et **D**.





Bien que fixes, les éléments de cette image semblent se déplacer et tourner sur eux-mêmes, du fait des couleurs et des motifs choisis et répétés.

À toute époque, des architectes, des artistes ou des géomètres ont étudié les perceptions visuelles des êtres humains. Nombre d'entre eux ont également utilisé les « faiblesses » de notre perception, ses adaptations automatiques, pour abuser notre œil au travers d'illusions d'optique. En jouant sur les couleurs, les lignes, les perspectives, on parvient à tromper notre image de la réalité, notre cerveau n'interprétant pas forcément bien ce que voient nos yeux.

Dans l'Antiquité déjà, les architectes grecs construisaient des temples, comme le Parthénon à Athènes, sur la base de lignes légèrement courbes pour que, par effet d'optique, notre œil les perçoive parfaitement droites. Plus près de nous, des peintres impressionnistes, pointillistes ou surréalistes, ont également travaillé sur des illusions visuelles ; l'exemple de M. C. Escher, vu en 9^e, en est une illustration.

Bridget Riley, artiste peintre britannique, est née en 1931 à Londres, en Angleterre. Son œuvre, basée sur des formes géométriques et des effets d'optique, s'inscrit dans le mouvement Op Art.



Transformations géométriques

Apprentissages visés

- Reconnaissance et dénomination d'isométries, description et identification de leurs caractéristiques
- Anticipation de la position d'une figure après une ou plusieurs isométries
- Construction de l'image d'une figure plane par une isométrie
- Agrandissement et réduction de figures planes
- Réalisation de frises ou de pavages à l'aide d'isométries
- Utilisation de systèmes de repérage

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	172
Isométries : reconnaître, construire	172
Caractéristiques d'une isométrie	173
Agrandir ou réduire une figure	174
Encore quelques problèmes	174



Pour réactiver certaines connaissances

ES77 Reine de trèfle

Observe attentivement chacune de ces cartes.
Chaque carte a-t-elle un centre de symétrie?

A-t-elle un ou plusieurs axes de symétrie?



Isométries : reconnaître, construire

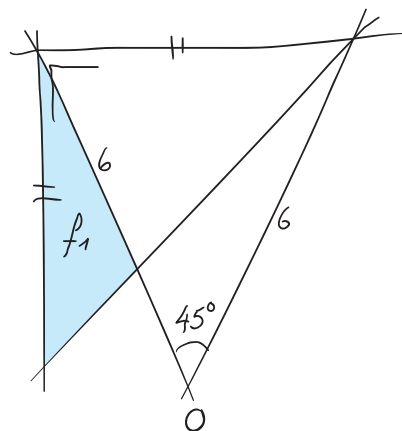
ES82 Et que ça tourne !

- a) Construis précisément la figure donnée par le croquis ci-contre (les mesures de longueur sont en centimètres). Commence par placer le point O au centre d'une feuille blanche.

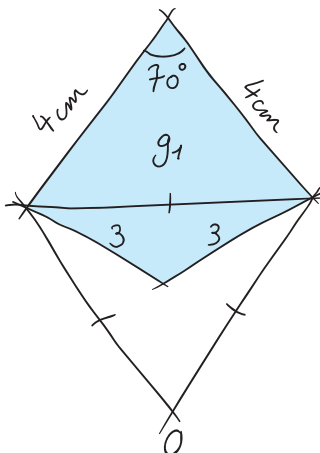
$$f_1 \xrightarrow{\mathcal{R}(O; -45^\circ)} f_2 \xrightarrow{\mathcal{R}(O; -45^\circ)} f_3 \xrightarrow{\mathcal{R}(O; -45^\circ)} \dots$$

Construis les figures $f_2, f_3, f_4, \dots$

Que constates-tu?



- b) Fais de même avec la figure g_1 et des rotations de $+60^\circ$ autour du point O .



Fichier: ES83 à ES89

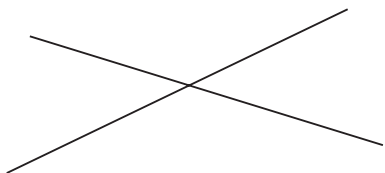
Caractéristiques d'une isométrie

Fichier: ES90 à ES92

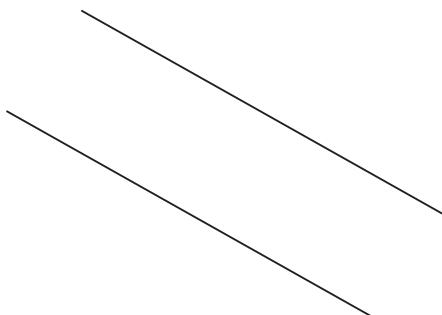
ES93 Combien sont-ils ?

Reproduis ces deux situations, puis trace tous les axes de symétrie qui transforment une droite en l'autre :

- a) les deux droites sont sécantes



- b) les deux droites sont parallèles



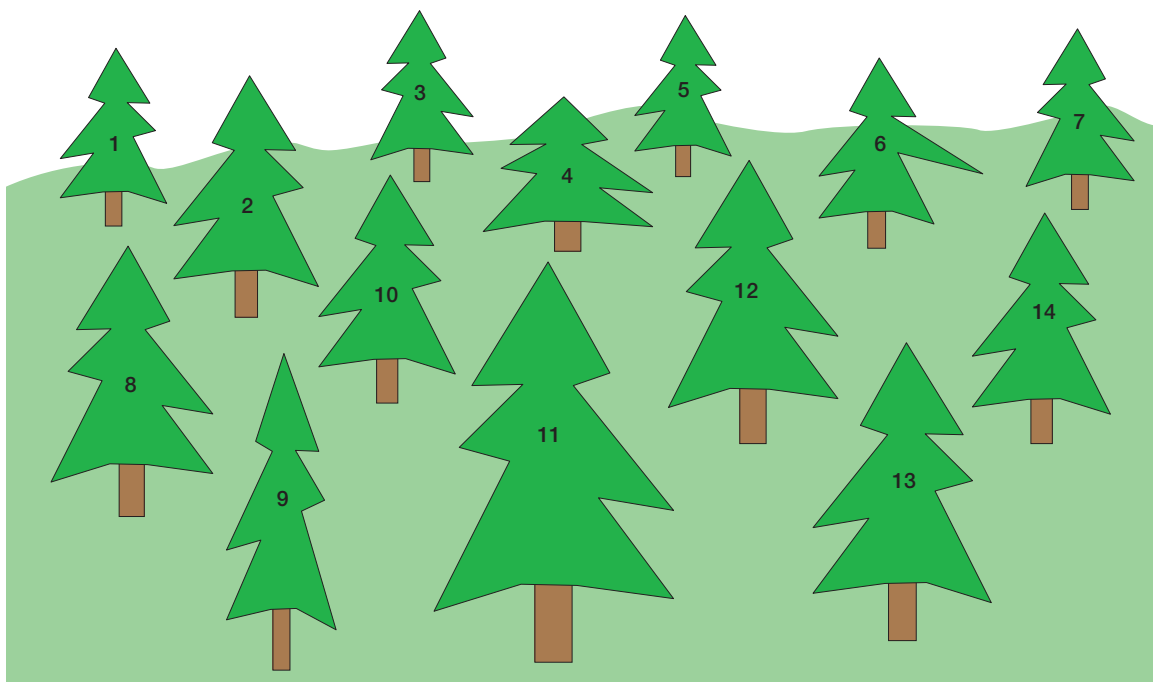
Fichier: ES94 à ES97

Agrandir ou réduire une figure

ES98 La forêt

Pour dessiner cette forêt, le graphiste a utilisé un même sapin et l'a agrandi, réduit ou retourné, puis déplacé sur sa feuille, sauf pour trois d'entre eux, qui ont subi une déformation.

Donne le numéro de ces intrus et explique les raisons de ton choix.



Fichier: [ES99 et ES100](#)

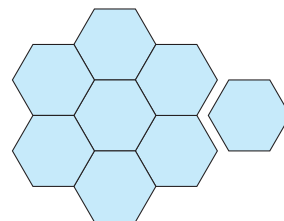
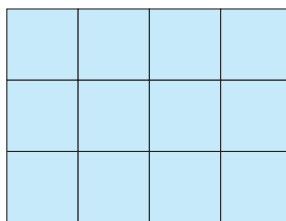
Fichier: [Faire le point p. 181](#)

Encore quelques problèmes

ES101 Pavons!

Voici deux pavages, l'un réalisé avec des carrés, l'autre avec des hexagones.

Peut-on paver le plan avec d'autres polygones réguliers, tous isométriques ?

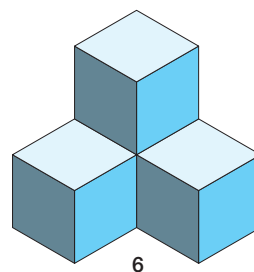
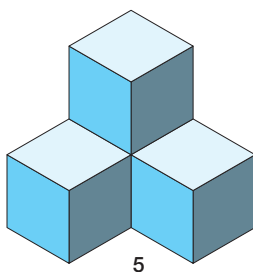
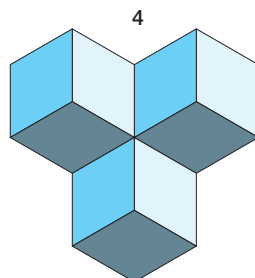
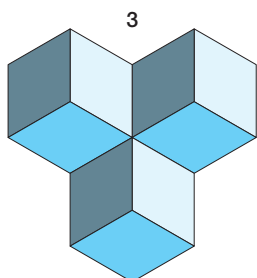
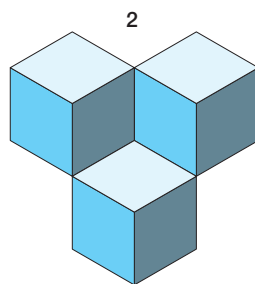
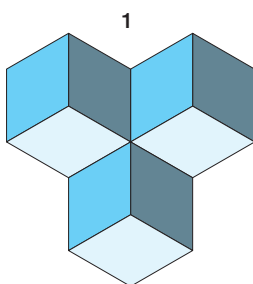
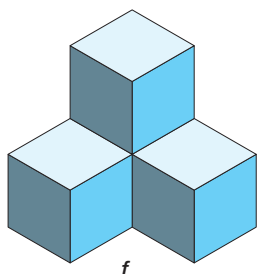


Fichier: [ES102 et ES103](#)

ES104 Cubes à plat!

Parmi les figures 1 à 6, quelles sont celles qui sont l'image de la figure **f** par :

- a) une translation ?
- b) une symétrie centrale ?
- c) une symétrie axiale ?
- d) une rotation ?



Fichier: **ES105**

ES106 Deux rotations libres

Dessine un triangle ABC et place un point O , quelque part sur ta feuille.

Construis deux rotations successives de ton choix, mais de centre O .

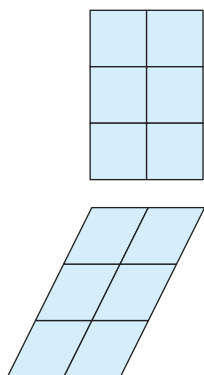
La transformation qui permet de passer de ABC à $A''B''C''$ est-elle aussi une rotation ?

ES107 Quelles propriétés ?

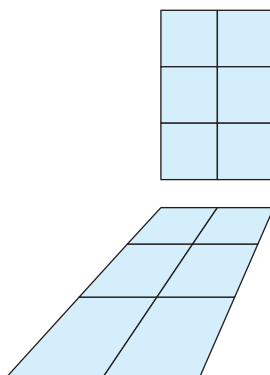
a) Les images d'une fenêtre, représentées ci-dessous dans cinq situations différentes (1 à 5), conservent-elles :

- les longueurs ?
- l'orientation ?
- la mesure des angles ?
- les directions ?
- le parallélisme ?
- le sens des vecteurs ?

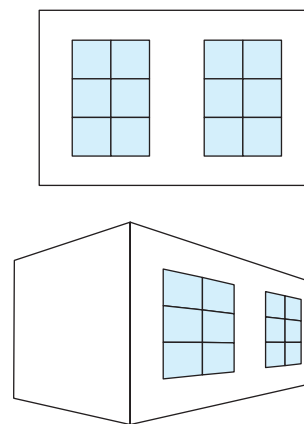
1. éclairée par le soleil



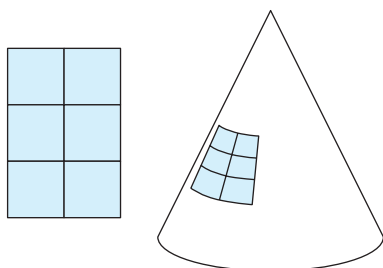
2. éclairée par un lampadaire



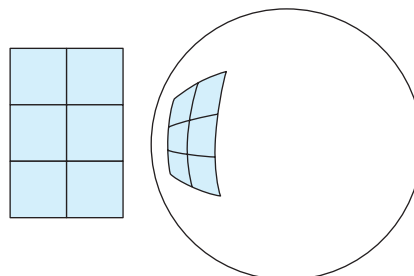
3. vue en perspective



4. reflétée sur un cône



5. reflétée sur une boule



b) D'une façon générale, qu'en est-il pour :

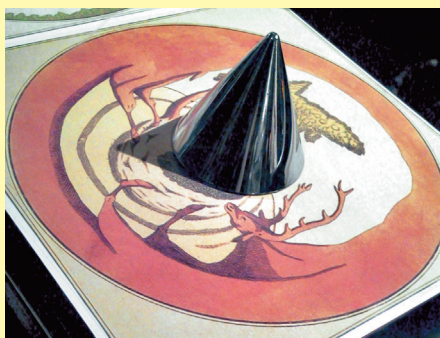
- la symétrie centrale ?
- la rotation ?
- la translation ?
- la symétrie axiale ?

La déformation d'une image à l'aide d'un système optique – tel un miroir courbe – ou par un procédé mathématique est appelée une **anamorphose**. Ce terme est formé sur le mot grec *anamorphoein* (αναμορφωω) « transformer ».

Zag & Sia sont deux street artistes spécialisés dans les techniques d'anamorphose et de trompe l'œil. Depuis 2012, on peut voir leurs œuvres fleurir un peu partout en Bretagne et à Paris. Leur terrain de jeu favori : les marches des escaliers urbains sur lesquelles s'exprime toute leur créativité.

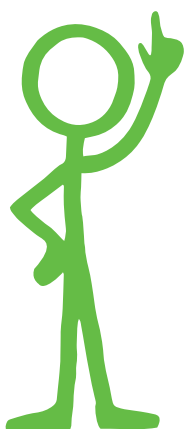


Cet autre exemple, exposé au musée-attraction « Camera obscura », à Édimbourg, en Écosse, illustre une anamorphose sur miroir courbe, ici un cône.



Grandeurs et mesures

- Lignes, surfaces et théorème de Pythagore
- Solides
- Diverses mesures



Grandeurs et mesures

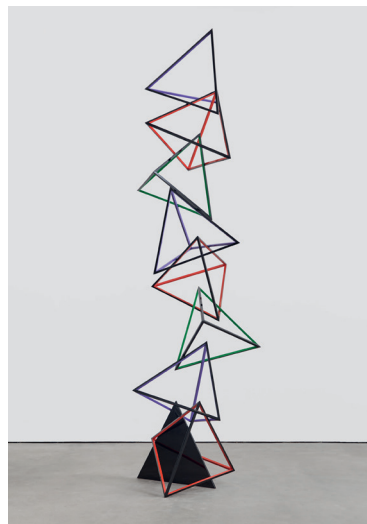
Mobiliser la mesure pour comparer des grandeurs

Résolution de problèmes de mesurage en lien avec les grandeurs et les théorèmes étudiés.



Les mesures et les calculs d'angles, de longueurs, de surfaces et de volumes, sont tous issus de la géométrie euclidienne. De nombreuses œuvres s'en inspirent, dont *Salut-Wire* d'Eva Rothschild, née à Dublin en 1971.

Euclide, le célèbre mathématicien grec (III^e siècle av. J.-C.), toujours barbu, est souvent représenté penché sur son ouvrage, un compas ou un stylet à la main, mesurant, détaillant, inscrivant et notant (gravure ci-contre). Cette gravure est l'image du rédacteur, probablement aidé par d'autres mathématiciens, des treize volumes des *Éléments*. Ce recueil constitue l'essentiel des mathématiques pratiquées aujourd'hui à l'école.



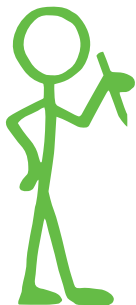
Lignes, surfaces et théorème de Pythagore

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs, dans diverses unités, par manipulation de lignes et de surfaces
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du périmètre et de l'aire d'un polygone, de la longueur d'un cercle et d'un arc de cercle, de l'aire d'un disque et d'un secteur circulaire
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues
- Utilisation du théorème de Pythagore

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	182
Polygones	182
Cercles et disques	183
Arcs et secteurs	188
Encore quelques problèmes	191
Pour réactiver certaines connaissances	194
Théorème de Pythagore	195
Encore quelques problèmes	202



Pour réactiver certaines connaissances

GM1 Carrés en damier

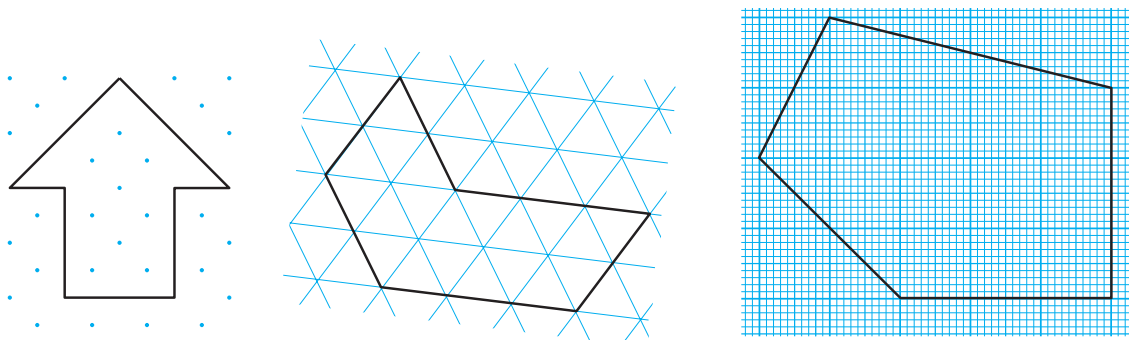
Un damier est constitué de cent carrés de 2 cm de côté, disposés en dix lignes et dix colonnes.

- Quel est son périmètre ?
- Quelle est la mesure de son aire ?

Polygones

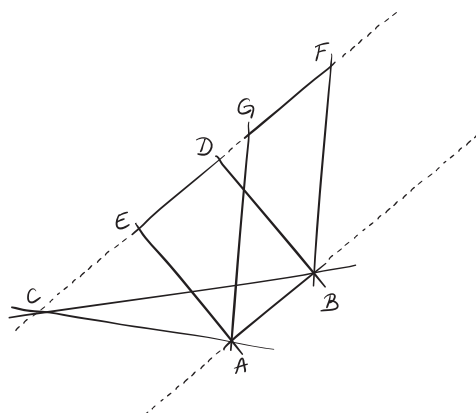
GM5 Quelle aire ?

Exprime l'aire de chaque figure au moyen de plusieurs unités différentes.



GM7 Comparaison, ici, est raison

Compare les aires du triangle ABC ,
du rectangle $ABDE$ et du parallélogramme $ABFG$.



GM8 Et la hauteur ?

L'aire d'un trapèze vaut 16 cm^2 . La grande base mesure $0,5 \text{ dm}$ et la petite 30 mm .

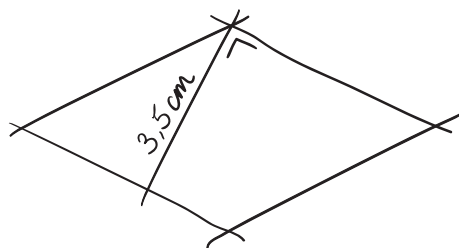
Quelle est la mesure de sa hauteur ?

Fichier: GM9

GM10 Du périmètre à l'aire

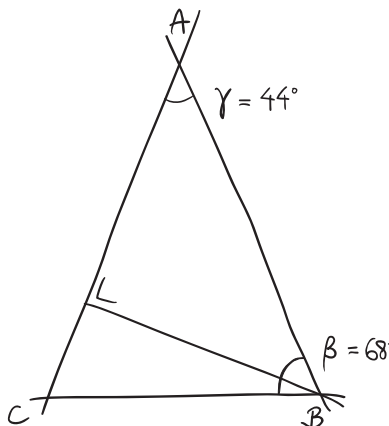
Le périmètre du losange ci-contre est égal à 168 mm .

Calcule son aire.



GM11 En cherchant bien...

Calcule l'aire du triangle ABC sachant que $AB = 5,4 \text{ cm}$ et que la hauteur issue de B mesure $3,7 \text{ cm}$.



Fichier: GM12

Cercles et disques

GM14 Périmètres

Calcule le périmètre de ces deux disques.

- a) Le rayon du premier mesure 10 cm .
- b) Le diamètre du second mesure 5 m .

On emploie le terme « second » plutôt que celui de « deuxième » quand il n'y a que deux éléments. Par exemple : *Élodie et Mourad ont deux enfants : Kylie, l'aînée, et Nora. Nora est donc leur seconde fille ; Kylie est arrivée deuxième du cross scolaire auquel participaient les dix-huit élèves de sa classe.*

Fichier: GM13

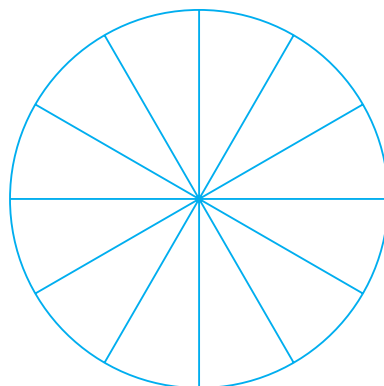
Fichier: GM15

GM16 Découpage

Découpe soigneusement le disque que ton maître te donne puis partage-le en douze parties égales.

Assemble ensuite ces douze parties de manière à obtenir une surface proche d'une figure dont tu sais calculer l'aire.

- À quelle figure ressemble ton montage ?
- Quelle est l'aire approximative de cette figure ?
- En t'inspirant de ce que tu viens de faire, écris une formule te permettant de calculer l'aire d'un disque en fonction de son rayon.

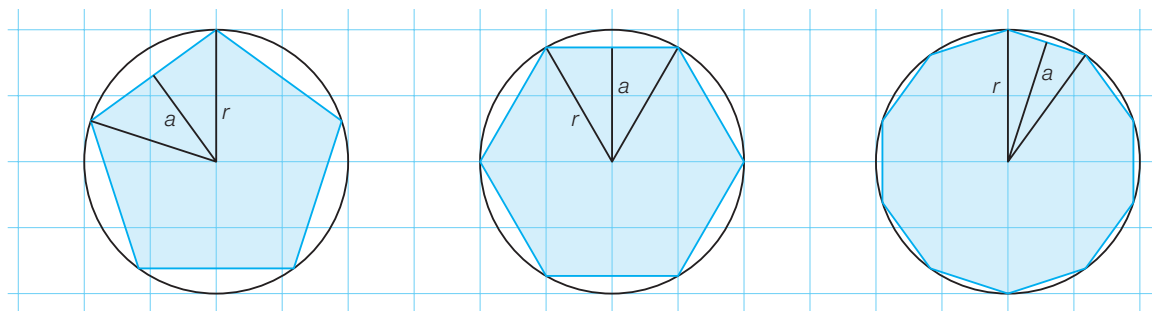


GM17 Du polygone au disque

On peut calculer l'aire d'un polygone régulier avec la formule suivante :

$$\frac{\text{Périmètre du polygone} \cdot a}{2}$$

À l'aide de cette formule, de celle du périmètre du cercle et des dessins ci-dessous, propose une formule pour le calcul de l'aire d'un disque.

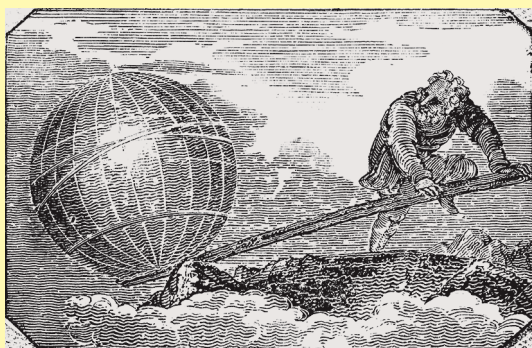


GM18 PIC (Polygones Inscrits dans un Cercle)

Une bonne méthode pour déterminer le périmètre et l'aire d'un disque consiste à inscrire un polygone régulier dans ce disque, puis à calculer le périmètre et l'aire de ce polygone.

Archimède et d'autres mathématiciens grecs y avaient pensé, il y a plus de deux mille ans déjà !

À toi de déterminer le périmètre et l'aire d'un disque de 10 cm de rayon, le plus précisément possible, à partir de différents polygones réguliers.



Archimède (287-212 av. J.-C.) passa la plus grande partie de sa vie à Syracuse, en Sicile. Au cours de son jeune âge, il se rendit en Égypte, où il rencontra Ératosthène et étudia auprès des successeurs d'Euclide. On raconte qu'il inventa la roue dentée, le levier (« *Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le monde.* », illustré dans la gravure ci-contre), le palan ainsi qu'une pompe à eau – connue sous le nom de vis d'Archimède – encore utilisée de nos jours dans de nombreuses régions du globe. Pour résister à l'assaut des armées romaines qui assiégeaient sa ville, il mit au point

diverses machines de guerre, dont une catapulte et un miroir destiné à enflammer les navires ennemis.

En mathématiques, il s'attacha notamment à développer le système de numération grec en y introduisant les exposants, à calculer le plus précisément possible la longueur d'un cercle en fonction de son diamètre et à établir l'aire et le volume de cylindres, de pyramides, de cônes et de sphères.

Selon la légende, le roi de Syracuse, Hiéron, demanda un jour à ce savant grec de déterminer si sa couronne était constituée d'or pur ou d'un alliage d'or et d'argent. Archimède, qui réfléchissait à cette question dans son bain, remarqua alors que le poids de ses membres diminuait dans l'eau. Lorsqu'il comprit que cette diminution de poids correspondait au poids de l'eau déplacée, il s'élança tout nu dans la rue en criant Eurêka (« *j'ai trouvé* »). Son célèbre principe selon lequel tout corps plongé dans un fluide subit une poussée verticale, dirigée de bas en haut, égale au poids du fluide déplacé était né. Dans le domaine de la physique, Archimède trouva encore une méthode pour déterminer le centre de gravité de plusieurs figures géométriques.

Fichier: **GM19 et GM20**

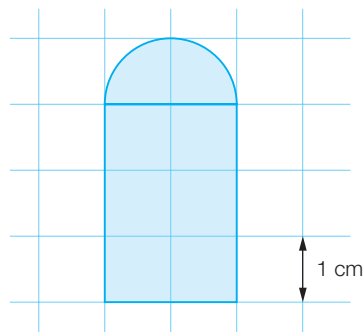
GM21 Aire d'un disque

Calcule l'aire de ces trois disques.

- a) Le rayon du premier mesure 8 m.
- b) Le diamètre du deuxième mesure 3 cm.
- c) Le diamètre du troisième mesure 14 dm.

GM22 Aire et périmètre

Calcule l'aire et le périmètre de la figure ci-contre.

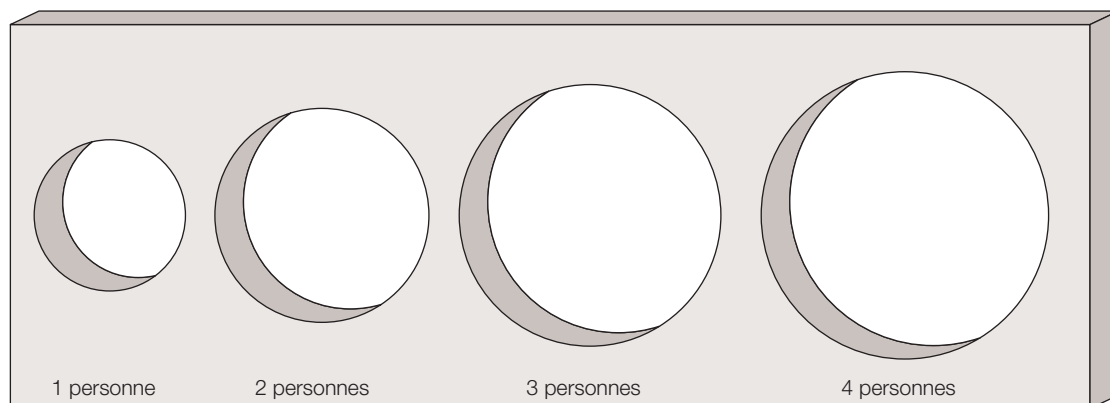


GM23 Des pâtes, oui mais...

Un fabricant de pâtes offre un doseur pour déterminer la quantité de spaghettis suffisante selon le nombre de personnes conviées.

Ce doseur se présente sous la forme d'une plaquette de bois percée de trous circulaires de différents rayons, laissant passer la quantité de spaghettis correspondant au nombre de personnes indiqué.

En supposant que la dose pour une personne est adéquate, ce doseur est-il correct ?



Fichier: GM24 et GM25

GM26 Smile!

Prends les mesures nécessaires et calcule l'aire de la surface blanche de ce visage.



Le terme « **smiley** » désigne le dessin stylisé sur fond jaune censé représenter le sourire,

ou la désapprobation, d'un individu.

Le terme « smiley » vient de *smile*, qui signifie « sourire » en anglais.

Le développement de l'internet, où les smileys sont notamment utilisés dans les forums de discussion, les a rendus célèbres.

Le smiley a été inventé par Harvey Ball, en 1963, pour le compte d'une entreprise qui désirait créer une campagne de promotion visant à stimuler son personnel.

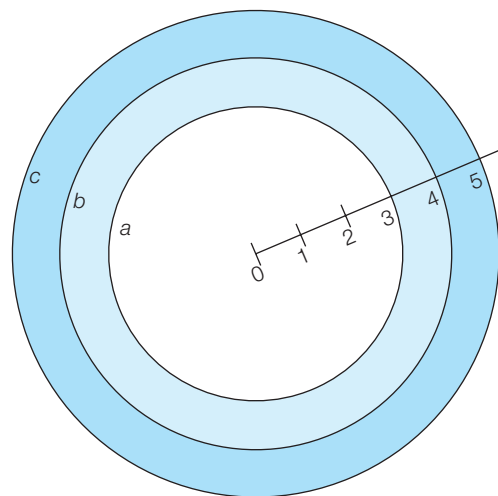
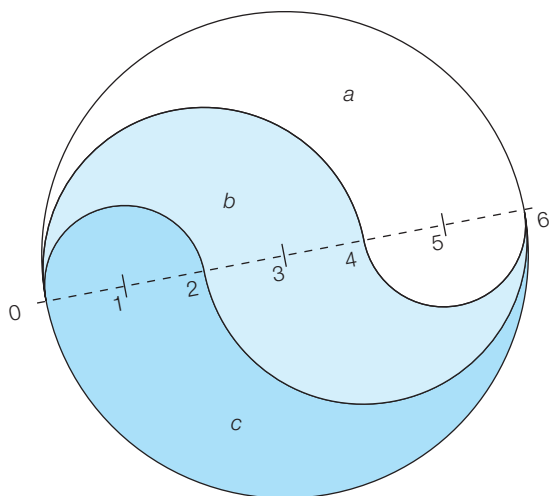
Depuis, de nombreux autres émoticônes ont été créés, mais la figure ronde et jaune reste d'actualité !

GM27 Trois mêmes aires

Dans les deux figures ci-dessous, détermine si les surfaces a , b et c ont la même aire.

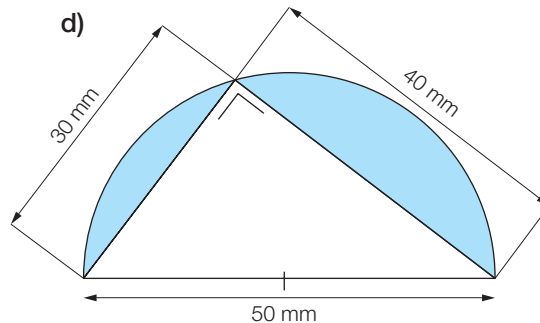
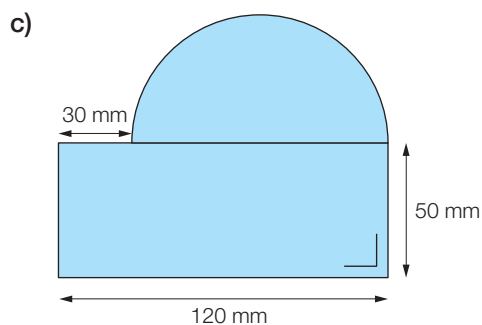
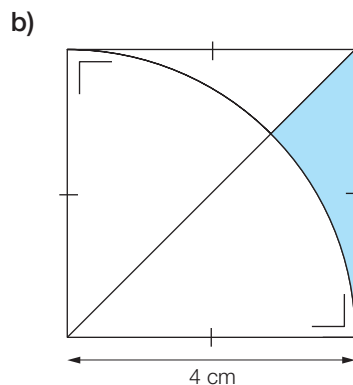
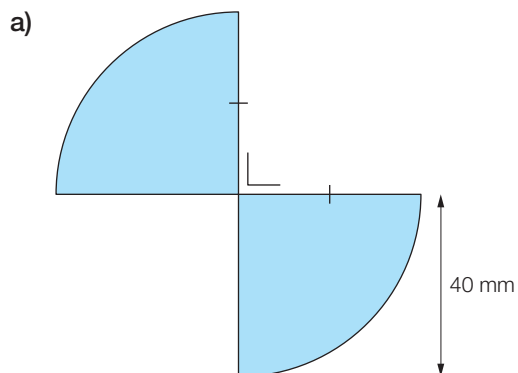
a) Partage selon des demi-cercles uniquement.

b) Partage selon des cercles concentriques.



GM28 Figures composées

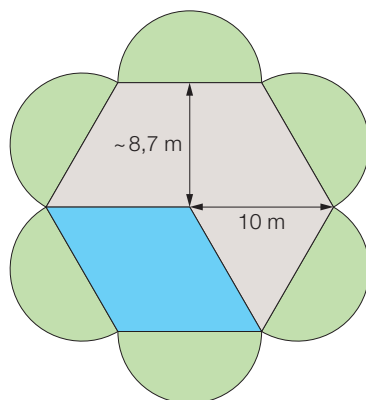
Calcule l'aire et le périmètre des surfaces colorées des figures suivantes.



GM29 Place de jeux

Voici le croquis d'une place de jeux, composée d'un hexagone régulier et de demi-disques, réalisé par Paul lors d'un concours de dessin ; il a prévu du gazon, du sable et une piscine.

- Calcule l'aire de chacun des trois différents espaces de cette place de jeux.
- On veut entourer la place d'une clôture. Quelle sera sa longueur ?



Fichier: **Faire le point p. 195**

Arcs et secteurs

Fichier: **GM30**

GM31 Calculs d'arcs

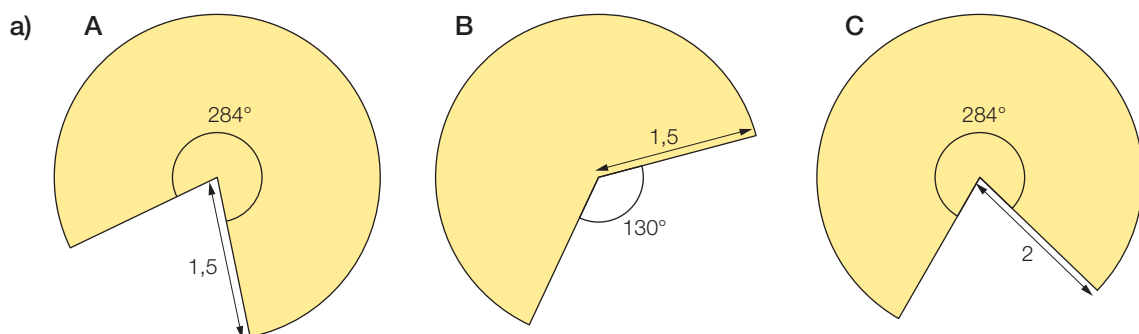
Calcule la longueur de ces deux arcs de cercle.

- Le rayon du premier mesure 3,5 cm et son angle au centre 55° .
- Le diamètre du cercle déterminant le second mesure 9 m et son angle au centre 260° .

GM32 Qui est le plus grand ?

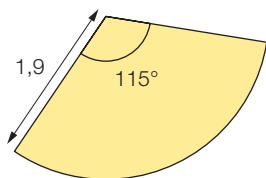
Plusieurs gâteaux circulaires ont été découpés pour être vendus ; ils sont représentés par les dessins ci-dessous. Les mesures des rayons sont exprimées en décimètres.

Classe ces gâteaux selon leurs aires, du plus petit au plus grand, en indiquant comment tu procèdes.

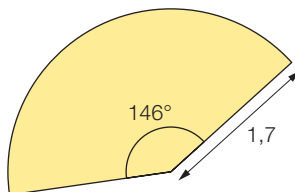


SUITE ►

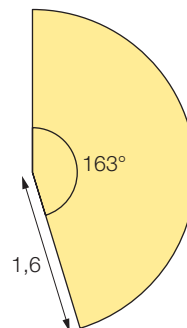
b) A



B



C



GM33 Calculs de secteurs

Calcule l'aire de ces deux secteurs.

- Le rayon du premier mesure 3,5 cm et son angle au centre 55° .
- Le diamètre du cercle déterminant le second mesure 9 m et son angle au centre 260° .

GM34 Arc et secteur

Calcule :

- la longueur d'un arc appartenant à un cercle de 30 cm de diamètre et dont l'angle au centre mesure 265° ;
- l'aire du secteur circulaire correspondant ;
- le périmètre de ce secteur circulaire.

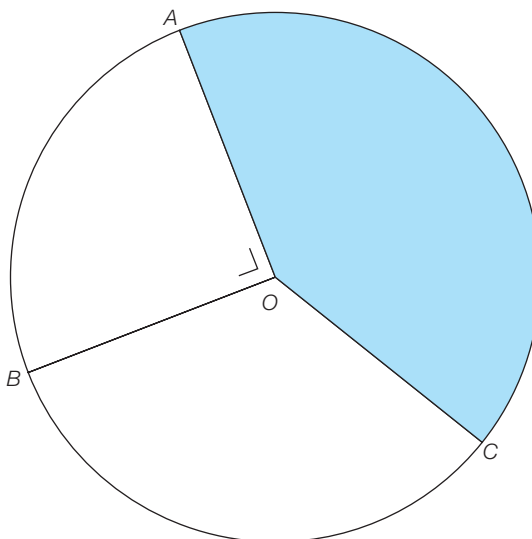
Fichier : GM35 et GM36

GM37 Un p'tit bout !

Dans cette figure :

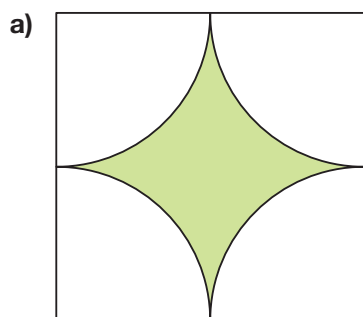
- l'angle $\widehat{AOB}$ est droit ;
- l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 120° ;
- le rayon OB mesure 3,5.

Détermine la mesure de l'arc $\widehat{AC}$ et l'aire de la surface colorée.

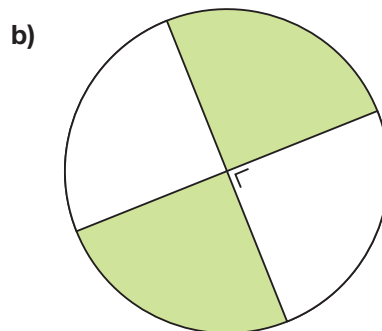


GM38 Secteurs et arcs

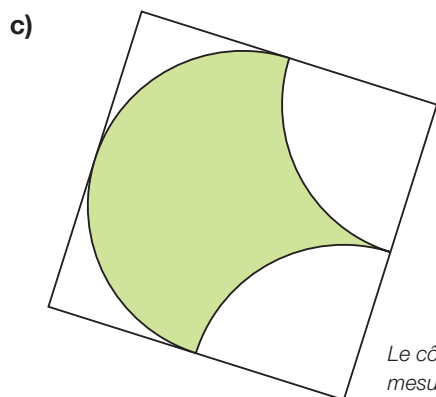
Calcule le périmètre et l'aire des figures colorées.



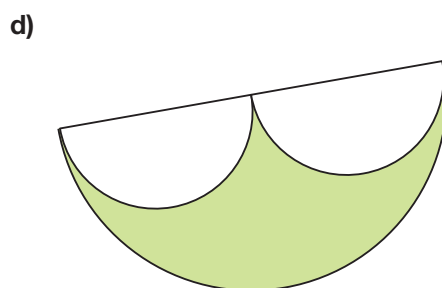
Le côté du carré mesure 5 cm.



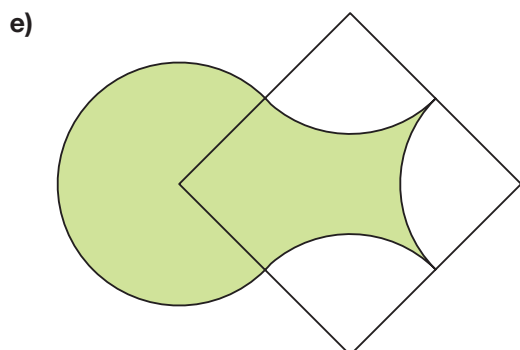
Le rayon du cercle est de 3 cm.



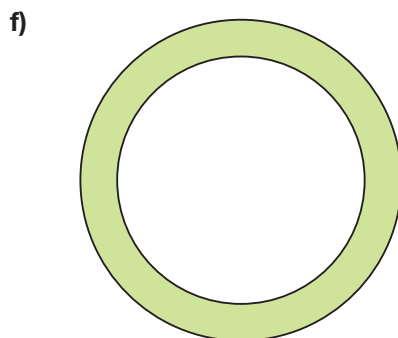
Le côté du carré mesure 4 cm.



Le diamètre du grand demi-cercle est de 14 cm.



Le côté du carré mesure 8 cm.

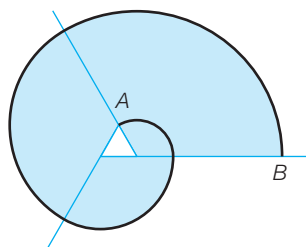


Les rayons des cercles sont de 9 cm et 12 cm.

GM39 En spirale

Sachant que le côté du triangle équilatéral au centre de la figure mesure 2,4 cm, calcule.

- La longueur de la spirale AB .
- L'aire de la surface colorée en bleu.



En 1908, dans une plaine de l'île de Crète où se trouvent les ruines du palais de Phaïstos, les archéologues ont mis au jour un disque recouvert, sur ses deux faces, de symboles étranges, non pas gravés, mais faits avec un tampon. Impossible à dater de façon précise, on le situe entre le XVII^e et le XIV^e siècle avant notre ère.

Le *disque de Phaïstos*, un peu irrégulier, est en argile cuite, très fine. Son diamètre varie de 15,8 cm à

16,5 cm, son épaisseur de 16 mm à 21 mm.

Sur chaque face, une ligne en spirale fait fonction de guide, comme les lignes d'un cahier. Sur une face, 122 hiéroglyphes sont tracés, en 31 groupes séparés l'un de l'autre par un trait vertical ; sur l'autre, 199 en 30 groupes séparés semblablement.

Aucune interprétation convaincante n'a pu être produite sur la signification de ces spirales de symboles.

Encore quelques problèmes

GM41 En vol

Fichier : GM40

En mars 1999, le *Breitling Orbiter 3* de Brian Jones et Bertrand Piccard fut le premier ballon à air chaud à réaliser le tour du monde sans escale.

En octobre 2000, Mike Horn a terminé son tour du monde « Latitude zéro » en 15 mois et 11 jours.

En imaginant que le *Breitling Orbiter 3* ait survolé à une altitude moyenne de 6000 m le chemin parcouru par Mike Horn, combien de kilomètres supplémentaires aurait-il effectués ?



En mars 1999, Brian Jones et Bertrand Piccard ont réussi un fantastique exploit à bord d'un ballon de 55 m de haut : le premier tour du monde en ballon de l'histoire, en 19 jours, 1 heure et 49 minutes. Ils ont ainsi parcouru 42810 km.

Partis, en direction de l'Est, de Château-d'Œx dans le canton de Vaud, l'aérostier suisse et son collègue anglais ont profité de vents rapides de très haute altitude pour réaliser ce tour qui s'est achevé en Égypte.

GM42 Miam-miam

Le plancher d'une cabane a une forme carrée, de 4 m de côté.

Marguerite, la vache d'Aloys, est attachée à une corde de 8 m de long, fixée au sol, à l'un des angles de la cabane et à l'extérieur de celle-ci.

Quelle est l'aire de la surface herbeuse à disposition de *Marguerite* ?

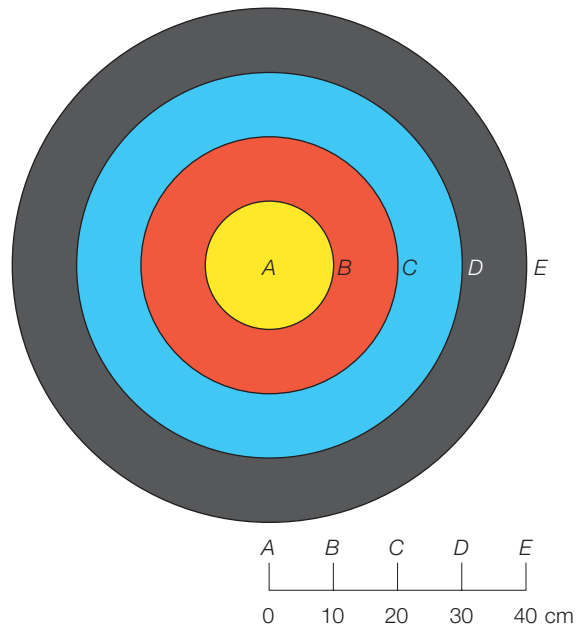
GM43 La cible

Quelle fraction de la cible est peinte en jaune ?

En rouge ?

En bleu ?

En noir ?



1930...

Le tir à l'arc est un sport de précision qui consiste à envoyer des flèches au centre d'une cible au moyen d'un arc. Abandonné en 1920 après cinq éditions, il fut réintroduit dans les compétitions olympiques en 1972.

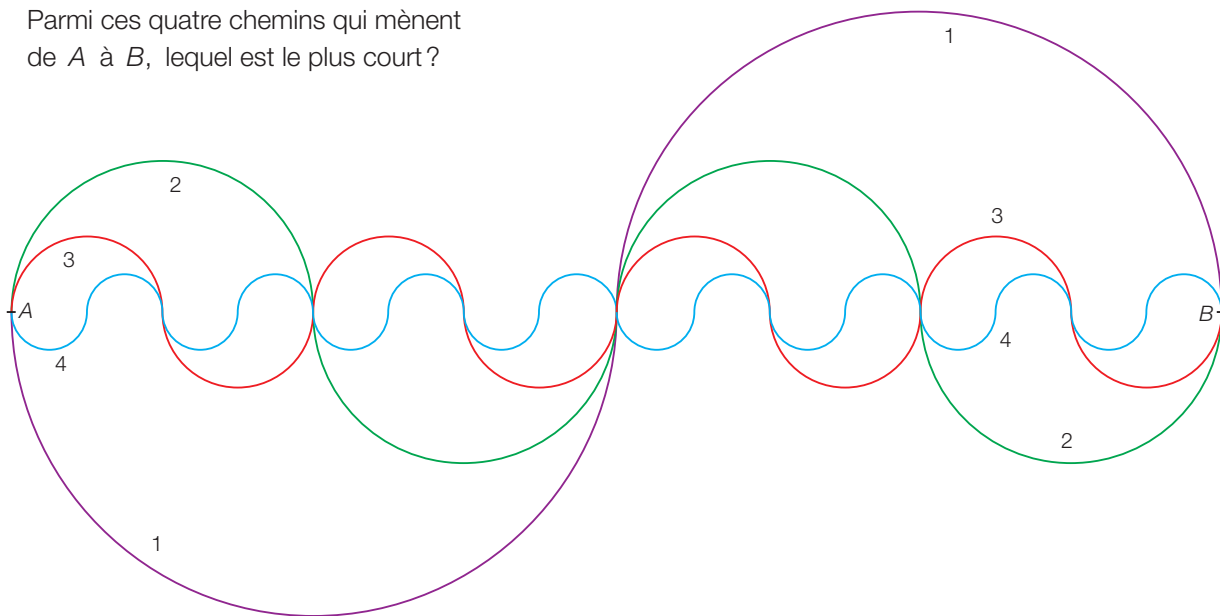


... et aujourd'hui

Les arcs utilisés aujourd'hui n'ont plus rien à voir avec ceux du début du XX^e siècle. Fibres de verre ou de carbone et aluminium ont remplacé le bois, et ils sont désormais équipés notamment d'un viseur, d'un repose-flèche, de stabilisateurs et d'amortisseurs.

GM44 Tous les chemins mènent à B

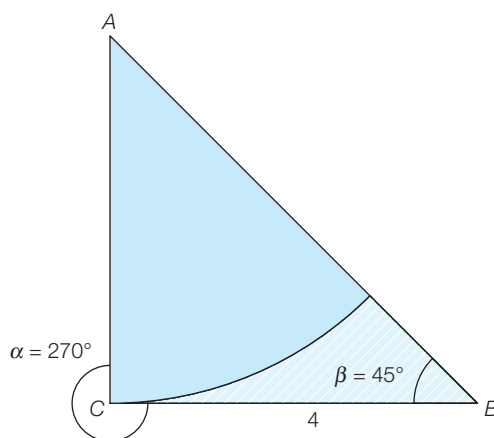
Parmi ces quatre chemins qui mènent de A à B, lequel est le plus court ?



GM45 Chute!

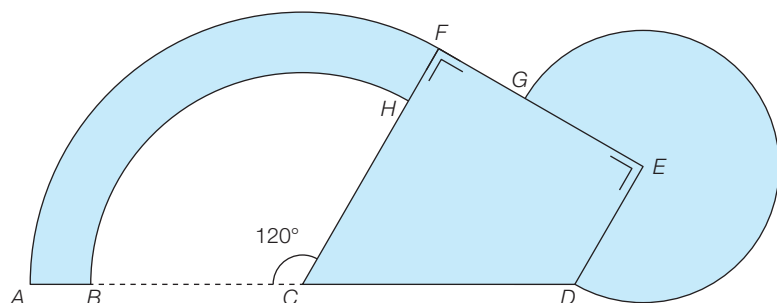
Dans un triangle rectangle, on découpe un secteur circulaire comme indiqué dans la figure ci-contre.

Quel est le pourcentage de chute ?



GM46 En formes

Calcule le périmètre et l'aire de la figure colorée.



$AB = 8 \text{ m}$
 $BC = 28 \text{ m}$
 $CD \cong 36 \text{ m}$
 $DE = 18 \text{ m}$
 $EF = 31,2 \text{ m}$

GM48 La chèvre de madame Seguin

Madame Seguin veut faire brouter sa chèvre sur une parcelle carrée contenant une mare circulaire de 2 m de diamètre. Elle clôture le tour de la parcelle, un carré de 8 m de côté, et celui de la mare.

- Quelle est l'aire de la surface herbeuse que peut brouter la chèvre ?
- Quelle est la longueur totale de la clôture ?

Fichier: **Faire le point p. 201**

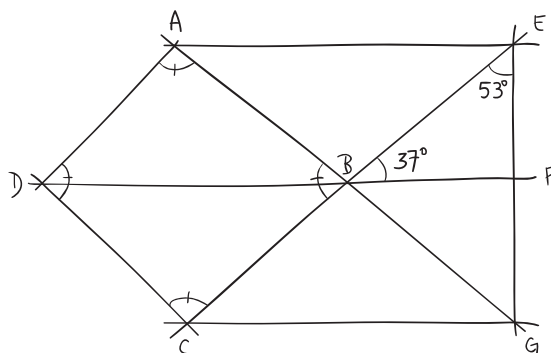
Fichier: **Que sais-je ? p. 203**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **GM49**

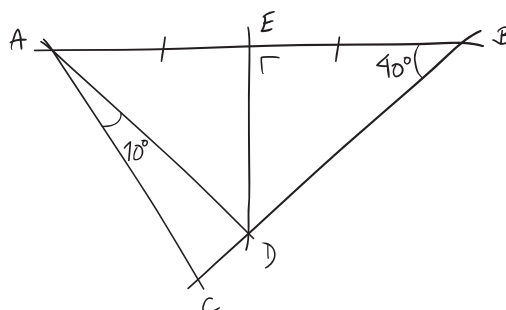
GM50 Vraiment rectangle ?

Dans le croquis ci-contre, nomme tous les triangles tracés dont on est sûr qu'ils sont rectangles. Justifie.



GM51 Rectangle ?

Le triangle ACD est-il rectangle ? Justifie.

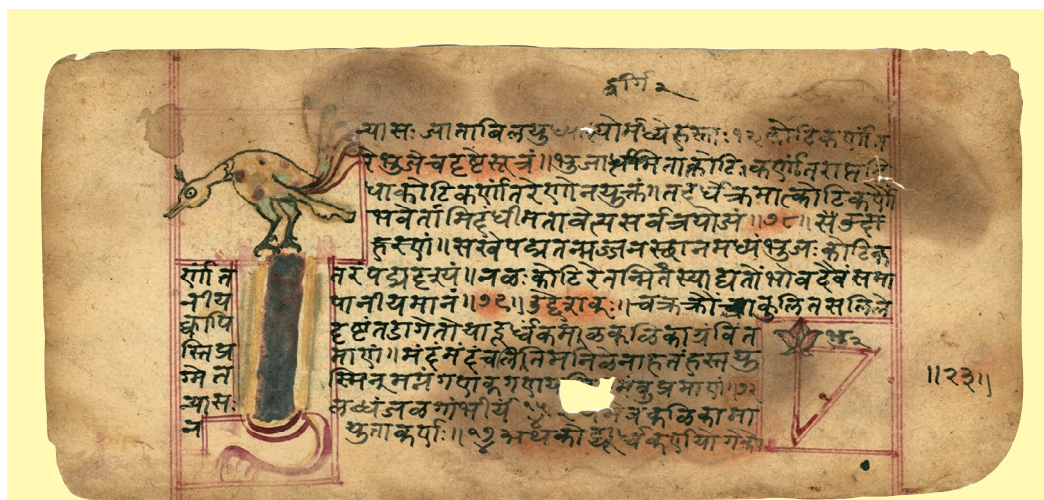
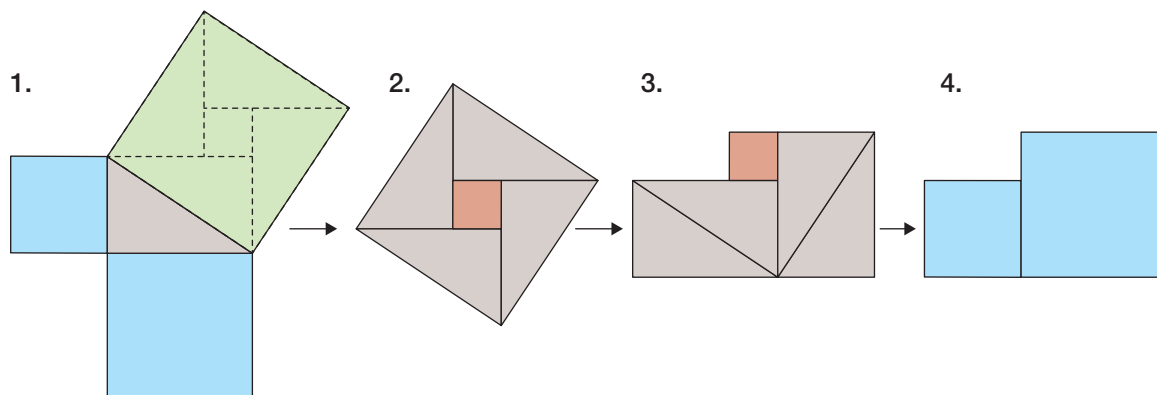


Théorème de Pythagore

GM52 Voyez!

Telle est la seule indication qui accompagne ces figures, imaginées par Bhaskara (école indienne, 1050).

Mais qu'y a-t-il à voir ?



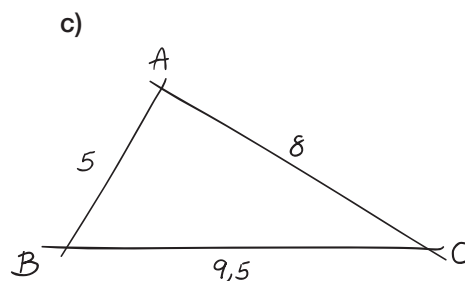
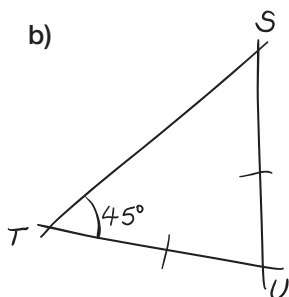
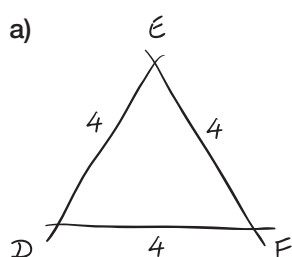
Extrait du manuscrit Lilavati, d'après le nom de la fille de Bhaskara II, illustrant le théorème de Pythagore.

Il ne faut pas confondre ce mathématicien indien (1114-1185) avec un autre Bhaskara qui a vécu vers la fin du VI^e siècle. On parle de Bhaskara I pour évoquer le mathématicien homonyme, alors que c'est Bhaskara II qui nous intéresse ici.

On lui doit de nombreux petits problèmes, notamment celui-ci : « Quel est le plus petit entier qui dans la division par 6 donne un reste égal à 5, dans la division par 5 donne un reste égal à 4, dans la division par 4 donne un reste égal à 3, et dans la division par 3 donne un reste égal à 2 ? »

GM53 Être ou ne pas être rectangle

Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?



La vie et l'œuvre de **Pythagore**, mathématicien et philosophe grec, connu avant tout pour le théorème de géométrie qui porte son nom, sont entourées de mystère.

Pythagore est né dans l'île de Samos et a vécu au VI^e siècle av. J.-C. Il séjourna en Égypte, à Babylone, en Grèce et en

Sicile, avant de s'installer à Crotone, colonie grecque du sud de l'Italie. Il créa une école religieuse, philosophique et scientifique, qui influença fortement la société qui l'entourait. Ses membres, des citoyens

de toutes classes sociales, pratiquaient des rites secrets et proposaient un style de vie qui stimulait la maîtrise de soi, le courage et la discipline collective. Ils prêtaient en outre le serment de ne pas divulguer les découvertes fondamentales qui leur étaient révélées.

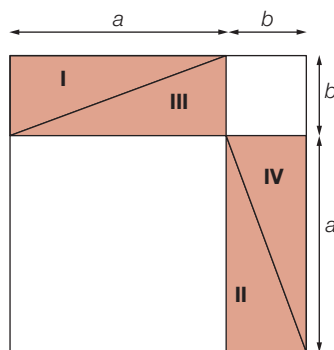
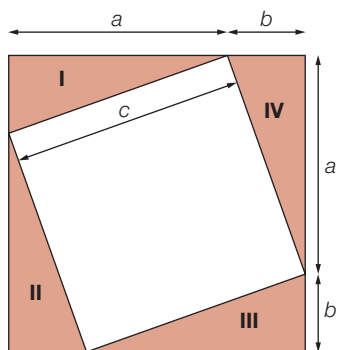
Leur devise était « Tout est nombre » : ils cherchèrent à expliquer les couleurs, la musique, l'univers et l'être humain par les nombres entiers positifs, les négatifs n'ayant pas de sens à cette époque.

Pythagore fut assassiné avec de nombreux disciples, environ 500 ans av. J.-C. Malgré cela, les activités scientifiques de sa communauté se poursuivirent durant deux siècles encore.

GM54 Deux pour un !

Ces deux mêmes tapis carrés ont été décorés à l'aide de quatre triangles rectangles isométriques.

a) Quel est le motif qui nécessite le plus de laine blanche ?



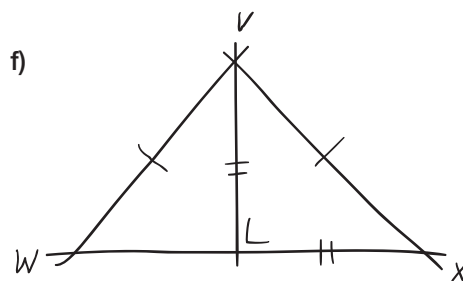
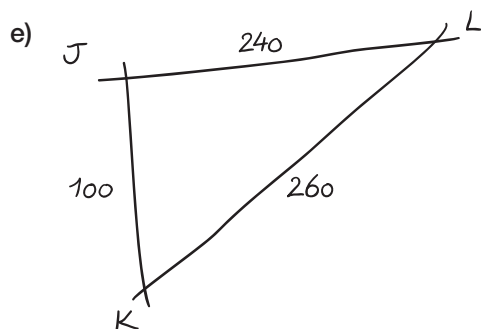
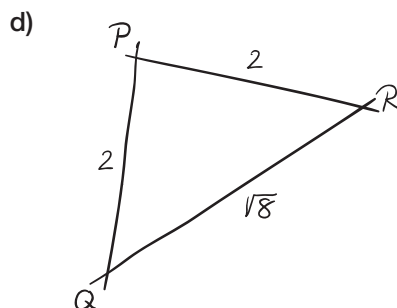
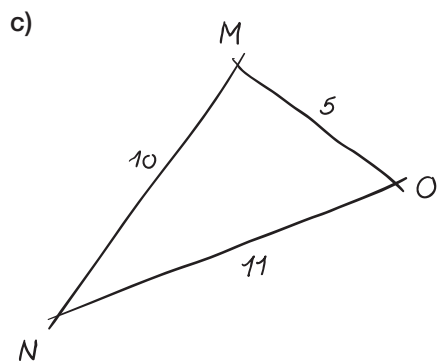
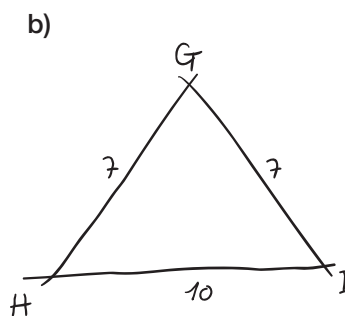
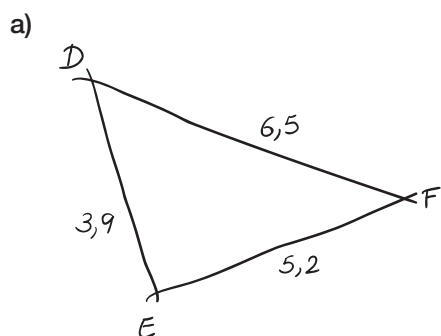
b) Quelle relation peux-tu établir entre a , b et c ?

GM55 Prouvons!

- a) Construis un triangle MNP tel que les longueurs de ses côtés valent : $MN = 9,6$ cm, $MP = 4$ cm et $NP = 10,3$ cm. À vue d'œil, ce triangle est-il rectangle ?
- b) Vérifie ta réponse en utilisant le théorème de Pythagore.

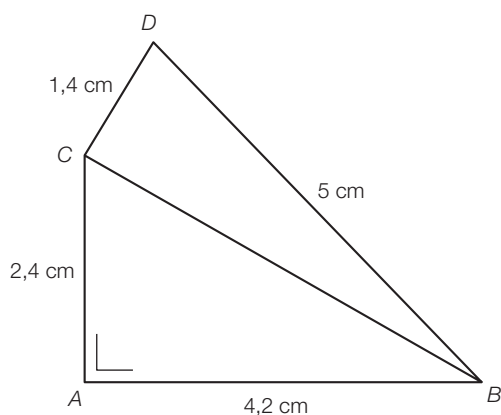
GM56 Triangles rectangles ?

Les triangles ci-dessous sont-ils rectangles ?



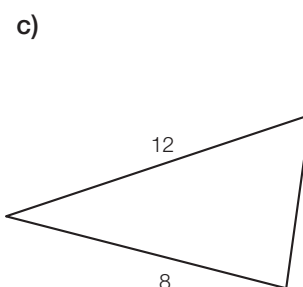
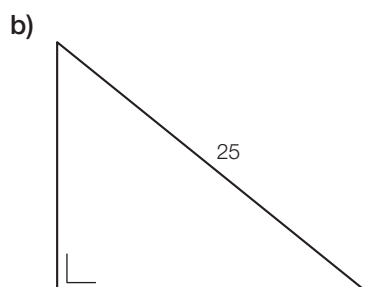
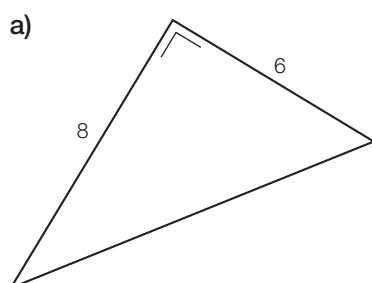
GM58 Aussi rectangle ?

Sur la figure ci-dessous, le triangle CDB est-il rectangle ?



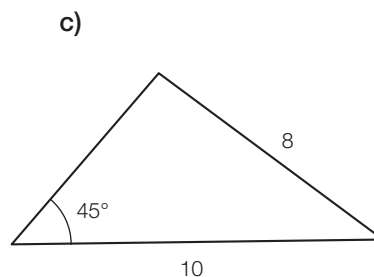
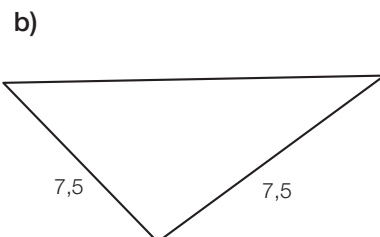
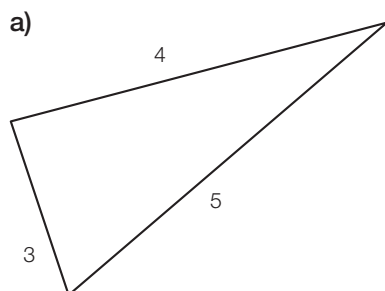
GM59 Possible ou non ?

Calcule, si possible, la ou les mesures manquantes des côtés de chaque triangle.



GM60 Rectangles ou pas ?

Peux-tu dire si les triangles ci-dessous sont rectangles ou non ?



GM61 Où est l'hypoténuse ?

Parmi les triangles suivants, lesquels sont rectangles ?
S'ils le sont, indique quel côté est l'hypoténuse.

- a) $AB = 15$ cm, $BC = 17$ cm et $AC = 8$ cm.
- b) $EF = 8$ m, $FG = 5,5$ m et $EG = 9,2$ m.
- c) $XY = 19,2$ mm, $YZ = 9,2$ mm et $XZ = \sqrt{284}$ mm.

GM62 Rendez-vous galant

Marie-Christine veut rendre visite à son Roméo. Pour y parvenir, elle doit passer par la fenêtre de sa chambre, qui est située à 6 m au-dessus du sol. Marie-Christine positionne une échelle de telle manière que le haut de celle-ci arrive juste au bas de la fenêtre. Les pieds de l'échelle se retrouvent alors à une distance horizontale de 2 m du mur.

Quelle est la longueur de l'échelle ?

Chaque année, la ville de Vérone, en Italie, voit défiler un flot de touristes, non seulement des amateurs d'opéra qui profitent des spectacles donnés dans les arènes romaines de la ville, mais aussi de nombreux visiteurs qui viennent s'attarder sous le balcon des amants de Vérone, Roméo et Juliette, couple mythique, héros malheureux d'une tragédie de l'auteur anglais Shakespeare.



La maison de Juliette à Vérone

GM63 Montage et démontage

Tu viens d'acheter une armoire que tu dois monter dans ta chambre.

Les dimensions de cette armoire sont les suivantes : hauteur = 236 cm, largeur = 100 cm et profondeur = 60 cm.

Étant seul pour la monter, tu la construis couchée sur le sol.

Pourras-tu, une fois qu'elle sera montée, la redresser sachant que ta chambre a une hauteur de 2,5 m ?

GM64 Consigne

Dans la consigne d'une gare, on trouve des casiers dont les dimensions sont : 80 cm de large, 150 cm de haut et 60 cm de profondeur.

Nathanaël peut-il y déposer ses skis de 1,70 m ?

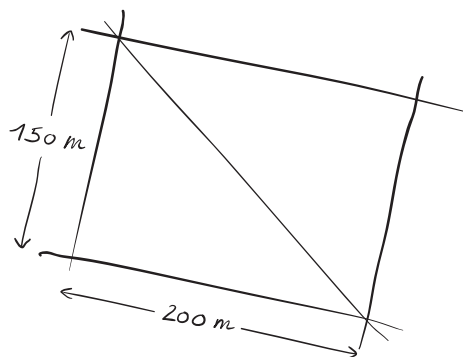
GM65 Jogging

Bill s'entraîne sur la piste rectangulaire et John sur l'une des pistes triangulaires schématisées ici.

Ils courent à la même vitesse et pendant la même durée.

Bill fait douze tours de piste.

Et John ?

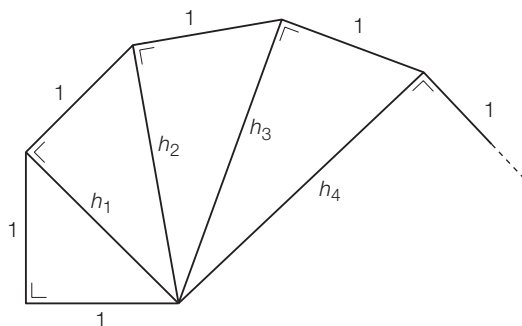


GM66 L'escargot

Reproduis cette « spirale » et continue sa construction.

Quelle sera la mesure de l'hypoténuse h_{15} ?

Donne les numéros d'ordre de deux hypoténuses successives dont la différence des mesures est inférieure à un millième.



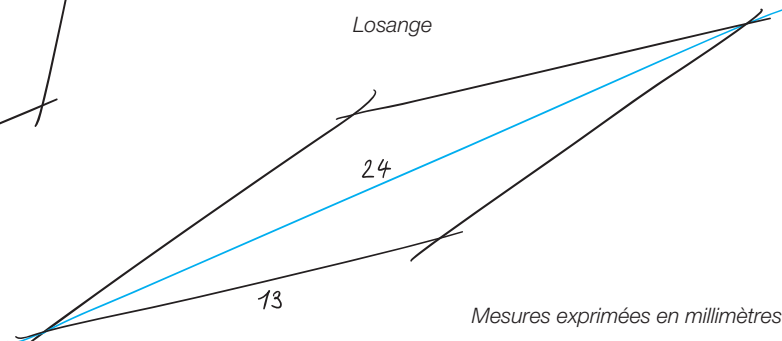
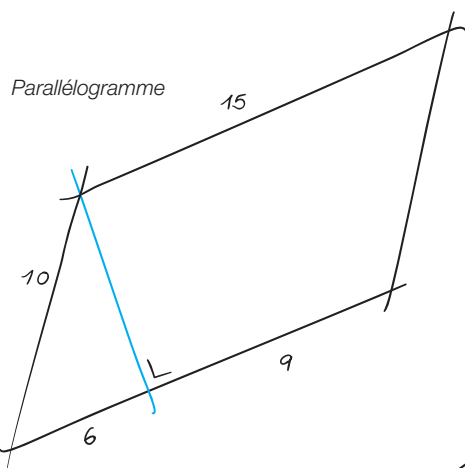
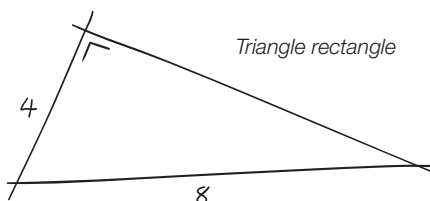
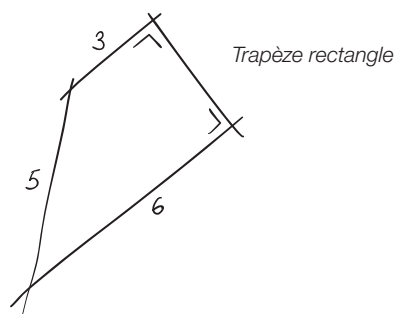
GM67 En es-tu certain ?

$A(2; 4)$, $B(14; 3)$ et $C(9; 14)$ sont les trois sommets d'un triangle, tout comme les points : $E(1; 1)$, $F(2; 7)$ et $G(12; 5)$.

Que dire de chacun de ces triangles ?

GM68 Angles droits et polygones

Calcule l'aire de chacun de ces polygones.



GM69 En diagonale

- a) Les diagonales d'un losange mesurent 15 cm et 20 cm.

Quel est le périmètre de ce losange ? Et son aire ?

- b) Les diagonales d'un carré mesurent 12 cm.

Quel est le périmètre de ce carré ? Et son aire ?

GM70 D'un triangle à un rectangle

- a) Le triangle ABC , rectangle en C , est tel que $AC = 6$ cm et $AB = 10$ cm.

Quelle est la mesure de la hauteur issue du sommet C ?

- b) Les dimensions d'un rectangle sont 8 cm et 15 cm.

Quelle est la distance entre un sommet et la diagonale ne passant pas par ce sommet ?

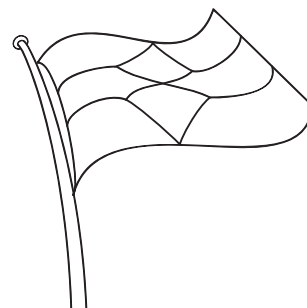
Encore quelques problèmes

GM71 Plan du fanion

On a cousu ensemble huit morceaux de tissu pour confectionner un fanion carré; chaque morceau de tissu a une aire de 8 dm^2 .

Les morceaux des « coins » du fanion sont des trapèzes isométriques.

Dessine un « plan » du fanion à l'échelle 1 : 5.



GM72 En trois parties

Dessine un carré.

Trace deux droites passant chacune par l'un des sommets de ton carré, de telle sorte qu'elles le partagent en trois parties de même aire.

Trace les différentes possibilités.

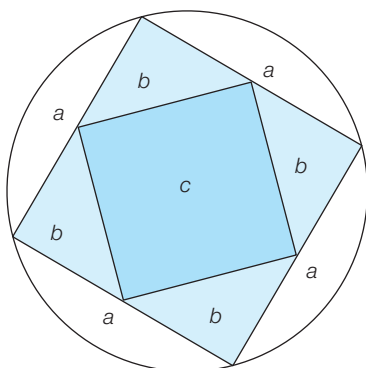
GM73 Aire maximale

Quelle est l'aire maximale d'un triangle dont le périmètre mesure 18 cm ?

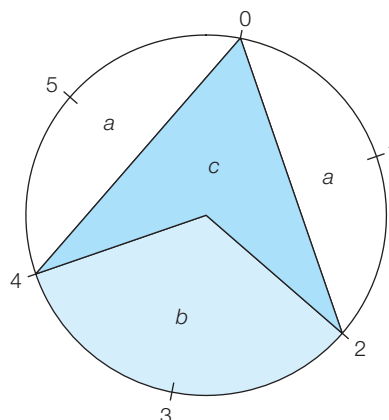
GM74 Aires identiques ?

Dans les deux figures ci-dessous, détermine si les surfaces a , b et c ont la même aire.

a) Partage effectué selon deux carrés inscrits.



b) Partage effectué selon deux cordes et deux rayons.



GM78 La tour de l'Horloge

Le 21 mars 1999, Brian Jones et Bertrand Piccard bouclent le premier tour du monde en ballon (voir p. 191).

Pascal, baron de la Batia, qui vient d'apprendre la nouvelle, se trouve alors au pied de la tour de son château, dont l'horloge a été construite au début du XVI^e siècle.

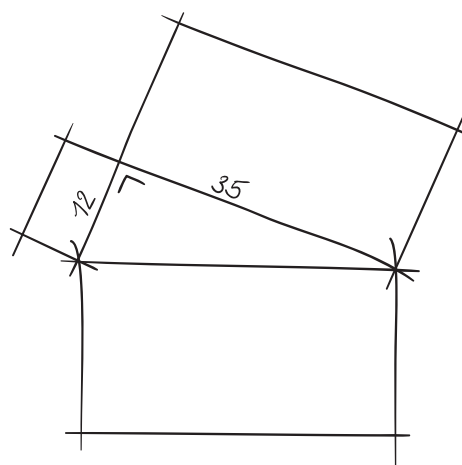
Une question, tirée par les quelques cheveux qui lui restent, lui traverse alors l'esprit :

« Est-ce que l'extrémité de l'aiguille des minutes (160 cm de longueur) a déjà parcouru un aussi long chemin que le ballon *Breitling Orbiter 3* ? »

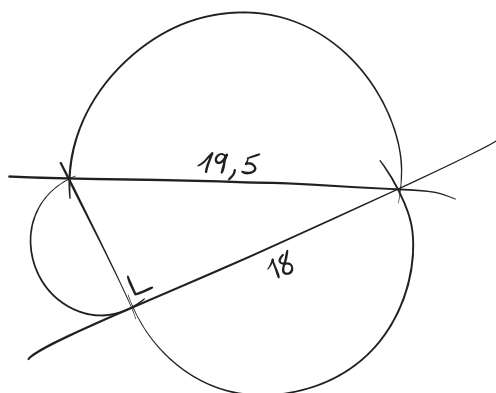
GM79 Surfaces équivalentes ?

- a) On a construit des demi-carrés sur chaque côté de ce triangle rectangle.

L'aire du grand demi-carré est-elle égale à la somme des aires des deux autres demi-carrés ?



- b) Effectue la même recherche à partir de ce triangle rectangle et de ces demi-disques.



- c) Et que se passerait-il avec un triangle rectangle et des triangles équilatéraux ?

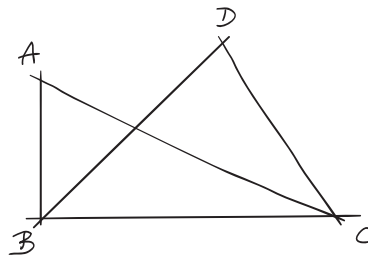
GM80 Questions en tous genres

- a) Le triangle BCD est-il rectangle?

ABC est un triangle rectangle en B .

$AB = 1,25$ cm et $AC = 3,25$ cm.

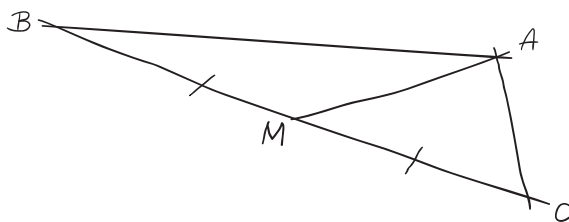
$BD = 2,4$ cm et $CD = 1,8$ cm.



- b) Les segments AM et AC sont-ils perpendiculaires?

$AC = 12$ cm, $AM = 16$ cm et $BC = 41$ cm.

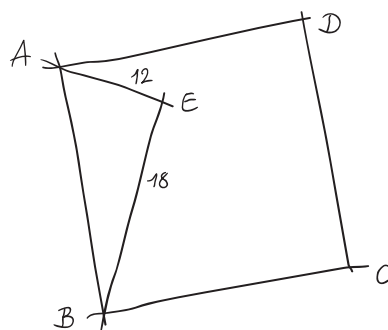
M est le milieu de BC .



- c) Calcule l'aire du pentagone $AEB CD$.

$ABCD$ est un carré.

AEB est un triangle rectangle en E .

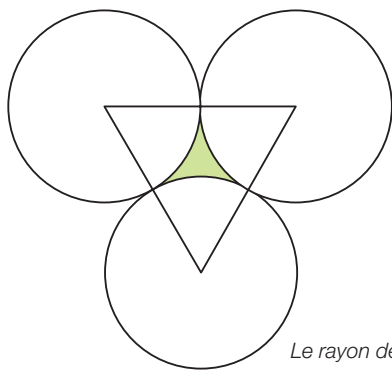


Mesures en centimètres

GM81 Encore des questions en tous genres

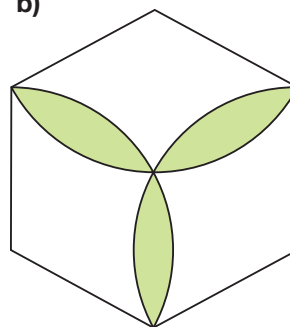
Calcule le périmètre et l'aire des surfaces colorées des figures suivantes.

a)



Le rayon de chaque cercle mesure 3 cm

b)



Le côté de l'hexagone régulier mesure 5 cm



La mesure des solides est une étape nécessaire pour construire maisons, palais, monuments, bateaux, etc. Les êtres humains ont, de tout temps, cherché à rendre leurs constructions pratiques et, souvent, à les emplir d'harmonie.

Colonnes grecques, pyramides d'Égypte, bâtisses aux façades rectangulaires, carrées ou trapézoïdales, sont toutes des solides. Les architectes et les artistes qui les conçoivent représentent ces éléments d'abord sur le papier, en deux dimensions. Elles et ils fixent les longueurs des arêtes, calculent les volumes, évaluent les espaces à disposition et la répartition des masses.

À Paris, le peintre et sculpteur français Daniel Buren, né en 1938, se fait architecte pour réaménager un espace qui était auparavant un parking, dans la cour d'honneur du Palais-Royal. Les trois mille mètres carrés de cette cour ont, dès 1986, accueilli deux cent soixante colonnes de marbre blanc zébré de noir et de tailles fort différentes. Même si l'œuvre a provoqué de nombreuses discussions et protestations, elle figure maintenant parmi les lieux les plus visités de la capitale française.

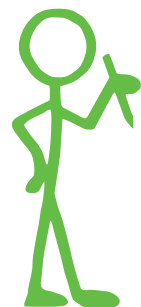
Solides

Apprentissages visés

- Estimation, comparaison, classement et mesure de grandeurs, dans diverses unités, par manipulation de solides
- Mesure des dimensions adéquates, calcul du volume et de l'aire de prismes droits et de cylindres
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	208
Mesures de prismes droits	209
Mesures de cylindres	212
Mesures de solides composés	214
Encore quelques problèmes	216



Pour réactiver certaines connaissances

GM82 Réactivons encore

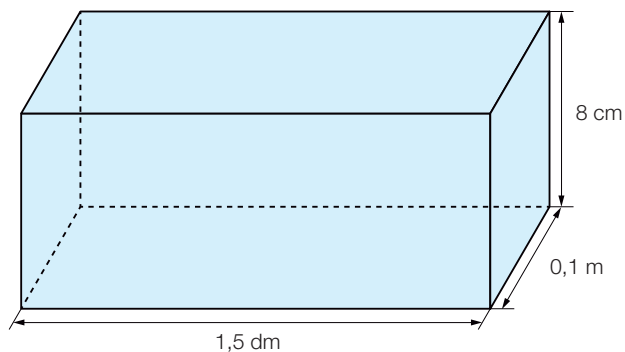
Transforme.

- | | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| a) 3 m^3 en dl | d) $0,4 \text{ l}$ en dm^3 | g) $0,036 \text{ hl}$ en dm^3 |
| b) 4 hl en dm^3 | e) $0,0012 \text{ dm}^3$ en ml | h) $1,2 \text{ m}^3$ en hl |
| c) 5 cm^3 en cl | f) $34,3 \text{ cl}$ en cm^3 | |

Fichier: GM83

GM84 Toutes les dimensions

Calcule le volume de ce parallélépipède rectangle, son aire totale et la longueur totale de ses arêtes.

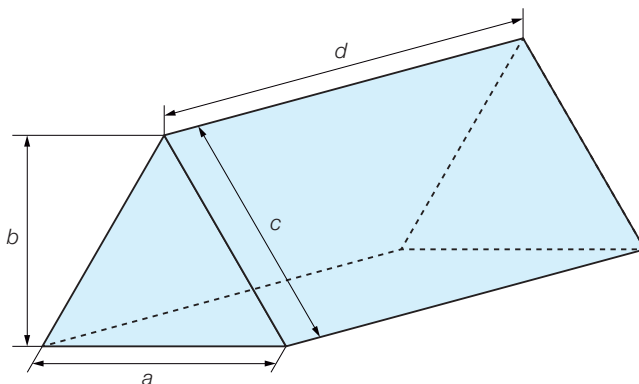


GM85 Prisme à base triangulaire

La base de ce prisme droit est un triangle isocèle.

Calcule son aire totale et son volume.

- $a = 6 \text{ mm}$
 $b = 4 \text{ mm}$
 $c = 5 \text{ mm}$
 $d = 9 \text{ mm}$



Mesures de prismes droits

GM86 The Wall

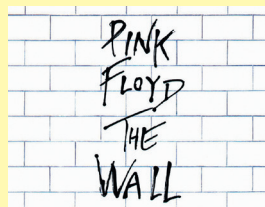
Empilées, les neuf pièces de ce jeu de construction forment un mur de 14 cm de longueur, de 9 cm de hauteur et de 3 cm d'épaisseur.

Avec tes camarades :

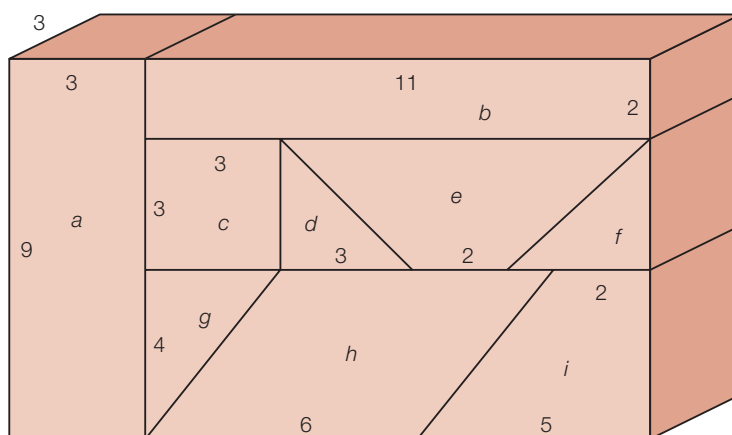
a) Construis les neuf pièces et, pour chacune :

- indique son nom ;
- construis l'un de ses développements ;
- calcule l'aire totale de ses faces ;
- calcule son volume.

b) Calcule l'aire totale et le volume du mur.



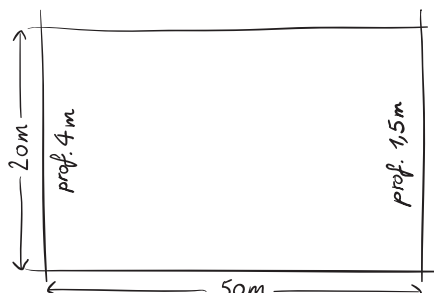
The Wall, sorti en 1979, est un disque mythique du groupe de rock britannique Pink Floyd, reconnu pour sa musique expérimentale, souvent planante, et pour l'esthétisme de ses concerts. Environ trente millions d'exemplaires de ce double album ont été vendus.



GM87 La piscine

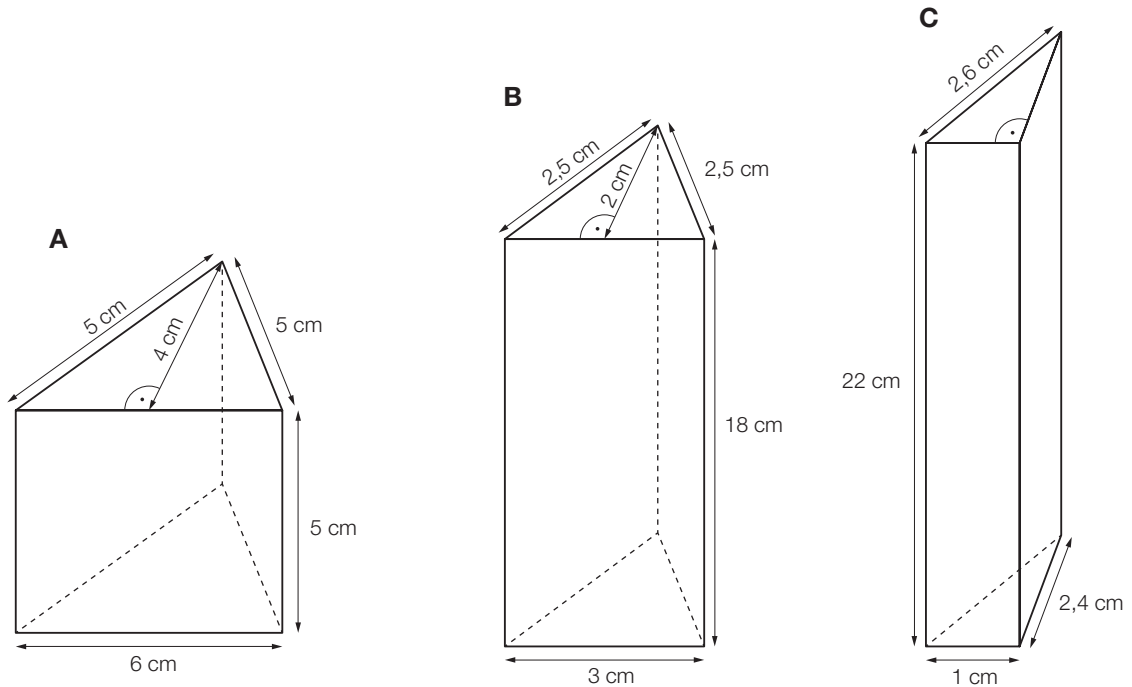
Voici le plan d'une piscine.

- a)** Calcule le volume de l'eau contenue dans le bassin.
- b)** Calcule l'aire de la couche protectrice à peindre en bleu, sur les parois verticales.
- c)** On veut recouvrir le fond de la piscine avec des carreaux de 20 cm de côté. Estime le coût, si le mètre carré de carreaux rendu/posé revient à Fr. 120.–.



GM89 Boîtes à remplir

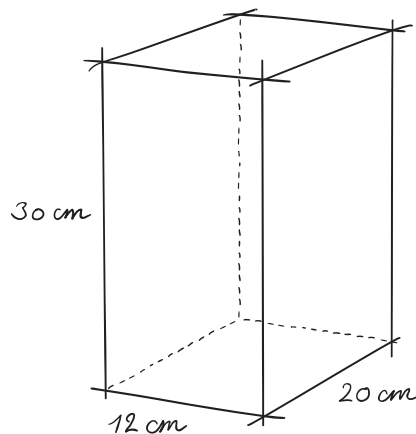
- a) Si tu remplissais d'eau chacune de ces boîtes, laquelle en contiendrait le plus ?
- b) Si tu peignais leurs faces extérieures, laquelle nécessiterait le plus de peinture ?
- c) Et si tu construisais leurs armatures avec du fil de fer, pour laquelle devrais-tu prévoir le plus de fil ?



GM90 Eau en boîte

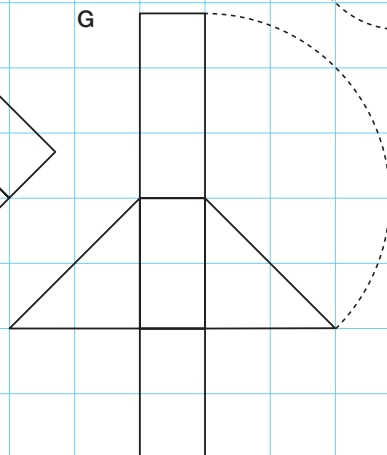
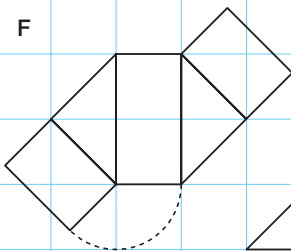
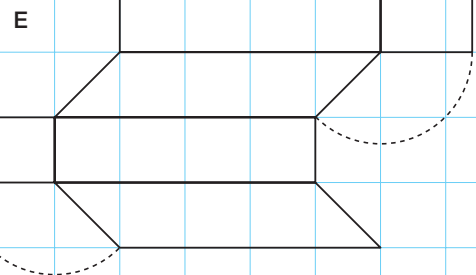
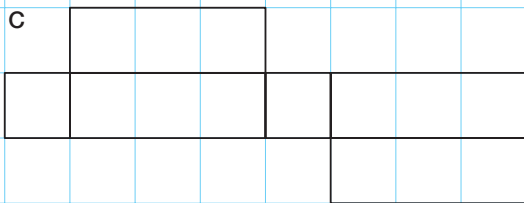
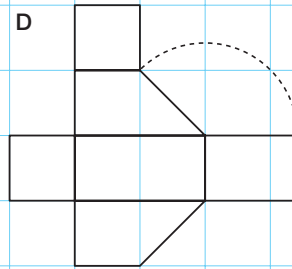
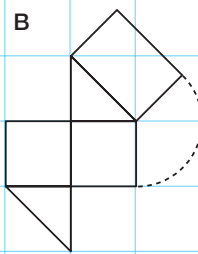
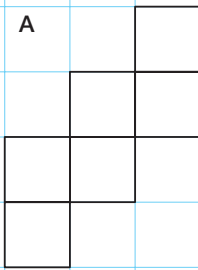
On verse 4 l d'eau dans cette boîte en forme de parallélépipède rectangle.

À quelle hauteur l'eau arrivera-t-elle ?



GM91 Du développement au volume

- a) Si un carreau a 1 cm de côté, quel est le volume de chacun de ces solides, représentés par leur développement ?
- b) Et quels seraient ces volumes si un carreau avait 3 cm de côté ?



Mesures de cylindres

GM92 Du rectangle au cylindre

Découpe deux rectangles de papier de 12 cm sur 20 cm pour en faire deux cylindres circulaires droits, sans fond, sans couvercle et sans aucun recouvrement, mais différents.

Ces deux cylindres ont-ils le même volume ?

Découpe d'autres rectangles de même aire que les deux premiers, mais de dimensions différentes.

Fais-en des cylindres et calcule leur volume.

GM93 Des CD

Pour empiler cinquante CD (12 cm de diamètre et 1,2 mm d'épaisseur), une boîte cylindrique de 650 cm³ de volume suffit-elle ?

GM94 Simple cylindre

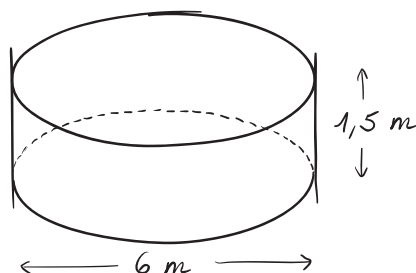
Calcule le volume d'un cylindre circulaire droit de 20 mm de rayon et de 35 mm de hauteur.

Calcule également son aire latérale et son aire totale.

Fichier: GM95

GM96 Piscine cylindrique

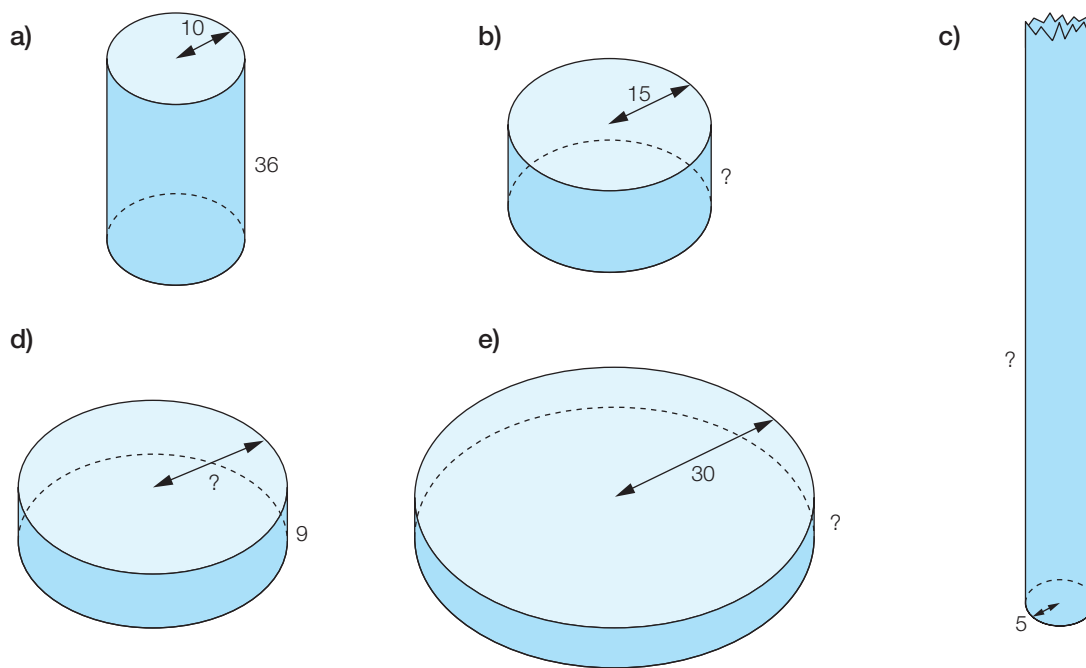
a) Quel volume d'eau cette piscine cylindrique peut-elle contenir ?



- b) Si on voulait doubler le volume en conservant le diamètre, quelle devrait être sa nouvelle profondeur ?
- c) Si on voulait doubler le volume en conservant la profondeur, quel devrait être son nouveau diamètre ?

GM97 Cylindres en tous genres

Tous ces cylindres ont le même volume.



Calcule les dimensions qui manquent.

GM98 Vase à fleurs

Un vase cylindrique en verre a des parois et un fond de 5 mm d'épaisseur. Son diamètre extérieur est de 12 cm et sa hauteur de 23,5 cm.

Quel volume d'eau peut-il contenir ?

GM99 Le puisatier

Un puits de section circulaire a une profondeur de 18 m. Son rayon mesure 0,75 m et le niveau d'eau se situe au tiers de sa hauteur.

- Calcule le volume d'eau contenu dans ce puits.
- Quelle serait la quantité d'eau contenue dans ce puits, si celui-ci était à moitié plein ?
- Combien de bidons de 20 l pourrait-on remplir si le puits était plein ?
- Si le puits avait un rayon quatre fois plus grand et qu'il était plein, combien de récipients de 5 dl pourrait-on remplir ?

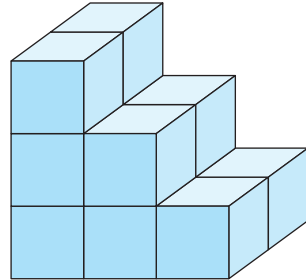
Mesures de solides composés

GM100 L'escalier de la crèche

Dans une crèche, des enfants ont construit un escalier constitué de douze cubes identiques.

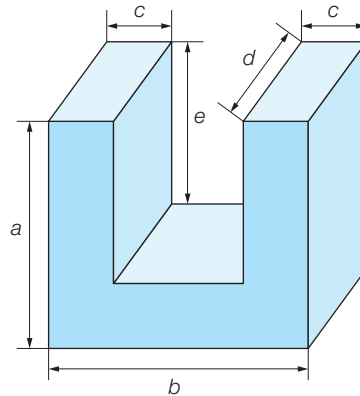
La longueur de l'arête d'un cube mesure 5 dm.

Quels sont l'aire totale et le volume de cet escalier ?



GM101 Le U

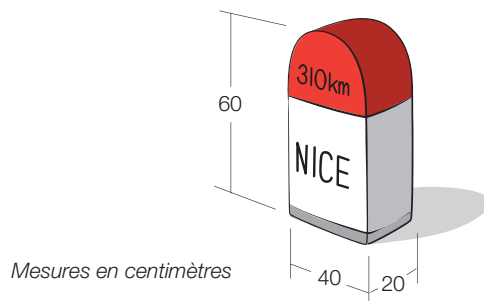
Calcule le volume de ce «U».



$$\begin{aligned} a &= 14 \text{ cm} \\ b &= 16 \text{ cm} \\ c &= 4 \text{ cm} \\ d &= 6 \text{ cm} \\ e &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

GM102 Nice se rapproche

Calcule le volume de cette borne.



Sur toutes les autoroutes de Suisse se trouvent des **bornes** indiquant le PK (point kilométrique) de l'endroit, permettant de déterminer les distances à partir de lieux de référence. On trouve ces bornes tous les kilomètres et elles sont généralement placées dans l'espace entre les deux voies de circulation et le long de la bande d'arrêt d'urgence.



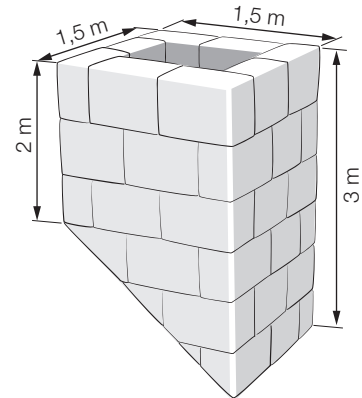
On trouve aussi un panneau rectangulaire – comme ci-contre – plus petit et ayant la même fonction, mais tous les cent mètres.

GM103 La cheminée

- a) Quelle est la masse de cette cheminée ?
 b) Et si on la surélevait de 2 m ?

À disposition :

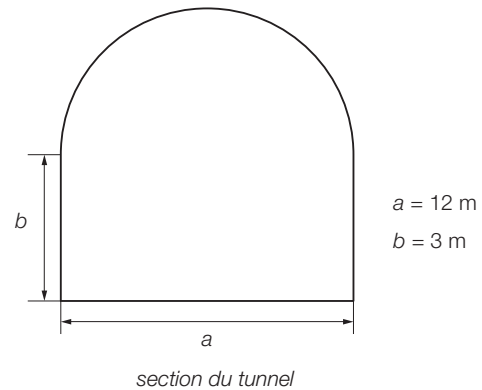
- la largeur d'une brique : 10 cm ;
- la masse de 1 cm^3 de brique : 1,8 g.



GM104 Le bout du tunnel

On construit un tunnel rectiligne de 8 km de longueur.

Quel volume de roche faudra-t-il extraire ?



La galerie ferroviaire la plus longue jamais creusée se trouve au cœur de la Suisse, sous le massif du Saint-Gothard. Elle mesure 57 km et relie l'Allemagne, la Suisse et l'Italie.

Le tunnel de base du Gothard dispose de deux voies, 228 km de rails et relie les cantons d'Uri et du Tessin.

Encore quelques problèmes

GM105 À la pizzeria

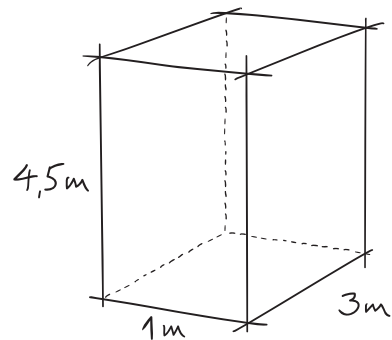
Le gérant d'une pizzeria commande huit tables dont le plateau rectangulaire est en marbre. Chaque plateau mesure 80 cm sur 140 cm et son épaisseur est de 2 cm.

Quelle est la masse d'un plateau, sachant que 1 m³ de marbre a une masse de 2,5 t ?

GM106 Pierres au fond

Ce schéma indique les dimensions intérieures d'un réservoir d'eau.

On plonge dans ce réservoir, rempli à 1 m du bord, 24 cubes de pierre de 0,5 m d'arête chacun. L'eau va-t-elle déborder ?



GM107 Piscine olympique

Une piscine olympique mesure 50 m de long, 25 m de large et 2,50 m de profondeur.

On recouvre le fond et les parois de carrelage. Les carreaux de faïence utilisés par le carreleur sont des carrés de 10 cm de côté.

- Combien de carreaux le carreleur devra-t-il utiliser ?
- Quelle est la capacité totale de la piscine ?

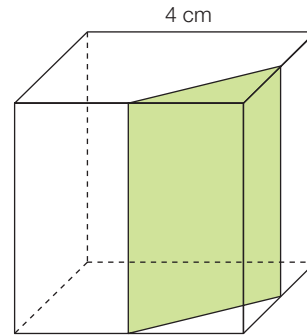


Piscine olympique de Nancy

GM108 Prisme tronqué

On découpe ce cube selon un plan passant par les milieux des arêtes.

Quel est le volume de chaque partie ?



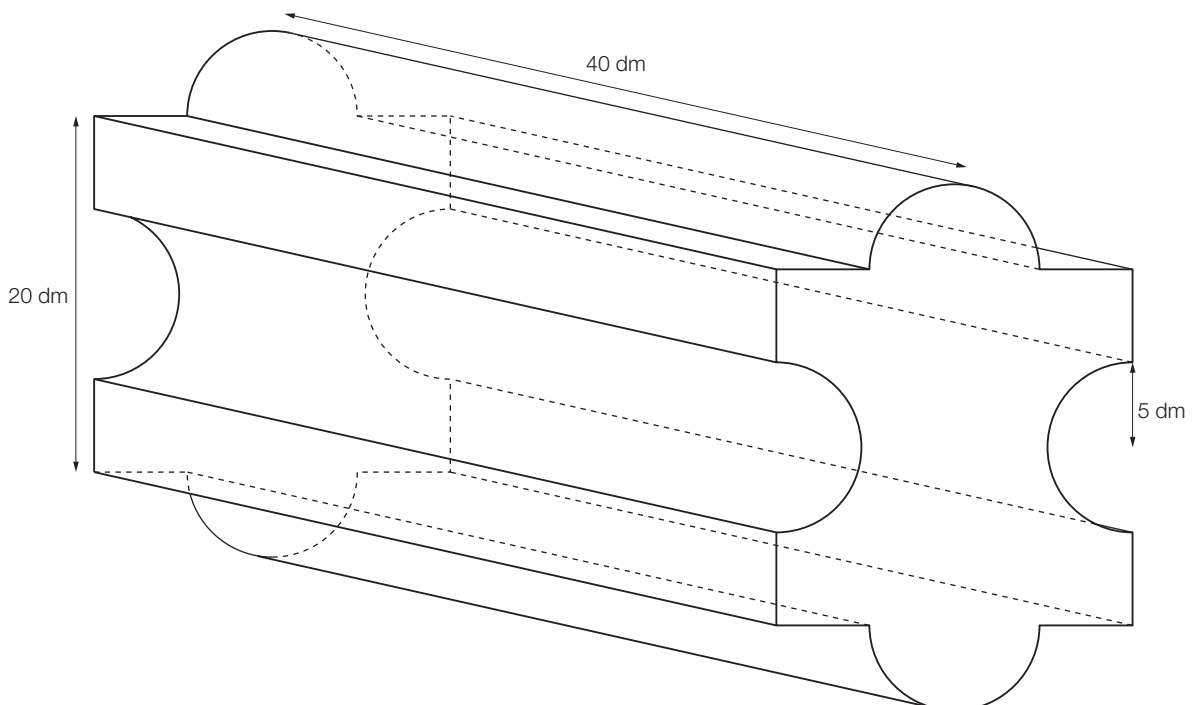
GM109 Le plus grand

Dessine un développement d'un parallélépipède rectangle sur une feuille rectangulaire de 12 cm sur 16 cm, puis calcule son volume.

Qui, d'entre tous les élèves de la classe, obtient le plus grand volume ?

GM110 Quel corps !

Calcule le volume et l'aire totale de ce corps, constitué d'un parallélépipède rectangle à base carrée et de hauteur de 40 dm, auquel on a ajouté et retiré des demi-cylindres de rayon 5 dm.





Hans Holbein, Les Ambassadeurs, 1533

Ce tableau grand format de Holbein le Jeune est une œuvre tout à la fois spectaculaire et mystérieuse ; il s'agit sans aucun doute de son œuvre la plus célèbre. De très nombreuses interprétations de ce tableau rempli de symboles existent.

Disposés sur deux étagères – représentant le Ciel et la Terre –, derrière les personnages, les objets sont nombreux et divers : au niveau supérieur, on trouve des instruments de l'époque utilisés pour l'étude des corps célestes, alors que, à l'étage inférieur, ce sont plutôt des éléments pour les activités du monde et de tous les jours. On y trouve, par exemple, près du luth, sous un globe terrestre, une équerre qui maintient un livre d'arithmétique ouvert à une page en haut de laquelle on peut lire : « Dividirt » (diviser).

Au centre, un premier cadran livre une date – apparemment Vendredi saint 11 avril 1533 ; quant au second cadran solaire, un polyèdre, il indique étrangement deux heures différentes : 9 h 30 et 10 h 30. Les cadrans solaires ont servi durant très longtemps à donner l'heure à tout un chacun et ils sont encore bien présents sur de nombreux murs de nos villages et de nos villes.

Diverses mesures

Apprentissages visés

- Choix d'une unité adéquate et prise de mesure à l'aide d'un instrument adapté : longueur, aire, volume, capacité, masse, temps, vitesse
- Sensibilisation aux aspects culturels et historiques de la mesure

Sommaire

Pour réactiver certaines connaissances	220
Mesures de volumes et de capacités	220
Divers problèmes de mesures	222



Fichier: **Que sais-je ? p. 212**

Pour réactiver certaines connaissances

Fichier: **GM111 et GM112**

GM113 Le temps s'écoule...

a) Combien de temps s'écoule entre



et



?

b) Combien de temps s'écoule entre



et



?

c) Il est



Quelle heure sera-t-il 14 h 50 min plus tard ?

d) Il est



Quelle heure sera-t-il 21 h 32 min plus tard ?

- e) Une journée scolaire comporte 9 périodes de 45 min. Combien d'heures d'apprentissage cela représente-t-il ?
- f) Une employée travaille 8 h 20 min par jour. Combien de temps a-t-elle travaillé après 4 semaines complètes de 5 jours ?

Fichier: **GM114 à GM116**

Mesures de volumes et de capacités

GM117 Volumes et capacités

Gaëtan dispose d'un cube de 10 cm d'arête. Il y verse 1 l d'eau.
Le cube est alors complètement rempli.

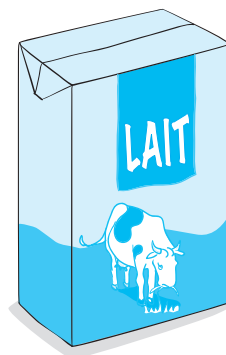
Avec ces indications, calcule le nombre de litres que l'on peut mettre dans un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 10 cm, 12 cm et 15 cm.

Fichier: **GM118 et GM119**

GM120 Briques de lait

Les petites briques de lait mesurent approximativement $4,6 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm} \times 14,5 \text{ cm}$.

Combien peut-on en remplir avec le contenu d'un camion citerne de 10 000 l ?



GM121 Bassin circulaire

Quel est le volume d'un bassin circulaire possédant un rayon de 3 m et une profondeur de 50 cm ? Et sa capacité en litres ?

Fichier : GM122 et GM123

GM124 Un homme au lac !

Le dériveur d'Archibald a chaviré. Une fois qu'il a été redressé, Archibald doit encore vider le demi-mètre cube d'eau qui reste au fond du bateau, à l'aide d'une écope dont la capacité indiquée est 0,5 l.

Combien de fois doit-il remplir cette écope au minimum, avant qu'il ne reste plus d'eau au fond du dériveur ?

GM125 Orage au Tessin

Entendu aux informations de 18 h à la radio :

« L'orage qui a dévasté le sud du Tessin a été particulièrement violent. En certains endroits, il est tombé jusqu'à 150 l d'eau par mètre carré de terrain. »

Mais au fait, à quelle hauteur d'eau cela correspond-il ?

GM126 Le pulvérisateur

La cuve d'un pulvérisateur peut contenir $1,2 \text{ m}^3$. On y verse :

- 400 dm³ du produit « Bio-désherbant » ;
- 50 dl du produit « Bio-engrais » ;
- 180 ml du produit « Anti-nuisibles ».

Combien de litres d'eau peut-on encore ajouter avant que la cuve ne déborde ?

Divers problèmes de mesures

GM127 Terres cultivées

En 2019, l'agriculture utilisait quelque 4 750 millions d'hectares de terres pour la culture de végétaux et l'élevage d'animaux. Les cultures temporaires et permanentes occupaient environ 1 500 millions d'hectares, la superficie de prairies et de pâturages permanents représentant près de 3 250 millions d'hectares. 120 millions d'hectares (qui se situent surtout en Amérique du Sud et en Afrique) viendront encore s'y ajouter d'ici 2030.

Selon certains experts, jusqu'à 30 millions d'hectares de surfaces cultivables sont perdus chaque année du fait de la dégradation de l'environnement, de l'industrialisation et de l'urbanisation, soit l'équivalent de la superficie de l'Italie.

À l'aide des informations ci-contre, réponds aux questions suivantes :

- Quelle surface de terres cultivées devrait, selon ces projections, être disponible en 2030 ?
- En quelle année, toutes les terres cultivées pourraient-elles avoir disparu ?
- Si aucun changement n'est effectué, quelles en seraient les conséquences pour l'être humain ?

GM128 D'Estavayer-le-Lac au Saut-du-Doubs

L'itinéraire d'un voyageur qui veut se rendre de l'église Saint-Laurent, à Estavayer-le-Lac (FR), au Saut-du-Doubs (NE) est détaillé ci-après.

Gare/Arrêt	Date	Heure	Voie	Voyage avec Occupation	Remarques
 Estavayer-le-Lac, Eglise St. Laurent	Me, 05.10.11			 Parcours à pied	16 min.
 Estavayer-le-Lac					
 Estavayer-le-Lac		dép.08:40			Regio
 Yverdon-les-Bains		arr. 08:57	3	R 4519	
 Yverdon-les-Bains		dép.09:04	1		IC-pendulaire
 Neuchâtel		arr. 09:22	5	ICN 519	  FZ BZ RZ
 Neuchâtel		dép.09:32	7		RegioExpress
 Le Locle		arr. 10:10	2	RE 2762	
 Le Locle		dép.10:14	3		Regio
 Les Brenets		arr. 10:21		R 12	
 Les Brenets					20 min., Y
 Les Brenets NLB				Passage	
 Les Brenets NLB		dép.10:45			Bateau
 Saut-du-Doubs		arr. 11:05		BAT 3	

Détermine :

- la durée du parcours en bateau ;
- la durée totale des parcours en train ;
- la durée de son déplacement de l'église Saint-Laurent au Saut-du-Doubs ;
- la durée totale des parcours à pied.

GM129 Club de sport

Laureen et Célia souhaitent entretenir leur forme physique et fréquentent tous les jours un club de sport, sauf le week-end. Elles notent le temps passé à faire du cardiotraining.

Le jeudi, Célia a oublié de noter la durée passée à s'entraîner. Mais elle sait qu'elle a le même temps total d'entraînement que Laureen à la fin de la semaine.

Aide-la à retrouver son temps d'entraînement du jeudi.

Laureen	
Lundi	50 min
Mardi	1 h 10 min
Mercredi	30 min
Jeudi	1 h 25 min
Vendredi	55 min

Célia	
Lundi	1 h 05 min
Mardi	1 h 20 min
Mercredi	40 min
Jeudi	
Vendredi	35 min

GM130 Les bons choix

Quelles sont les grandeurs en jeu : le périmètre, l'aire, le volume, ou d'autres et lesquelles, pour :

- poser le liséré d'une nappe ?
- crépir un mur ?
- comparer la contenance de deux récipients ?
- retenir ton souffle ?
- calculer le temps nécessaire à parcourir le tour du Léman à vélo ?
- remplir une fontaine ?
- poser de la moquette ?
- comparer les performances de deux véhicules ?

GM131 La bonne unité

Quelle unité choisirais-tu pour exprimer le volume des objets suivants ?

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| a) Un ballon de basket. | d) Un paquet de « corn flakes ». |
| b) Une boîte d'allumettes. | e) Une villa. |
| c) Une goutte d'eau. | f) La planète Terre. |

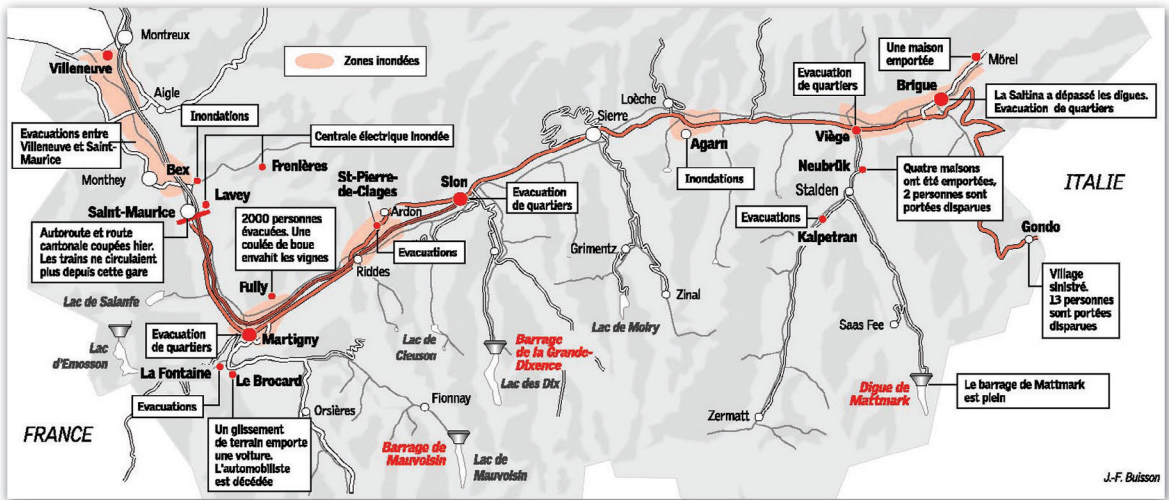
GM132 Monument

Le socle en granit d'un monument est formé d'un cube de 1,2 m d'arête reposant sur une dalle carrée de 1,6 m de côté et de 0,3 m d'épaisseur.

- Calcule sa masse totale en sachant que 1 cm³ de granit pèse 2,8 g.
- Un plaisantin recouvre entièrement le socle du monument d'un superbe papier de fête multicolore, juste avant Noël !

Quelle est l'aire du papier utilisé ?

GM133 Rhômazone



Le 14 octobre 2000, le Rhône s'est transformé en Amazone, comme le confirment les propos qui suivent, issus de différents journaux.

En soixante-deux ans, je n'avais jamais vu ça : il s'écoulait 900 m³ par seconde.

Le spectacle était impressionnant : quelque 10 000 m³ de falaises se sont effondrés.

Le Rhône a atteint une crue centennale. On a calculé entre 8 et 12 mm d'eau par heure.

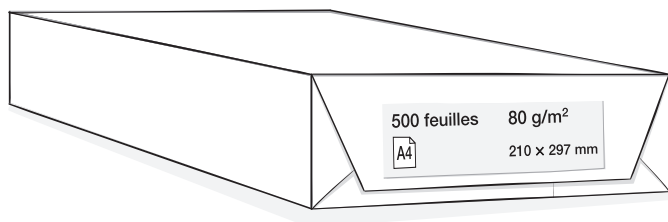
À la Grande Dixence, nous avons encore une capacité de 25 millions de mètres cubes en réserve.

Selon les premières estimations, les dégâts pourraient s'élever aux alentours de 6 milliards de francs.

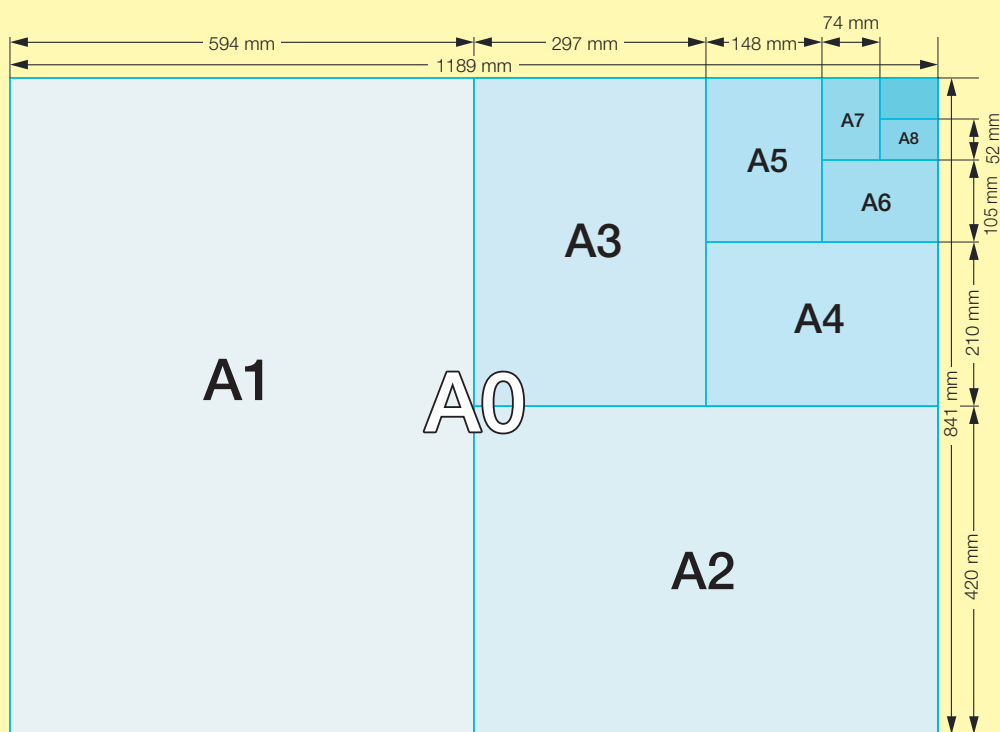
- Combien de robinets de baignoires, ouverts au maximum, débitent approximativement le même volume d'eau par seconde ?
- Quelles pourraient être les dimensions du rocher en question ?
- Combien cela représente-t-il de mètres cubes d'eau tombés en 1 h sur le lac Léman, dont la superficie est d'environ 58 000 ha ?
- Si cette réserve représente environ $\frac{1}{16}$ de la contenance du barrage, combien celle-ci représente-t-elle de piscines olympiques ?
- Combien de camions de 28 t faudrait-il pour transporter cette somme si celle-ci n'était composée que de pièces de Fr. 5.– (masse d'une pièce de Fr. 5.– : 13,2 g) ?

GM135 A4

Lu sur un paquet de feuilles A4 :



Quelle est la masse de ce paquet ?



Plusieurs types de **formats de feuilles** de papier rectangulaires coexistent : A, B, C, *raisin*, *US letter*,... Ils sont déterminés par le couple de nombres formé de sa largeur et de sa longueur. Ces formats sont conçus pour que les proportions de la feuille soient conservées lorsqu'on la plie ou qu'on la coupe en deux dans le sens de sa longueur : le rapport entre longueur et largeur doit être égal à $\sqrt{2}$.

Les feuilles de format A sont réalisées à partir du format A0, dont l'aire est de 1 m^2 et dont les dimensions sont $841 \text{ mm} \times 1189 \text{ mm}$.

Le chiffre suivant la lettre du format indique le nombre de fois où le format de base a été divisé en deux. Ainsi quatre plis de A0 sont nécessaires pour obtenir le format A4.

Crédits

- © 2004 Universal Music Publishing MGB Ltd.
Avec l'aimable autorisation d'Universal Music Publishing. Ma philosophie. Paroles et musique: Blair Nicholas Somerled McKichan: 43
- © Alekss / Fotolia.com: 93
- © AlpTransit Gottard SA: 215
- © Azee Jacobs / peopleimages.com
Adobe Stock: 192d
- © Georges Biard: 43
- © Bundesarchiv Deutschland: 92b
- © Carron Pascal: 177b
- © CDIP, Atlas mondial suisse, 2019: 96m
- © Comford Alison / Fotolia.com: 158
- © Djama / Fotolia.com: 103
- © Dominique Faget / AFP: 177h
- © Éditions LEP, Nature pile et face,
Le Mont-sur-Lausanne: 96h
- © Engler Stephan/Photo
www.stephanengler.com: 101
- © Eva Rothschild; Photo Ben Westoby: 180b
- © Getty Images / Fox Photos: 192g
- © Getty Images / Keystone-France: 10, 27
- © Getty Images / Le Corre Nicolas: 191b
- © Heritage Images / Roger-Viollet: 185
- © Iberfoto / Photoaisa / Roger-Viollet: 191h, 218
- © Jack Mitchell / Getty Images, Bridget Riley: 170b
- © John McArthur / Unsplash: 98b
- © Kespzy Alain: 153
- © Keystone: 71
- © KIK-IRPA, Bruxelles; © Collections artistiques
de l'Université de Liège: 45
- © Kissling Hennie / Fotolia.com: 40
- © Marité74 / Fotolia.com: 30
- © Minisini Philippe - Fotolia.com: 216
- © NASA / Courtesy of nasaimages.com: 70
- © NHL: 98h
- © NK Editions: 56, 89, 109, 154
- © Odiet Denis: 102, 123
- © Renault Laurent / Fotolia.com: 47
- © Roger-Viollet: 24, 31, 80, 144, 157, 180h, 196,
199, 206
- © Taylor Charles / Fotolia.com: 92h
- © The Mathematical Association of America: 195
- © TopFoto / Roger-Viollet: 128
- © Tr3gi / Fotolia.com: 91
- © Tristan3D / Fotolia.com: 170h
- Droits réservés: 96b, 152, 209h, 224
- Libre de droits: 47, 97 (photo-montage), 110, 137

Pour des raisons indépendantes de notre volonté, nous n'avons pu, malgré nos recherches, retrouver les ayants droit de toutes les images de cet ouvrage. Ceux qui, n'ayant pu être joints ou n'ont pu donner leur accord, sont invités à prendre contact avec la CLIP.

